

UNIVERZITET U ZAGREBU; POLJOPR.-ŠUMAR. FAKULTET; INSTITUT  
ZA ŠUM. POKUSE - UNIVERSITAS IN ZAGREB ; FACULTAS AGRO-  
NOM. - FORESTICA ; INSTITUTUM PRO EXPERIMENTIS FORESTICIS

GLASNIK  
ZA  
ŠUMSKE POKUSE

ANNALES  
PRO  
EXPERIMENTIS FORESTICIS

4

ZAGREB IN JUGOSLAVIA

1935

ŠTAMPARIJA GUTENBERG



# GLA VNI REGISTAR

PAG

## **I. Prof. dr. Đuro Nenadi :**

(Ueber den Zuwachs der Niederwälder). . . . . 21

## **II. Prof. dr. Andrija Petra i ;**

Istraživanja o strukturi i prihodu bagremovih kolosjeka . . . . 47

(Untersuchungen über die Struktur und den Ertrag der Robinien  
pfahlwälder). . . . . 64

## **III. Prof. ing. Stanko Flögl:**

O utjecaju zraka na otpor šumskih klizina . . . . . 65

Ueber den Luftenfluss auf den Gleitwiderstand der forstlichen  
Riesen). . . . . 79

## **IV. Prof. ing. Stanko Flögl:**

Linija klizine jednoli ne brzine. . . . . 65

(Die Rieslinie der gleichförmigen Bewegung). . . . . 102

## **V. Prof. dr. Mihovil Gra anin:**

Pedološka studija otoka Paga . . . . . 107

(Pedologische Studie über die Insel Pag). . . . . 181

## **VI. Prof. dr. A. Levakovi :**

Analiti ki oblik zakona rastenja . . . . . 189

Analytische Form des Wachstumsgesetzes). . . . . 253

## **VII. Prof. dr. A. Levakovi :**

Analiti ki izraz za sastojinsku visinsku krivulju . . . . . 283

(Analytischer Ausdruck für die Bestandeshöhenkurve) . . . . . 301



PROF. Dr. ĐURO NENADI :

(UEBER DEN ZUWACHS DER NIEDERWAELDER).

**SADRŽAJ — INHALT :**

I. Uvod (Einleitung)

II. Opis objekata i materijala za istraživanje (Beschreibung der Untersuchungsubjekte)

1. Visinski prirast (Höhenzuwachs)

2. Debljinski prirast (Stärkenzuwachs)

3. Plošni prirast (Grundflächenzuwachs)

4. Gromadni prirast i postotak gromadnog prirasta (Massenzuwachs und Zuwachsprozent.)

III. O uzrocima zna ajnog toka prirasta stabala iz panjeva (Ursachen des charakteristischen Zuwachsganges bei Stockausschlagbäumen)

IV. Zaključak (Folgerungen)

V. Zusammenfassung.

**I. UVOD.**

O prirastu niskih šuma nema u nas do sada nikakovih radova. U njemačkoj stranoj literaturi postoji radnja Mulopulos<sup>1)</sup> koja se odnosi na istraživanje niskih šuma u Austriji. Radi toga, što se nije kod nas dosada na tom pitanju ništa radilo kao i radi toga što neke imovne općine zbog oskudice na ogrjevu počinju da pretvaraju visoke hrastove šume u niske, pristupio sam istraživanju prirasta u niskim šumama Brodske imovne općine. Po mom mišljenju je taj pothvat od velike nacionalno ekonomske važnosti uopće, a za Brodsku imovnu općinu napose.

U jeseni godine 1934 sa univ. asistentom g. ing. M. Plavšićem pošlo sam tim radom u nekim šumama Brodske imovne općine. Kod toga pothvata išli su nam na ruku u svakom pogledu g. direktor Antun Tomljenović i taksator g. ing. Ivan Smilaj, na čemu im izrazujem svoju toplu zahvalnost.

Uzrok pretvaranja visokih šuma u niske leži u oskudici ogrjevnog drvca kojim se imaju podmiriti pravaoužitnici rene

<sup>1)</sup> Dr. Christoph Mulopulos: Untersuchungen über den Zuwachsgang der Stockausschläge bzw. Ausschlagwälder, Centralblatt für das gesamte Forstwesen 1927, str. 2.

imovne op ine. To je velika briga uprave imovne op ine; ona se davno osje ala, a u najnovije vrijeme je teško pritiš e; za etak joj je u nepravedno provedenoj segregaciji šuma bivše Vojne krajine godine 1870. Ve onda nakon provedene segregacije uvidjelo se da e do i vrijeme kada. e nastupiti etatni vacuum, budu i da su tom segregacijom imovnoj op ini dani vrlo mladi i vrlo stari dobni razredi hrastovih sastojina. Obzi rom na visoku starost i slabo fizi ko stanje tih starih sastojina trebalo je provesti njihovu sje u u kra em uporabnom razdo blju, a zbog toga kao i radi pomanjkanja srednjedobnih sastojina bio je etatni vacuum neizbježiv.

Treba odmah istaknuti, da je uprava imovne op ine da vno prije rata po ela voditi ra una o neuklonivom nastupu etatnog vacuuma radi brže sje e zrelih hrastovih sastojina. Prigodom sastavka prvih gospodarskih osnova ustanovilo se ra unom da je zbiljna drvna zaliha starih sastojina ve a o ' normalne. Odnosna razlika izme u tih masa ozna ila se kao vanredni prihod. Prigodom prodaje redovnog prihoda prodavao se svake godine i vanredni prihod doti ne šume. Dobiveni nov ani iznosi za vanredne prihode ulagali su se u nov ane za vode. Oni su dobili ime »nepotrošive nov ane glavnice«. Iz njih iznosa imale su se pokriti potrebe pravo užitnika za sve vrijeme trajanja etatnog vacuuma. Te nepotrošive glavnice imale su gotovo sve imovne op ine, no najve u, koja je izno sila na desetke milijuna zlatnih kruna, imala je Brodska imovna op ina.

Za vrijeme svjetskog rata prisilila je tu inska uprava imovnu op inu da svoju nepotrošivu glavicu dade u ratni za jam. Propaš u tu inske vlasti propale su i nepotrošive glavnice imovnih op ina.

Ne želim da se upuštam u razmatranje na ina poslijeratnog gospodarenja sa; šumama imovne op ine, kada se u visokoj konjunkturi hrastovog drva moralo pomišljati na neuklonivi nastup etatnog vacuuma i stvoriti ponovno nepotrošivu glavicu, a ne kupovati malovrijedne vlastelinske posjede. Do duše za dobre poslijeratne konjunktore hrastovog drva namirivala je imovna op ina potrebe na ogrjevu svojih pravoužitnika kupnjom drveta na strani, te je tako štedila stare hrastove sastojine. Radi naistupa depresije na drvnom tržištu, te radi sve lošijeg financijskog stanja morala je imovna op ina tražiti od svojih pravoužitnika izvjesne nov ane takse za šumske prihode, dok je u najnovije doba morala pristupiti i sniženju pripadnosti na ogrjevu svojih pravoužitnika.

Pored svih tih mjera nije uprava imovne op ine u položaju da potrebe svojih pravoužitnika na ogrjevu dovede u ravnotežje sa prirastom šuma. Zbog toga je uprava imovne op

eine odlučila da visoke hrastove šume prevede u niske za proizvodnju ogrjeva. U svemu bi imovina opet imala oko 6.700 jutara niskih šuma. To je i suviše velika površina prvoklasnog zemljišta koje se oduzima iz proizvodnje mnogovrijednog hrastovog građevnog drva.

Zbog toga to pitanje zaslužuje našu punu pažnju, te ga valja sa strane rasvijetliti. Moramo odmah reći da je od svih mjera kojima imovina opet nastoji umanjiti nastalo zlo u oskudici ogrjeva, ova posljednja od vrlo slabe koristi. Od zlih posljedica toga pretvaranja visokih šuma u niske mnogo će trpjeti budući pokoljenja pravoužitnika imovne opet. Od kako lošeg utjecaja će biti ova mjera na rentabilitet gospodarstva, nije potrebno napose isticati. To dovoljno potvrđuju velike razlike u cijenama građevnog i ogrjevnog drva hrastovog koje stoje međusobno kao 1 : 10. Kod razmatranja toga pitanja mora se imati još u vidu provenijencija slavonske hrastovine iz okolice Vinkovaca koja na drvnom tržištu uživa glas najfinije kvalitete.

Neosporno je da je na ovom snažnom tlu sposobnom za poljoprivredu jedini i najbolji način šumskog gospodarstva uzgajanje visokih hrastovih šuma. Iz kulturnih obzira je dužnost sadanje uprave imovne opet da vodi računa o interesima budući pokoljenja, te da ostavi još vrednije sastojine od onih koje je ona naslijedila.

U sadašnjici, koja je obilježena nestalnošću i brzim ekonomskim promjenama, mora naprotiv tomu pravac gospodarstva u šumama biti stalan, te se kod izbora novih smjernica gospodarstva mora postupati vrlo oprezno. Željena promjena mora prethodno biti dobro proučena. Kod svake promjene pravca gospodarstva mora se imati u vidu da se danas u njene grješke teško ispravljaju u budućnosti, i da to ispravljavanje traje decenijama. Lako je danas visoke hrastove šume prevesti u niske, no obratan postupak zahtijeva mnogo rada, vremena i velikih troškova. Izrečeno izlazi da se spomenutim programom stvaranja niskih šuma na površini od 6.700 jutara za proizvodnju ogrjeva neće unaprijediti financijsko stanje imovne opet, te da je potrebno pristupiti drugim mjerama, kako bi se slabo stanje poboljšalo i postojeće zlo umanjilo.

Obilazeći i šume Brodske imovne opet opazio sam da se u nedavnoj prošlosti o proučavanju sastojina vodilo vrlo malo računa. Radi toga postoje danas velike površine hrastovih sastojina koje treba proučiti. Kao primjer za to navedimo gospodarsku jedinicu Leskovac koja je od Vinkovaca udaljena, oko 6 km. Starost sastojina iznosi oko 50 godina, a do danas nisu bile ni jedamput proučene. To je veliki propust u njegovanju šuma koji poslovi spadaju u prve dužnosti valjane i napredne šumske uprave. Sadašnja slika zanemarene šume Les

kova proizvodi na ovjeka mu an utisak, te je upravo neshva tljivo da se ta šuma u neposrednoj blizini Vinkovaca mogla ostaviti neproređena. Sadašnje stanje šume vidi se iz tabela 1, 2.

Prema tome držim da je prva i najvažnija dužnost uprave imovne op ine da pristupi valjanom i intenzivnom prorje i vanju svojih sastojina. U naprednom šumskom gospodarstvu imadu prihodi prorede veliku važnost, kako sa uzgojnog tako i" s financijskog gledišta. Ustanovilo se je da množina pro rednog materijala kod valjanog i intenzivnog prore ivanja iznosi 50—60% od sveukupne proizvedene drvne mase. Imaju i u vidu taj rezultat nauke, mora se do i do zaklju ka, da bi uprava imovne op ine valjanom i intenzivnom proredom svo jih hrastovih sastojina mogla u velikoj mjeri riješiti pitanje snabdijevanja pravoužitnika ogrjevnim drvom iz svojih viso kih hrastovih šuma. Sjetimo se da je upravo potreba na drvu kod naprednih naroda stvorila mnoge na ine prore ivanja sastojina. Tom mjerom ne samo da se umanjuje nestašica na ogrjevu, nego je od velike važnosti za kvalitativno raistenje sastojine, te se time itavo šumsko gospodarenje diže i una pre uje.

Tamo, gdje nije mogu e potrebe na ogrjevu pokriti sa prorednim materijalom iz vlastitih šuma, treba uprava imovne op ine da nade na ina i puta da taj manjak podmiri sa pro rednim materijalom iz državnih šuma. U mnogim državnim šu mama, koje leže u neposrednoj blizini imovne op ine, vidio sam da je i tamo nastupio krajnji as za proređivanje sasto jina. Nabavka ogrjeva iz državnih šuma ne e biti za imovnu op inu u financijskom pogledu teška i neprovediva, jer nje zini pravoužitnici pla aju sada taksu za ogrjevno drvo. Tim mjerama, kao i proizvodnjom ogrjeva u postoje im niskim šu mama u površini od 2.230 jutara, mora se nastojati pokriti po treba na ogrjevu, te tako otstupiti od programa preva anja visokih šuma (4.470 jutara) u niske. Opravdana je nada da e se prilike popraviti, te da e se današnji program pretvaranja visokih šuma u niske zabaciti, a nije isklju ena ni mogu nost da e se pristupiti prevo enju današnjih niskih šuma u visoke. Ako ne do e do poboljšanja prilika, i ako ne bude nikakvog drugog izlaza, još uvijek se može pristupiti prevo enju viso kih šuma u niske. U tom slu aju e tada preostale visoke šume nakon valjanog i intenzivnog prore ivanja pretstavljati mno go ve u vrijednost nego što je one danas imadu.

Gospodarenje u sadanjim niskim šumama vodi se u opho dnji od 40 godina, a osim toga se u mnogim niskim šumama gospodari sa hrastovim pri uvcima koji se u ve ini šuma na laze u grupama. Za gospodarenje kao što je ovo, kojemu je svrha samo dobivanje ogrjevnog drva, a ne i sitne seoske gra



de, jest ophodnja od 40 godina previsoka, pogotovo, ako se uvaži da se te šume nalaze na prvorazrednom tlu i u optimumu za hrast. Prema tome držim da je daljnja mjera imovne opine za poboljšanje današnjih prilika i u tome, da smanji ophodnju od 40 na 30 godina. Tim postupkom povećava se površina, te nestati potrebe za daljnje pretvaranje visokih šuma u niske. U toku daljnjih razlaganja dokazano da je ophodnja od 30 godina i najpodesnija za rast niskih šuma.

Za šumsko gospodarstvo kao i za svako drugo gospodarstvo mora da vrijedi opći ekonomski princip: u što kraćem vremenu proizvesti što veći broj u množinu što vrednijih dobara. Taj princip mora napredna šumska uprava imati uvijek pred sobom. Jedan od najvažnijih faktora koji pokazuje, da li se ide ispravno do toga cilja, je prirast šume. Poznavanje prirasta šume je temelj svakog racionalnog šumskog gospodarenja.

Uvažuju i sadanje prilike kod Brodske imovne opine, nadalje imaju i u vidu veliku površinu niskih šuma u Jugoslaviji, pristupio sam pitanju istraživanja prirasta u niskim šumama.

## II OPIS OBJEKATA I MATERIJALA ZA ISTRAŽIVANJE.

Prvi objekat u kojem sam poeo sa istraživanjem prirasta niskih šuma hrasta kitnjaka bio je šumski predjel Glošak, vlasništvo zemljišne zajednice Desinec Prho, srez Jastrebarsko. Šuma se nalazi na obroncima Plješivice koji se blago spuštaju u smjeru sjeverozapad-jugoistok i gube se u nizini Pokuplja. Visina nad morem iznosi 154 m. Prosječna godišnja množina vodenih taloga za to područje prema karti kišomjernih stanica kraljevine Jugoslavije iznosi u razdoblju od 1923 do 1932 godine 900—1000 mm<sup>2</sup>). Klima je blaga, što najbolje dokazuje odlično uspijevanje vinove loze. Kamenu podlogu tog dijela Plješivice čine sarmatski lapori, a tlo je uglavnom sloj pjeskovite ilove koji nije posvuda jednako debeo. U profilima potoka vide se deblje naslage tla dok je po vrhovima i padinama tlo pliće. Glavna vrsta drveća je hrast kitnjak (*Quercus sessiliflora* Smith), koji je porastao iz panja, te je to u cjelosti izdana kašuma. Starost šume iznosi 44 godine. Njegovanje sastojina nije nikad vršeno. Na mjestima blizu puteva seljaci su sjekli jača stabla za svoje potrebe.

U svrhu istraživanja prirasta položena je primjerna ploha od 2,08 ha na sjeveroistočnoj ekspoziciji šume. Na tom dijelu

<sup>2</sup>) Ministarstvo građevina — hidrotehničko odjeljenje Beograd. Iz vještaj o vodenim talozima, vodostajima i količinama vode za 1932 godinu. Beograd.

je sastojina potpunog obrasta, a ne postoje nikakvi znakovi o ma kakvoj prebornoj sje i ja ih stabala ili proredi, pa se može pretpostaviti, da je šuma od svog postanka nesmetano rasla. Na plohi obavljeno je izbrajanje stabala (tabela 1 i 2). Stabla su razdijeljena u 3 debljinska razreda i to od 10—20, od 21—30 i od 31—32 cm. Za svaki debljinski razred izra u nato je srednje primjerno stablo. Napose je izra unato srednje sastojinsko primjerno stablo. U svemu je porušeno 6 stabala; u svakom razredu po 1 i 3 srednja sastojinska' primjerna stabla. Srednja sastojinska primjerna stabla odabrana su u sredini obronka odnosno primjerne plohe, budu i da bonitet tla pada od podnožja prema vrhu radi razli ite dubine tla. Krošnje stabala su normalno razvijene osim primjernog stabla de bijinskog razreda 10—20 cm koje je imalo % normalno razvijene krošnje.

Stabla su analizirana u sekcijama od 2 m duljine do krošnje, a u krošnji su sekcije polagane u nejednakim razmacima radi toga, da se dobiju izresci koji su za analizu najpodesniji. Radi pomanjkanja prostora donošam rezultate analize samo dvaju srednjih sastojinskih primjernih stabala. Podaci se vide iz tabele 3.

Druga stabla imala su slijede u starost, visinu i debljinu:

stablo	starost god.	visina m	debljina u prs. vis. mm
3	44	20,9	199
4	44	20,1	168
5	44	22,3	252
<b>6</b>	44	<b>22,6</b>	319

Analizu tolikog broja stabala obavio sam radi toga, da iz vodi i zaklju ci o toku prirasta budu što ispravniji. U sastojini se naime nalaze stabla u stalnoj borbi za opstanak i prostor, a osim toga izvrgnuta su raznim vanjskim utjecajima, na koje \_svako stablo razli ito reagira. Radi toga, a sa svrhom da se umanje te nepravilnosti uslijed raznih utjecaja, uzimao sam aritmetške sredine pojedinih vrsta prirasta, polaze i od rezultata rastenja izme u dva srednja sastojinska primjerna stabla. Tako dobiveni tok prirasta približavao se mnogo toku prirašivanja cijele sastojine. Radi pomanjkanja prostora ne donosim analize svakog pojedinog srednje sastojinskog primjernog stabla, nego samo izra unate aritmetške sredine provedenih analiza (tabela 4.)

Na misao istraživanja prirasta u ovoj niskoj šumi došao sam prigodom procjene vrijednosti ove šume u svrhu individualne diobe me u ovlaštenike zemljišne zajednice Desinec Prho .

Drugi objekt, u kojem sam vršio istraživanja prirasta u niskoj šumi, jest šuma Leskovac, vlasništvo Brodske imovne «op ine (šumska uprava Vinkovci). Šuma se nalazi u nizini uz rijeku Bosut kraj Vinkovaca. Visina nad morem 84 m. Prosje na godišnja množina vodenih taloga prema ve navedenoj karti kišomjernih stanica u razdoblju 1923—1932 godine iznosi 700—800 mm. Tlo je humozna pjeskovita ilova a, a nije izloženo poplavi; klima je blaga. Šuma se dijeli u 9 odjela. Od toga su odjeli 3 i 4 sa otsjecima b i c visoka šuma hrasta lužnjaka (*Quercus pedunculata* Ehrl.) sa nešto brijesta (*Ulmus campestris* Smith), a ostale odjele ini niska šuma graba, hrasta lužnjaka i brijesta razne starosti.

Radi istraživanja prirasta položio sam primjernu plohu od 0,5 ha u sastojini niske šume u dobi od 37 godina. U toj sastojini je 1926 godine obavljeno slabo išenje, što najbolje dokazuje prisutnost klena i velika množina izbojaka graba na jednom panju. Me utim i to slabo išenje imalo je utjecaja na daljnji prirast, što se najbolje vidi iz provedenih analiza. (Vidi tabelu 4 i slike 2, 3, 5 i 6)

Stabla su izbrojena i razvrstana prema vrsti drve a (vidi tabelu 1 i 2). Na primjernoj plohi nalazilo se 15 hrastovih priuvaka iz sjemena debljine od 30 cm na više koji su stabli mi no razmješteni po površini plohe.

Za istraživanje prirasta uzeo sam u obzir samo hrast i brijest, i to srednja primjerna stabla iz ukupnog broja hrastovih odnosno brijestovih stabala.', a ne iz sveukupnog broja stabala primjerne plohe. Stabla su odabrana na primjernoj plohi na povoljnom mjestu, budu i da je stanište na ovoj manjoj površini jednoli no. Kod izbora se je uglavnom pazilo, da izabrana primjerna stabla nisu bila zasjenjivana po priuvcima. Na primjernoj plohi rušena su 4 stabla i to 2 hrastova i 2 brijestova. Stabla su na ve opisani na in analizirana i izraunate aritmetiske sredine provedenih analiza (vidi tabele 4, 5 i 6).

Osim ova 4 stabla posjeena su još 2 hrastova stabilca u • odjelima 5 i 6. Ova stabilca imala su slijede u starost, visinu i debljinu:

stablo	starost god.	visina m	debljina u prs. vis. mm
1	14	7,7	77 "
2	14	8,4	64

Podatke analiza ovih stabilaca radi pomanjkanja prosto ra ne donosim, a to s razloga što se tok njihovog prirasta podudara sa tokom prirasta analiziranih stabala koja su gore prikazana.

Osim položene primjerne plohe u niskoj šumi, položio sam primjernu plohu i u preostaloj visokoj šumi veli ine 0,5 ha sa svrhom, da provedem upoređenje izme u toka prirasta stabala iz sjemena i stabala iz panjeva. To upoređivanje pri rasta, à osobito visinskog, bi e tada ispravno, ako su boniteti tla, na kojima su analizirana stabla rasla, jednaki. Radi toga proveo sam analizu stabala iz sjemena u visokoj šumi u Leskovcu i odabrao primjernu plohu tako, da stanište primjernih ploha bude što jednoli nije. Sastojina je svojedobno podignuta sadnjom žira pod motiku.

Na primjernoj plohi su stabla izbrojena i razvrstana prema vrsti drve a (vidi tabelu 1 i 2). Ako promatramo podatke: tabele broj 2 to vidimo da osim klena ima veliki broj suhih hrastovih stabala. Uzrok tolikom broju suhih hrastovih stabala je taj, što sastojina nije bila nikada proredivana, usprkos tome što je stara ve 50 godina. Posljedica tog propusta je slab bi prirast sastojine u debljinu, što se najbolje vidi na maloj? debljini srednjeg sastojinskog stabla (18 cm.) Sa uzgojnog gledišta treba taj propust žaliti, a pogotovo, ako se u obzir uzme oskudica na ogrjevu pravoužitnika i neposredna blizina šume od grada Vinkovaca. Radi nestašice na ogrjevnom drvu pristupa uprava imovne opine preko enju još preostalih površina visokih šuma u niske, tako da e itava šuma Leskovac biti prevedena u nisku šumu. Nema dvojbe o tome, da se valjano vršila proreda u šumi Lesko'vac, da bi otpala današnja potreba preko enja cijele površine ove visoke šume u nisku, jer bi se prorednim materijalom u velikoj mjeri regulisala nestašica ogrjeva. Isto stanje koje danas postoji u šumi Leskovac vlada i u mnogim drugim gospodarskim jedinicama kako sam to ve naprijed spomenuo.

Nakon provedenog izbrajanja stabala izra unata su srednja sastojinska primjerna stabla za hrast i brijest. Rušena su 2 hrastova i 2 brijestova primjerna stabla. Kod izbora stabala pazio sam na to, da su stabla nešto ja e razvijena, jer kao takova nisu bila u velikoj mjeri izložena štetnom uplivu zasjenjivanja od strane susjednih stabala, nego su se mogla slobodnije, razvijati. Navedena stabla su analizirana i izra unate su aritmetijske sredine analiza (vidi tabele 7, 8 i 9).

Osim spomenutih analiza proveo sam još analizu dvaju hrastovih\*stabala u gospodarskoj jedinici Vrap ana B., koja se sada prevodi u nisku šumu. Sve navedene prilike staništa za šumu Leskovac vrijede uglavnom i za ovu gospodarsku jedinicu, koja se nalazi u blizini Vinkovaca i rijeke Bosuta. Stabla za analizu izabrana su izme u dostatnog broja stabala koja su ostavljena radi naknadnog podmirivanja pravoužitnika na ogrjevnom drvu. Svrha je i tim analizama da se prikaže tok prirasta stabala iz sjemena u uporedbi sa tokom prirasta stabala

iz panjeva, a ujedno da se vidi kako priraš uju visoke šume koje se prevode u nisko šumsko gospodarenje. Prou avanjem prirasta tih Šuma mo i e se vidjeti kako se velik gubitak uz rokuje prevadanjem sadanjih visokih šuma u naponu prirasta u niske šume.

Oba pomenuta stabla su analizirana i izra unate aritmet ske sredine provedenih analiza (tabela 9 i 10).

Prije nego prije em na razmatranje toka prirasta stabala iz panjeva i iz sjemena napominjem, da su sva analizirana sta bla iz panjeva pokazivala jednako karakteristi an tok prirasta. Da se te karakteristike što ja e istaknu, provedene su analize stabala iz panjeva u intervalu od 3 godine, osim analize drvno gromadnog i postotnog prirasta. Stabla iz sjemena analizirana su u intervalu od 5 godina.

U promatranje uze emo tok visinskog, debljinskog, kru žnoplošnog, gromadnog. i postotnog prirasta.

### 1. Visinski prirast.

Ako promatramo tok visinsko prirasne krivulje si. 1, od nosno podatke tabele 4 hrasta kitnjaka iz panja u Gloš aku, to vidimo slijede e pojedinosti: Kulminacija visinskog prirasta u iznosu od 110 cm na godinu nastupa izme u 0 — 3 g. Odmah zatim on po ne padati i padne na iznos od 53 cm izme u 6 i 9 god. od tada se ponovno diže i u intervalu od 9—12 god. po stigne drugi najviši iznos od 67 cm na godinu. Dalje se pri rast diže i pada, a od 24 godine pokazuje tendenciju stalnog padanja, dok u intervalu od 39—42 god. ne padne na minimal ni iznos od 20 cm na godinu.

Sli an tok prirasta pokazuje i hrast lužnjak iz panja. Iz tabele 4 i slike 2 vidi se da i ovdje nastupa kulminacija visinskog prirasta izme u 0 i 3 god. sa iznosom od 80 cm na go dinu; odmah zatim po ne padati, te u intervalu od 6—9 god.. iznosi 63 cm. Daljnjim se tokom prirast diže i u razdoblju iz medju 12—15 g. postigne drugi najviši iznos od 70 cm na go dinu. Od 27 g. pokazuje prirast u visinu tendenciju padanja, te u razdoblju izme u 33—36 g. padne na iznos od 27 cm na go dinu.

Ako promatramo tok visinsko prirasne krivulje brijesta iz panja prema slici 3 i podacima tabele 4 vidimo,\* da postoji isti odnos kao kod hrasta lužnjaka iz panja. Kulminacija prirasta nastupa odmah izme u 0 1.3 godine sa iznosom od 110 cm na godinu; zatim prirast naglo pada, te u razdoblju od 6—9 god. padne na iznos od 40 cm. Daljnjim se tokom prirast diže i oka 15 godine postigne drugi najviši iznos od 62 cm na godinu.. Od 27. g. pokazuje prirast tendenciju, padanja. Mali porast

prirasta izme u 33—36 g. ne dolazi uopće u obzir. Prema toku prirasta izme u 27—33. g. može se zaključiti da će oni dalje padati.

Ako sada uporedimo tok prirasta stabala iz sjemena sa tokom prirasta stabala iz panjeva, to vidimo iz tabele 4 i 9 i slika 2 i 3 slijedeće: Stabla iz panjeva u prve 3 godine svog života rastu naglo, a kulminacija prirasta nastupa u tom odlomku vremena. Naprotiv tome, stabla iz sjemena u ranoj mladosti rastu i prirašuju polagano, a kulminacija njihova u visinu nastupa mnogo kasnije i sa mnogo manjim iznosom nego je to slučaj kod stabala iz panjeva.

Daljnja značajna osobina toka prirasta u visinu stabala iz panjeva je nagli pad prirasta poslije kulminacije u visinu, što se osobito ističe kod hrasta kitnjaka i brijesta, te zatim ponovno njegovo dizanje i nastupanje najvećeg iznosa iza prve kulminacije. Nazovimo taj najveći iznos iza prve kulminacije »drugom kulminacijom«. Prema slikama vidimo, da ta druga kulminacija nastupa kod hrasta kitnjaka izme u 9—12 g., kod hrasta lužnjaka izme u 12—15 g., a kod brijesta oko 15 g., te da je sa svojim iznosom gotovo jednaka kulminaciji stabala iz sjemena. Osobito se to ističe kod hrasta lužnjaka.

Prema gore naivedenom izlazi, da su stabla iz panjeva obilježena dvjema kulminacijama prirasta u visinu u odlomku vremena od 0—15 g.; da prirast od 27 g. pa dalje pokazuje tendenciju bržeg padanja; da je izbojna snaga panjeva kod kitnjaka i brijesta jača i veća nego kod hrasta lužnjaka. Navedeno izlazi iz veličine kulminacije prirasta koja iznosi kod hrasta kitnjaka i brijesta 110 cm, a kod hrasta lužnjaka samo 80 cm u visinu. Brži rast u visinu pokazuje brijest i hrast kitnjak naprama hrastu lužnjaku do 12 g., a od 12. g. dalje zadrži to svojstvo samo brijest, koji stalno ima viši prirast od hrasta lužnjaka. Iz grafikona i tabele se vidi još i to, da je za istu dob postignuta visina stabala iz panjeva veća od postignute visine stabala iz sjemena. Naknadno ćemo razmotriti što je tomu uzrok.

Najposlije od važnosti je da promotrimo tok prirasta stabala hrasta lužnjaka iz šume Leskovac i Vrapane B (krivulje II<sup>a</sup> i II<sup>b</sup>, slika 2.) Ako ispustimo iz vida razno vrijeme kulminacija, to vidimo da je tok prirasta u visinu kod stabala iz šume Leskovac mnogo nepravilniji nego kod toka prirasta stabala iz Vrapane B, premda je i ovaj dosta nepravilan. Uzrok tom nepravilnom toku prirasta u visinu leži najviše u nekakvom njegovanju, odnosno ne izvedenom proredivanju sastojina u pravo doba. Poznato je da rastenje stabala u visinu najviše zavisi o dobroći tla, a osim toga i o njegovanju i proredivanju sastojina. Da je tomu tako, najbolje se vidi kod analiziranih stabala iz šume Leskovac. Kod njih prirast u visini

nu izme u 30—35 godine pada na iznos od 12 cm na godinu, a nakon toga, što su se ista oslobodila pritiska susjednih stabala po ne prirast da raste na iznos od 40 cm na godinu. Jasno je da je uslijed toga što su se krošnje analiziranih stabala oslobodile utjecaja susjednih stabala, došlo do jačeg njihovog razvijanja, a kao posljedica toga je i jače razvijanje korjena. Najnovija istraživanja su pokazala, da stabla koja imaju jače razvijene krošnje imaju ujedno i jače razvijen sistem korjena<sup>3)</sup>, a prema prof. Wilhelmu visinski prirast zavisi o razvitku korjena stabala. Prema tome vidimo na ovoj analizi prirasta u visinu, a još bolje se to vidjeti na analizi drugih prirasta, od kako teških posljedica je nenjegovanje sastojina i koliki gubici nastaju od neizvježavanja prireda sastojina.

## 2. Debljinski prirast.

Debljinski prirast u prsnoj visini može se promatrati istom od onoga vremena kad stablo naraste do te visine. Tu visinu hrast kitnjak i brijest iz panjeva postignu poprečno u 1 godini, a hrast lužnjak iz panja u 2 godini. Ako promatramo tok debljinsko prirasne krivulje hrasta kitnjaka iz panja (slika 4) i podatke iz tabele 4, to vidimo, da kulminacija debljinskog prirasta nastupa izme u 1 i 3 godine sa iznosom od 9 mm na godinu. Odmah zatim prirast u debljinu pada, te u odlomku vremena od 6—12 g. zadržava se u istoj visini sa prosječnim iznosom od 6 mm na godinu. Dalje se prirast diže i pada, a od 24 g. dalje pokazuje tendenciju bržeg padanja. Minimalni pad je izme u 36—39 g. sa iznosom od 2,7 mm na godinu.

Slika 4. tok prirasta u debljinu pruža i hrast lužnjak iz panja (tabela 4 i slika 5). Njegova kulminacija nastupa odmah izme u 2—3 g. sa 8 mm na godinu. Nakon toga prirast pada, a u odlomku vremena od 6—12 godine ostaje u istoj visini sa prosječnim iznosom od 7 mm na godinu. Daljnjim se tokom prirast diže i pada, a od 30 g. pokazuje tendenciju padanja koja nije dođuše tako nagla kao kod hrasta kitnjaka.

Ako promatramo tok debljinsko prirasne krivulje brijesta iz panja prema slici 6 i podacima tabele 4, to vidimo da kulminacija prirasta u debljinu nastupa izme u 1 i 3 godine sa iznosom od 9,5 mm na godinu. Nakon toga prirast naglo pada i u daljnjem svom toku pokazuje mnogo nepravilnosti koje su posljedice raznih vanjskih utjecaja. U odlomku vremena izme u 33 i 36 g. prirast raste i iznosi prosječno 5 mm na godinu.

<sup>3)</sup> Dr. Seeger: Erfahrungen über die Eiche in der Rhein Ebene bei Emmendingen. Allg. Forst u. Jgdztg. 1930 str. 201.

Iz opisa toka debljinskog prirasta vidi se dakle da postoji sličnost sa tokom visinskog prirasta koja se doduše više očituje kod hrasta kitnjaka i lužnjaka nego kod brijesta. Kulminacija jednog i drugog prirasta nastupa u istom odlomku vremena. Međutim dok se kod visinskog prirasta izrazito opaža njegov pad izmeđ u 6 i 9 godine, a nastup »druge kulminacije« izmeđ u 9 i 12 godine kod hrasta kitnjaka, odnosno izmeđ u 12 i 15 g. kod hrasta lužnjaka, to debljinski prirast u odlomku vremena od 6—12 g. zadržava jednaki prosječni iznos na godinu. Uzrok da ne postoji izrazit pad debljinskog prirasta nakon kulminacije i vidljiv nastup »druge kulminacije«, kako to biva kod visinskog prirasta, leži u tome, što je debljinski prirast mnogo osjetljiviji na razne vanjske utjecaje (zasjenjivanje, razni kalamiteti, išćenje, proreda itd.), te što mnogo aktivnije na njih reagira nego visinski prirast. Osim toga leži uzrok još i u tom, što su u obzir uzete aritmetičke sredine provedenih analiza stabala, a time su se navedene karakteristike u mnogome umanjile. Od važnosti je međutim znati, što je uzrokom porastu debljinskog prirasta brijesta u odlomku vremena od 27—36 g., kao i vrlo polaganom padu prirasta hrasta lužnjaka u istom odlomku vremena. Pretpostaviti se može da taj uzrok leži u provedenom išćenju sastojine prije 8 godina. Istaknuto je već naprijed da debljinski prirast vrlo brzo reagira na ovakove utjecaje.

Ako uporedimo tok prirasta u debljinu stabala iz sjemena sa tokom prirasta stabala iz panjeva, to iz tabele 4 i 9 i slika 5 i 6 vidimo da kod stabala iz panjeva nastupa kulminacija debljinskog prirasta do 3 g. života. U odlomku vremena od 1 odnosno 2 pa do 15 godine kod hrastova, a kod brijesta od 1 do 9 g. postoji najveći i prirast u debljinu. Naprotiv tomu kod stabala iz sjemena nastupa kulminacija kasnije, i to sa mnogo manjim inosom nego je to slučaj kod stabala iz panjeva. Kod stabala iz panjeva velika je »druge kulminacije«, koja međutim nije kod debljinskog prirasta tako izrazita kao kod visinskog, odgovara po svojoj veličini kulminaciji prirasta stabala iz sjemena. Sve navedeno se dobro opaža kod hrasta lužnjaka.

Kod visinske analize bilo je već istaknuto da je izbojna snaga panjeva brijesta i hrasta kitnjaka veća nego kod hrasta lužnjaka. To se još bolje vidi kod debljinske analize stabala, gdje je velika je »druge kulminacije debljinskog prirasta kod brijesta i hrasta kitnjaka veća nego kod hrasta lužnjaka. Osim toga iz debljinske analize stabala izlazi i to, da su za istu dob postignute debljine stabala iz panjeva veće od postignutih debljina stabala iz sjemena. Isto smo utvrdili za visine kod visinske analize stabala.

Preostaje nam još da razmotrimo tok debljinskog prirasta hrasta lužnjaka iz šume Leskovac i Vrapane B (slika 5,



krivulje II<sup>a</sup> i II<sup>b</sup> i tabela 9). Ako pustimo iz razmatranja kulminacije prirasta, to vidimo da je debljinski prirast stabala iz Leskovca gotovo uvijek manji od debljinskog prirasta stabala iz Vrap ane B. Uzrok malenom debljinskom prirastu stabala u šumi Leskovac leži u slabo razvijenim njihovim krošnjama. Tu je injenicu već davno utvrdio Pressler koji je našao da je debljinski prirast ovisan o veličini i jakosti krošnje kojoj je direktno proporcionalan. Ova injenica je kod nas nažalost slabo poznata. Slabo razvijene krošnje stabala u šumi Leskovac posljedica su nenjegovanja i neproreivanja sastojina. Taj propust najbolje se očituje na malenoj veličini prirasta u odlomku vremena izmeću 35—40 godine, u kojoj dobilinosi 2,4 mm na godinu, što je doista vrlo malo za ono prvo klasno tlo. Napominjem da taj minimalan prirast izmeću 35 do 40 g. nije uzrokovan kakvim kalamitetom (gubar, pepelnica). Tu injenicu slabog prirasta zbog neproreivanja sastojina najbolje dokumentuju stabla iz Vrap ane B. koja u tom odlomku vremena ne pokazuje nikakav pad prirasta, već naprotiv porast prirasta u debljinu. U odlomku vremena izmeću 40—45 g. prirast u debljinu se diže na iznos od prosječno 3,6 mm na godinu. Uzrok tog porasta je, kako sam već ranije spomenuo kod visinske analize, oslobađanje krošanja analizi ranih stabala od pritiska susjednih stabala i jačanje njihovih krošnje.

Ta analiza stabala u debljinu kao i visinska u Leskovcu jasno dokumentuju teške posljedice propusta neproreivanja sastojina u pravo doba.

### 3. Plošni prirast.

U toku plošnog prirasta spram debljinskog prirasta kod svih analiziranih stabala opaža se neko zakašnjanje. Karakteristično su dvije kulminacije — koje su nastupile kod visinskog, a donekle i kod debljinskog prirasta — ovdje se gube.

Ako promatramo tok plošnog prirasne krivulje hrasta kitnjaka iz panja (tabela 4, slika 7), to vidimo da kulminacija na stupa izmeću 33—36 g. sa iznosom od 8 cm<sup>2</sup> na godinu. No me utim nije ni to izrazito, jer se plošni prirast izmeću 39 do 42 g. ponovo diže na isti iznos. Isti slučaj vidimo i kod hrasta lužnjaka i brijesta iz panja gdje kulminacija nije još nastupila ni do 36 g. (tabela 4, slika 8 i 9). Hrast lužnjak i brijest pokazuju maksimalni iznos plošnog prirasta izmeću 33—36 g. i to hrast sa 11 cm<sup>2</sup>, a brijest sa 12,7 cm<sup>2</sup> prosječno na godinu.

Ako uporedimo tok plošnog prirasta stabala iz panjeva sa tokom prirasta stabala iz sjemena (tabela 4 i 9, slika 8 i 9),

to vidimo da je plošni prirast stabala iz panjeva u prvim godinama života mnogo veći nego kod stabala iz sjemena. Taj je i plošni prirast kod hrasta lužnjaka traje do 18, a kod brijesta do 8 godine. No me utim i poslije toga vidimo da je u daljnjem toku plošni prirast stabala iz panjeva do izvjesnog vremena veći od prirasta stabala iz sjemena. Naročito se to opaža kod brijesta koji itavim svojim tokom pokazuje mnoge nepravilnosti.

U pogledu plošnog prirasta analiziranih hrastovih stabala iz Vrapane B. i Leskovca (tabela 9, slika 8, krivulje II<sup>a</sup> i II<sup>b</sup>) isti u se sve bitne osobine koje su napomenute veći kod debljinskog prirasta, samo s tom razlikom, da su dotične osobine došle ovdje do još jačeg izražaja.

#### 4. Gromadni prirast i postotak gromadnog prirasta.

Izme u toka gromadnog i plošnog prirasta postoji velika sličnost. Radi toga se kod gromadnog kao i kod plošnog prirasta gube one karakteristike koje su se javljale kod visinskog, i debljinskog prirasta. U početku života stabala iz panjeva vidimo da je gromadni prirast malen, premda postoji u tom odtomku vremena velik prirast u debljinu i visinu. Uzrok tomu je još slabo razvijena krošnja stabala u mladosti. Uporedo s razvitkom krošnje i stvaranjem što većeg lisnatog plašta za tvorbu drva raste i gromadni prirast. Prema tomu vidimo da radi toga kulminacija kod hrasta kitnjaka nastupa istom izmeću 30—35 g. sa prosječnim iznosom od 0,01 m<sup>3</sup> na godinu (tabela 4, slika 10), dok kod hrasta lužnjaka i brijesta ne nastupa ta kulminacija ni do 35 godine. Najveći gromadni prirast kod hrasta lužnjaka iznosi prosječno 0,0123 m<sup>3</sup>, a kod brijesta 0,0112 m<sup>3</sup> na godinu (tabela 4, slika 11 i 12).

Iz upoređenja toka prirasta stabala iz panjeva sa tokom prirasta stabala iz sjemena (tabela 4 i 9, slike 11 i 12) izlazi, da je prirast stabala iz panjeva trajno veći od prirasta stabala iz sjemena. Mala nepravilnost koju brijest može se zaboraviti. Nadalje se iz upoređenja vidi i to, da je kod iste dobi drvna masa stabala iz panjeva trajno veća od drvne mase stabala iz sjemena.

Glede gromadnog prirasta analiziranih hrastovih stabala Vrapane B. i Leskovca vrijede i ovdje već opisane osobine koje se me utim u ovoj analizi najbolje isti u. Držim da nije potrebno napose opisivati gromadni prirast stabala iz Leskovca, nego je dovoljno pogledati njegov grafički prikaz (slika 11 II<sup>b</sup>), pa se može odmah vidjeti od kako je teških posljedica zanemarivanje proreivanja sastojina, odnosno prepuštanje razvitka sastojine samoj sebi.

Postotne krivulje odnosno postoci prirasta mase (slike 13 i 14 tabela 4 i 9) pružaju nam ove pojedinosti. U početku je postotak prirasta kod stabala iz panjeva i iz sjemena vrlo visok; sa starošću u naglo pada. To naglo padanje postotka prirasta traje do 20 godina, a u daljnjem toku života je mnogo polaganije.

Postotak prirasta mase kod hrastovih stabala iz panjeva pada mnogo bržim tempom nego kod stabala iz sjemena. On je kod stabala iz sjemena trajno veći i nego kod stabala iz panjeva. Kod brijesta nije me utim isti slučaj kao kod hrastovih stabala. Uzrok je tomu taj, što su brijestova stabla iz sjemena uzeta iz nenjegovane šume Leskovac. No me utim i brijestova stabla iz panjeva pokazuju od 25 godine tendenciju vrlo naglog padanja postotka prirasta (slika 14). Iz svega rečenoga izlazi da kod svih stabala, a pogotovo kod hrastova prirast uje drvena gromada stabala iz sjemena trajno veći im postotkom, nego kod stabala iz panjeva.

Ako uporedimo tok postotka prirasta hrastovih i brijestovih stabala iz Leskovca sa tokom postotka prirasta stabala iz Vrapane B. (slika 13 i 14, krivulje I<sup>a</sup> i I<sup>b</sup>), to vidimo da je isti kod stabala iz Leskovca više manje pravilan, s razloga, što je sastojina bila prepuštena samoj sebi, te što stabla nisu imala dovoljno snage za akciju i reakciju. Tek poslije 40 godine kod analiziranih hrastovih stabala dolazi do reakcije kada su krošnje stabala bile oslobođene od pritiska susjednih stabala. To se najbolje očituje u porastu postotka prirasta mase koji od 4,6% raste na 6,6%. Prema tome vidimo da nam i ova analiza postotnog prirasta dokumentuje potrebu što intenzivnijeg njegovanja i proreivanja sastojina, a s time i dizanja rentabilnosti gospodarenja.

### **III. O UZROCIMA ZNAČAJNOG TOKA PRIRASTA STABALA IZ PANJEVA.**

Pošto smo izložili tok prirasta stabala iz panjeva, koji je obilježen visokim iznosom u prvih 15 godina, a kod visinskog i debljinskog prirasta još i dvjema kulminacijama, nastaje pitanje: što uzrokuje nagli rast i karakterističan tok prirasta stabala iz panjeva?

Uzrok takvom toku prirasta kao i naglom rastu leži u fiziološkim zakonima. Prema mnogim istraživanjima (Hartig, Jost, Büsgen) nalazi se u korijenju stabala velika množina rezervnih hraniva. Nakon sječe stabala koja imaju još sposobnost tjeranja izdanaka potjera se u vrijeme vegetacione periode velika množina izdanaka iz panja. Kako smo iz analize stabala vidjeli, imaju ti izdanci najveći prirast u visinu i u de

bljinu u vremenu od prvih 6 godina. Uzrok ta'ko brzom rastu i velikom prirastu ima se pripisati rezervnim hranivima korijenja, koja odatle izdanci crpe<sup>4)</sup>.

Prema istraživanju Mulopulosa može se smatrati prirast stabala iz panjeva do 5, a u našim analizama do 7 godine kao suma autotrofnog prirasta, tj. prirasta koji stvara sam izbojak svojom krošnjom i korijenjem, i prirasta koji stvaraju rezervna hraniva u panju i korijenju. To ćemo sve najbolje razložiti na visinskom prirastu koji, kako smo ve ranije spomenuli, najslabije reagira na razne vanjske utjecaje u uporedbi sa drugim prirastima.

Rastavimo visinski prirast izbojaka u prvih 7 godina na autotrofni prirast i prirast uzrokovan rezervnim hranivima i razmotrimo svaki za sebe. Ako uzmemo kod razmatranja autotrofnog prirasta izdanaka u obzir i stabla iz sjemena kod kojih postoji samo taj prirast, te ako primijenimo rezultate toka autotrofnog prirasta stabala iz sjemena na autotrofni prirast izdanaka iz panja, to vidimo da je isti u prvim godinama života stabala vrlo malen. Sa staroš u on raste do izvjesnog vremena, postigne maksimalni iznos odnosno kulminaciju, a zatim pada. Nasuprot tome prirast uzrokovan rezervnim hranivima iz korijenja je u prve 3 godine vrlo velik, što se najbolje vidi iz provedenih analiza, ako odbijemo mali iznos autotrofnog prirasta od ukupnog prirasta u tome vremenu. Nakon toga vremena on naglo pada, te oko 7 godine potpuno nestaje, budu i da su se istrošila rezervna hraniva korijenja. Od tog vremena postoji samo autotrofni prirast koji raste uslijed razvijanja krošnje izdanaka, te postigne maksimum odnosno kulminaciju izme u 9—15 godine, ve prema vrsti drve a i do broti staništa. Ovaj maksimum autotrofnog prirasta odgovara našoj »drugoj kulminaciji«. Prema tome vidimo da je prva kulminacija rezultat sume autotrofnog prirasta i prirasta uslijed rezervnih hraniva, a druga kulminacija je rezultat samo autotrofnog prirasta. Tu tvrdnju potkrepljuje još i injenica da je »druga kulminacija« prirasta po svojoj veli ini jednaka veli ini kulminacije prirasta stabala iz sjemena, što se vrlo dobro vidi iz provedenih analiza prirasta stabala. Prva kulminacija je znatno ve a od »druge kulminacije« radi sume jednog i drugog prirasta.

Poslije ovog razmatranja možemo razumjeti zašto su kod iste dobi stabala postignute dimenzije kao: visina, debljina, temeljnica i masa stabala iz panjeva ve e od istih dimenzija stabala iz sjemena. Uzrok navedenom je u tom, što su spomenute dimenzije" kod stabala iz panjeva tvorevina autotrofnog prirasta i prirasta uslijed rezervnih hraniva, a kod stabala iz

<sup>4)</sup> Navedeno djelo str. 1.

sjemena su one tvorevina samo autotrofnog prirasta. Ta razlika u dimenzijama bi e to ve a uz jednake druge uvjete, što se nalazi ve a množina rezervnih hraniva akumuliranih u korijenu, odnosno što je ve i prirast uzrokovan tim hranivima.

#### IV. ZAKLJU AK.

Iz dosadanjeg razmatranja analiza prirasta stabala upoznali smo tok prirasta stabala iz panjeva, a ujedno i uzroke koji na nj utje u. Na temelju poznavanja prirasta koji je osnovka racionalnom šumskom gospodarenju, izveemo sada za klju ke za praksu.

Poslije sje e stabala u doba mirovanja koja imadu još sposobnost tjeranja izdanaka, potjera e u doba vegetacione periode oko 19—28 izbojaka. (Navedeni broj izdanaka ustanovio sam na sjeinama u šumi Leskovac). Visine i debljine tih izdanaka su razne. Visine se kre u od nekoliko decimetara do 1 m i više. Prirast svih tih izdanaka, kako smo ve spomenuli, osniva se na autotrofnom prirastu i na prirastu uzrokovanom rezervnim hranivima i korjenu. Od svih izdanaka koji crpu tu rezervnu hranu za svoj rast odnosno prirast, osta e kod hrasta i brijesta na panju do 30 odnosno 40 godine tek jedan ili najviše do dva izdanaka. Svi ostali izdanci e tokom života propasti. Zaključuju i prema dosadanjim istraživanjima u visokim šumama, bi e i tu izlivanje to brže i ja e, što je tlo bolje i što je ve i zahtjev vrste drve a na svjetlost. Ako uvažimo na vedeno, kao i to da je prirast izdanaka uzrokovan rezervnim hranivima to ve i, što je više istih akumulirano u korijenju, to dolazimo do slijede eg zaključka: Uz istu količinu rezervnih hraniva bi e rast, odnosno prirast pojedinih izdanaka to ve i odnosno on e to dulje trajati, što je manje izdanaka koji ta ista hraniva crpu. Prema tome trebalo bi odmah nakon toga što su izdanci iz panjeva potjerali, a iji broj je prili no velik (19—28), smanjiti na 4—5 najja ih izdanaka, odnosno drugim rije ima, treba provesti trijebljenje<sup>5</sup>). Tim postupkom odstranili bi velik broj izdanaka koji su i onako osu eni na propast tokom života, a sa uvali bi ve u množinu rezervnih hraniva za preostale izdanke. Kao posljedica toga trijebljenja bio bi mnogo ja i prirast preostalih izdanaka. Od kako povoljnih utjecaja je ja i prirast izdanaka uslijed rezervnih hraniva obzirom na dimenzije stabala, ve smo ranije razmotrili. Nakon 3 godine, kad op enito po ne prirast padati, može se broj izdanaka smanjiti od 5 na 2 najja a. Potrebним trijebljenjem ja amo preostale, izdanke, a pogotovo njihove krošnje, te tim polu u

<sup>5</sup>) Prof. Petra i dr. Andrija: Uzgajanje šuma II. dio str. 280.

jemo ravnotežu koja treba da postoji izme u korjena i krošnje stabala. Prema Presslerovim istraživanjima postoji ravnoteža izme u sistema korjena i množina liš a odnosno krošnje, te stabla nastoje sve nastale smetnje u tom smjeru svladati i izravnati.

Iza toga što su izdanci iz panja potjerali, ne postoji navedena ravnoteža izme u sistema korjena posje enog stabla i veli ine krošnje izdanka, jer je sistem korjena posje enog stabla mnogo ve i nego to odgovara krošnjama izdanaka. Da što prije dode do ravnoteže izme u korjena i krošnje, te da korjen što manje trpi uslijed narušenja iste, budu i da ne do biva onu množinu hraniva koja mu je potrebna obzirom na njegovu veli inu, stvara priroda veliki rast i prirast koji mi gore spomenutim postupkom još pospješujemo.

Poslije zadnjeg iš enja može se sastojina prepustiti sama sebi do 20 godine. U 20 godini treba pristupiti prvoj proredi. Ta proreda treba da je slaba da se stabla priu e na slobodniji položaj. Utjecaj prorede bi e od najve e važnosti za daljnji tok prirasta. To smo vidjeli iz provedenih analiza, gdje su analizi rana stabla niske šume u Leskovcu pozitivno reagirala na provedeno iš enje prije 8 godina. Tim postupkom sprije i emo nagli pad visinskog prirasta koji, kako smo vidjeli, nastupa oko 27 godine. Pad visinskog prirasta postoj a i dalje uslijed sve ve e starosti stabla, ali on ne e padati tako brzim tempom, kao kod neproredene sastojine. U pravo vrijeme provedena proreda utjeca e najpovoljnije na razvitak krošnje, odnosno na debljinski prirast koji, kako smo ve spomenuli, vrlo brzo reagira na takove uzgojne mjere. Poslije prve slabe prorede mogu se provadati daljnje ja e prorede i to nakon svake tre e godine, sve do ophodnje od 30 godina. Ako se to slu ajno po kaže kao nepodesno, može se provesti još jedna jaka proreda u 25 godini, a sje a itave sastojine izvesti u 30 godini.

Na temelju provedenih analiza prirasta u debljinu vidimo da srednje sastojinsko stablo u niskoj šumi ima u 30 godini debljinu bez kore oko 15 cm. Kako smo u po etku spomenuli, ni jedna sastojina u kojoj su vršena istraživanja nije bila nje govana odnosno prore ivana do 29. godine. Sigurno je da e navedenim mjerama kao trebljenjem, iš enjem i proredivanjem debljina srednjeg sastojinskog stabla biti znatno ve a od 15 cm. Može se sa sigurnoš u uzeti da e ona iznositi 19—20 cm, dakle da e u najmanju ruku odgovarati debljini srednjeg sastojinskog stabla sadanjih rtenjegovanih i neproredivanih sastojina koje se gospodare u ophodnji od 40 godina. Nije po trebno napose isticati od kolike je to nacionalno ekonomske koristi.

Osim istaknutih prednosti u debljini koje e uslijed pro re ivanja nastupiti dolazi u obzir još i prihod na drvu kojim

e se isto tako mo i pravoužitnici namirivati u ime ogrjevnog drva.

U uvodu sam napomenuo da bi ophodnja od 30 godina bolje odgovarala za proizvodnju ogrjevnog drva, te da je ona najpodesnija za uspijevanje niskih šuma na onom prvoklasnom tlu. Prvu tvrdnju smo dokazali, a sad emo nastojati dokazati i drugu. Provo enjem prorede ja amo ne samo krošnju, nego i korjen stabala, te emo tim postupkom posti i u 40 godini jako razvijen sistem korijenja. Nakon sje e stabala i porasta novih izdanaka bi e potreban dulji odlomak vremena da na stupi ravnoteža izme u tako jako razvijenog sistema korijenja i krošnje izdanaka. Uslijed toga dugog odlomka vremena nastupilo bi oslabljenje i propadanje korijenja. Osim toga što je ja e razvijen korjen, a uz njegovu sve slabiju otpornost, pruža on sve ve u mogu nost za napad gljiva i kukaca, a prema tomu stvara i opasnost za opstanak samih izdanaka. Ako se uzme u obzir osim navedenog da izdana ka snaga panjeva sa staroš u pada, te da je ona najja a u mladosti, to izlazi jasno da je ophodnja od 30 godina najpovoljnija za trajno postignu e što ve e koli ine ogrjevnog drva.

Sva provedena istraživanja o toku prirasta na srednjim sastojinskim stablima mogu se uglavnom primijeniti i na tok prirasta itave glavne sastojine. To primjenjivanje rezultata naših analiza na cijelu sastojinu, može se u našim istraživanjima to prije dozvoliti, što su uzimane aritmetiske sredine poje dinih analiza, pa su se time mnoge nepravilnosti umanjile. No me utim ipak e postojati stanovite manje razlike izme u toka obih prirasta radi toga, što je sastojina sastavljena od stabala raznih dimenzija koje razno utje u jedna na drugu, i razno reaguju na vanjske utjecaje.

Ako imamo u vidu sve rezultate istraživanja koja su se od nosila na niske šume kao i na visoku šumu u Leskovcu i Vrap ane B., dolazimo do slijede ih rezultata koje bi trebala da. uva ži uprava Brodske imovne op ine kod svog budu eg gospodarenja.' Prva je dužnost uprave Brodske imovne op ine da što prije pristupi valjanom njegovanju odnosno prore ivanju svojih šuma, kako visokih tako i niskih. Dobivenim materijalom od proreda podmiri e se potrebe pravoužitnika na ogrjevnom drvu, a time e se znatno umanjiti postoje i etatni vacuum. Druga zada a je sniženje ophodnje u niskim šumama od 40 na 30 godina. Ovim postupkom pove a e se godišnja sje iva po vršina, a bez štete po dimenzije drva, kako smo to iz naših razmatranja vidjeli, te e u znatnoj mjeri otpasti potreba pretvaranja vrijednih visokih šuma u malovrijedne niske. Kod nje govanja sastojina niskih šuma treba voditi brigu o tom, da hrastovi izdanci ne budu potisnuti odnosno upropašteni od grabovih izdanaka, što sam u sadanjim niskim šumama na

mного mjesta vidio. Valja znati da hrast daje ja e dimenzije stabala, a prema tome i više drvne mase od graba za istu starost (vidi tabelu 2).

Ako uprava Brodske imovne op ine uvaži istaknute rezultate ovog rada, držim, da e se sadanja velika potreba za og rjevom u znatnoj mjeri umanjiti, a osim toga e se di i i renta bilitet šumskog gospodarenja.

Na kraju ovih razmatranja želim još jednom naglasiti ogromni financijski gubitak uslijed prevo enja visokih šuma u niske. Zato e najbolje poslužiti šuma Vrap ana B., koja se danas prevodi u nisku šumu. Srednja starost sastojine ove šume kre e se oko 65 g., dok je debljina oko 32 cm u prsnoj visini. Prema prof. A. Petra i u<sup>6)</sup> esto panjevi hrasta lužnjaka ne tjeraju izdanke ni kod debljine panja 20—30 cm. Prema tomu trebalo je prije prevo enja visokih šuma u niske ispitati pokusom, da li su panjevi u šumi Vrap ane B. u stanju da potjeraju dobre izdanke. Iz navedenog izlazi, da je ova šuma prevalila dob tjeranja najja ih izdanaka iz panjeva, a što se najbolje o ituje na ranijim sje inama, gdje izdanaka iz panjeva gotovo i nema, a u koliko i postoje, vrlo su slabi. Uglavnom je itava površina obrasla pomlatkom brijesta iz sjemena.

Pustimo taj propust iz vida, te uzmimo u obzir rezultate naših analiza prirasta stabala. Iz tih analiza izlazi, da stabla Vrap ane B. priraš uju godišnje u debljinu za 3,2 mm i da je postotak mase prirasta 3%. Poznato je da se financijski efekt u hrastovim šumama prosu uje op enito po debljini stabala, te da su ona to vrednija, što su deblja. Imaju i u vidu veliki postotak prirasta mase stabala Vrap ane B., a osim toga još i znatan kvalitativni prirast koji sa debljinom raste, to se vidi kako je velik nacionalno e'konomska gubitak u tom, što se sijeku visoke hrastove šume koje se nalaze u naponu najboljeg ukama enja produktivnih kapitala uloženih u šumsko gospodarstvo. Umjesto visokih dižu se niske šume koje, kako smo iz analiza vidjeli, trajno priraš uju sa manjim postotkom mase, a osim toga ne postoji kod njih gotovo nikakav kvalitativni prirast. Jasno je dakle da niske šume mnogo slabije ukama uju produktivne kapitale nego visoke šume, te su radi toga i od manje rentabilnosti.

Na temelju svega dosad izloženog dolazimo do zaključka, da se treba klonuti, ako je ikako mogu e, gospodarjenja u niskim šumama i prije i u gospodarjenje sa visokim šumama.

<sup>6)</sup> Uzgajanje šuma II. dio str. 276.



## V. ZUSAMMENFASSUNG

Wegen Mangel an Brennholz barannëp einigg'^^Mënsri-gen Vermögensgemeinden ihre hochwtötlgjeÄ bestände in Niederwaldbestände überzmûh/llîLMi^^ë Ueberführung stellt nach Meinung des Vërfassers"^^^ grossen national-ökonomischen Verlust dar, weil sich die erwähnten Bestände auf den erstklassigen, für Ackerbau geeigneten und das Optimum für die Eiche repraesentirenden Böden befinden. Damit die Vermögensgemeinden von dieser Ueberführung Abstand nehmen und auf eine andere Art zum notwendigen Brennholze kommen könnten, hat der Verfasser Untersuchungen des Zuwachsganges in einem reinen Niederwaldbestande der Traubeneiche sodann in einem teils aus Stieleiche teils auch aus einigen anderen Laubholzarten bestehenden Niederwaldbestände und zuletzt auch in zwei hauptsächlich aus Stieleiche bestehenden Hochwaldbeständen angestellt. Es sollte dabei der Zuwachsgang der Stockausschlagbäume mit dem Zuwachsgange der aus Samen entstandenen Bäume verglichen werden.

Die erste Untersuchung wurde angestellt in dem 44 Jahre alten und der Gemeinde Desinec angehörigen Niederwaldbestande »Gloš ak«. Sodann folgten die Bestände »Leskovac« und »Vrap ana« (Eigentum der Broder Vermögensgemeinde), die sich bei der Stadt Vinkovci im Bosutflussgebiete befinden. Zur Untersuchung (im Wege der Stammanalysen) wurden je 4—6 teils Bestandesmittelstämme teils Klassenmittelstämme ausgesucht. Aus den an Bestandesmittelstämmen gewonnenen Resultaten wurde das arithmetische Mittel genommen.

Auf diesem Wege stellte der Verfasser fest, dass die Kulmination des Höhen und Stärkenzuwachses bei Niederwaldeichen in der Zeit vom 0. bis zum 15. Altersjahre stattfindet, sowie dass der Grundflächen und Massenzuwachs im Alter von cca 40 Jahren kulminiert. Der Verfasser kommt weiter zum Schlüsse, dass — bei der grossen Menge von Trieben, die nach dem Fällen des Mutterbaumes aus dem Stocke austreiben — es notwendig ist, eine Reinigung auszuführen, sowie dass es genügt, überall 4—5 Triebe am Stocke stehen zu lassen. Nach 3—4 Jahren muss diese Zahl auf 2 reduziert werden. Ausserdem kommt der Verfasser zum Schlüsse, dass für die Niederwaldungen die 30 jährige Umtriebszeit als vorteilhafteste und rentabelste erscheint und dass vom 20. Jahre an jedes 3. Jahr eine intensive Durchforstung notwendig ist.

Der bisherige Betrieb in den Niederwaldungen der Broder Vermögensgemeinde wurde mit je einer Umtriebszeit von 40 Jahren geführt. Durch Herabsetzen der Umtriebszeit von 40 auf 30 Jahre, welche Massnahme für dortige Verhältnisse jedenfalls die bestgeeignete ist, wird die jährliche Schlagfläche

vergrössert werden und kann dadurch die Notwendigkeit der Ueberführung von Hochwaldbeständen in Niederwaldbestände wegfallen. Ferner empfiehlt der Verfasser, nicht die Weissbuche, sondern die Eiche bei der Pflege bzw. Durchforstung zu begünstigen, weil die Eiche bei demselben Alter ein grösseres Holzmassenquantum erzeugt.

Ausser dem angeführten empfiehlt der Verfasser intensivere Durchforstungen in den Eichenhochwaldbeständen und beweist mit Stammanalysen, von welch schweren Folgen deren Unterlassungen begleitet werden.

Aus dem Vergleiche der Stammanalysenresultate betreffend sowohl die aus Samen als auch die aus Stöcken entstandenen Bäume geht hervor, dass die aus Samen entstandenen Bäume beständig grössere Massenzuwachsprozente aufweisen, als es bei den Stockausschlägen der Fall ist. Zieht man noch den Qualitätszuwachs in Betracht, welcher bei Eichenstämmen aus Samen mit der Stammstärke wächst, dagegen bei Stämmen aus Stöcken fast gar nicht festzustellen ist, so ist einleuchtend genug, dass die Hochwälder der Eiche besseren Wertzuwachs haben und die Produktionskapitalien daher besser verzinsen, als die Eichenniederwälder, dass demzufolge die Eichenhochwälder auch rentabelere sind. Auf Grund des angeführten kommt der Verfasser zum Schlüsse, dass man bei der Eiche vom Niederwaldbetriebe möglichst absehen und zum Hochwaldbetriebe übergehen soll.

Tabela 1

Površina primjerne plohe	Naziv	Tip šume	Površina primjerne plohe	Ekspozicija	1 <sup>CF</sup> "j*fp"
			ha		
1	Glošak •	Niska šuma hrasta kitnjaka	2,0800	SI	15°
2	Leskovac	Niska šuma hrasta lužnjaka i graba	0,5000	E J I	ravno
3	Leskovac	Visoka šuma hrasta lužnjaka	0,5000	-	ravno

Tabela 2

Prsni pron u cm	Broj stabala na plohi broj										Svega	
	1	2				3						
	ti	o	s	o	g	g	«	tsi	o	o		
6		1		58	6	65	7		1	11	8	
8		1	-	74	8	83	21	H <sup>3</sup>	8	30	7	i
10	25	1	1	89	12	103	37	i	3	41	8	i <sup>o</sup> s <sup>o</sup>
12	65	9	2	103	15	129	34	2	5	41	3	s <sup>o</sup>
14	144	6	4	52	9	71	53	2	3	58	2	« <sup>o</sup>
16	186	14	8	23	8	53	"37	1	1	39	1	i <sup>o</sup> I <sup>o</sup>
18	189	16	1	9	3	29	40	3	2	45		i <sup>o</sup> a,
20	236	9	4	2	4	19	35	1	3	39	1	o. a,
22	126	14	3	3	-	20	23	4	4	31	1	o. a,
24	119	7	3	1	2	13	19	1	3	23	-	B
26	81	6	1	1	-	8	18	3	2	23	-	o. a,
28	56	2	2	-	-	4	6	3	4	13	-	a
30	27	2	2	-	-	4	2	1	3	6	-	a <sup>o</sup>
32	16	3	-	-	-	3	3	2		5	-	.5 a <sup>o</sup>
34	3	1				1	2	1	1	4	-	s f
36	1					1	1	1	2	2	-	Q
38		2				2	2		2	2	-	o
40		2	-	-	-	2		-	-		-	o
42		3				3					-	o
44	-	4		"d/H	-	4	• T	-	-		-	o
Svega	1274	103	31	415	67	616	340	29	44	413	31	o

Tabela 3

Pokusno stablo	Pokusno stablo			Visina prerezbe od zemlje	Broj godova ni	Broj godina za postignuti pr	Promjer bez kore u godini								Zadnj	M <sub>0</sub> fe*			
	Prsni promjer s korom	Ukupna visina	Starost				Visina prerezbe od zemlje	Broj godova ni	Broj godina za postignuti pr	5	10	15	20	25			30	35	40
										cm	m	god	m	god			god	cm	cm
3 O O 3 c a. G S K	20,2	20,0	44	0,3	44	–	4,6	8,4	11,9	14,6	16,9	18,9	20,4	21,7	22,7	24,7			
				1,3	43	1	3,5	6,8	9,9	11,9	13,9	15,4	16,5	17,6	18,4	20,2			
				3,3	41	3	1,5	5,2	8,5	10,5	12,5	14,0	15,2	16,0	16,8	18,5			
				5,3	38	6	–	3,2	7,0	9,4	11,5	13,2	14,5	15,5	16,3	17,8			
				7,3	35	9	–	0,6	4,6	7,1	9,8	11,8	13,2	14,3	15,2	16,7			
				9,3	32	12	–	–	1,8	4,1	6,9	9,2	11,1	12,5	13,7	15,2			
				11,3	28	16	–	–	1,8	4,4	6,8	8,8	10,5	11,7	13,0				
				13,3	22	22	–	–	1,8	4,3	6,4	8,1	9,4	10,6					
				15,2	18	26	–	–	–	1,8	3,8	5,7	7,0	7,8					
				17,2	12	32	–	–	–	–	–	1,0	3,0	4,3	4,8				
19,3	5	39	–	–	–	–	–	–	–	0,3	1,4	1,6							
3 O O 3 c a. G S K	20,5	20,3	43	0,3	43	–	4,3	7,2	9,7	12,2	14,2	16,8	19,3	21,5	23,2	25,2			
				1,3	42	1	3,0	5,7	7,8	9,8	11,5	13,4	15,6	17,3	18,6	20,5			
				3,3	40	3	1,4	4,4	6,7	8,7	10,4	12,0	14,6	15,6	16,8	18,4			
				5,3	37	6	–	2,6	5,6	7,8	9,6	11,4	13,7	14,9	16,0	17,6			
				7,3	33	10	–	–	3,7	6,4	8,8	10,6	12,8	14,1	15,3	16,7			
				9,3	30	13	–	–	1,4	4,2	7,0	9,4	11,7	13,1	14,3	15,6			
				11,3	26	17	–	–	–	1,5	4,3	6,9	9,4	11,0	12,3	13,4			
				13,3	21	22	–	–	–	–	1,9	4,2	6,9	8,6	10,0	10,9			
				15,3	17	26	–	–	–	–	–	1,6	4,2	6,1	7,5	8,3			
				17,3	11	32	–	–	–	–	–	–	1,2	3,3	4,8	5,3			
19,3	4	39	–	–	–	–	–	–	–	–	0,3	1,8	2,0						

Tabela 4

Aritmetiski srednje stablo	Starost	Visina	Visinski prirast	Debljina u prsnjoj visini bez kore	Debljinski prirast	Kružna ploha u prsnjoj vi- sini bez kore	Plošni prirast	Starost	1 Drvna gro- mada bez kore	Gromadni prirast	Postotak gromadnog prirasta
	god	m	cm	mm	cm <sup>2</sup>	god	m <sup>3</sup>				
Hrast lužnjak iz panja u Leskovcu			80	0,8	8,0	0	0,7				
	3	2,4	77	3,1	7,7	8	2,4	5	0,0013	0,0003	52,1
	6	4,7	63	5,2	7,0	4,3					
	9	6,6	67	7,3	7,0	21	7,0	10	0,0106	0,0053	28,5
	12	8,6	70	9,2	6,3	42	8,0	15	0,0372		
	15	10,7	47	10,5	4,3	66	7,0	20	0,0662	0,0058	12,3
	18	12,1	37	11,6	3,7	87	6,3				
	21	13,2	43	12,6	3,3	10b	6,7	25	0,1022	0,0072	9,0
	24	14,5	50	4,0	126	8,0					
	2I	16,0	43	13,8	4,7	150	10,7	30	0,1606	0,0117	9,4
	30	17,3	30	4,3	182	10,3					
	33	18,2	27	16,5	4,0	213	11,0	35	0,2221	0,0123	6,7
36	19,0		17,7	246							
Hrast kitnjak iz panja u Glošaku	3	3,3	11U	1,8	9,0	3	1,5	5	0,0024	0,0005	38,8
	b	5,3	67	3,8	6,7	12	3,0				
	9	6,9	53	5,6	6,0	25	4,3	10	0,0128	0,0021	21,6
	12	8,9	67I	7,4	6,0	43	6,0				
	15	10,6	57	8,8	4,7	43	6,0	15	0,0343	0,0043	12,0
	18	11,8	40	10,0	4,0	61	6,0				
	21	12,8	33	11,2	4,0	79	6,7	20	0,0599	0,0051	9,7
	24	14,3	50	12,3	3,7	99	6,7				
	27	15,7	47	13,4	3,7	119	7,3	25	0,0949	0,0070	7,4
	30	16,7	33	14,4	3,7	141	7,3				
	33	17,6	30	15,4	3,3	163	7,7	30	0,1352	0,0081	6,6
	36	18,4	27	16,3	3,3	186	7,7				
	39	19,3	30	17,1	3,0	210	8,0	35	0,1852	0,0087	4,3
	42	19,9	20	18,0	2,7-	230	8,0				
Brijest iz panja u Leskovcu	3	3,3	110	1,9	9,5	3	-1,5 j	5	0,0030	0,0006	30,2
	6	5,9	87	4,0	7,0	13	3,3				
	9	7,1	40	5,6	5,3	25	4,0	10	0,0113	0,0017	16,1
	12	8,8	53	6,7	3,7	35	3,3				
	15	10,6	60	7,7	3,3	47	4,0	15	0,0235	0,0024	12,8
	18	12,4	60	8,6	3,0	58	3,7				
	21	13,8	47	9,7	3,7	74	5,3	20	fi 0J.9Q	0,0063	11,6
	24	15,0	40	10,8	3,7	92	6,0				
	27	16,7	57	12,3	5,0	119	9,0	25	0,0745	0,0097	11,1
	30	17,8	37	14,0	5,7	154	11,7				
	33	18,5	23	15,4	4,7	186	10,7	30	0,1232	0,0112	7,8
	36	19,4	30	16,9	5,0	224	12,7				

Tabela 5

Pokusno stablo				Z /isina prerez od zemlje	3 g o o e e Z	D i o j g o d i n a z k o s t i g n u t i p r i	Promjer bez kore u godini								M O D U L O
O i	Pr s n i p r o m j e r s k o r o m	J k u p n a v i s i n a	S t a r o s t				5	10	15	20	25	30	35	Z a d n j o j	
	cm	m	god	m	m	god	cm								
P e t r o v i c k i P e t r o v i c k i M o n a s t i n a	20,5	18,8	37	0,35	37	—	2,8	6,3	10,9	14,1	16,6	21,2	24,5	25,6	27,3
				1,30	35	2	2,2	5,8	8,8	10,8	12,6	15,6	17,9	18,8	20,5
				3,30	33	4	0,7	3,8	7,0	9,4	11,1	13,6	15,5	16,3	17,6
				5,30	30	7	—	2,3	6,5	9,2	10,9	13,3	15,2	16,0	17,2
				7,30	27	10	—	4,8	7,9	9,9	12,6	14,4	15,2	16,4	
				9,30	24	13	—	1,8	5,4	7,9	11,1	13,2	14,0	15,2	
				11,30	21	16	—	2,4	5,4	9,2	11,5	12,4	13,7		
				13,30	16	21	—	2,4	6,3	8,8	9,8	11,0			
				15,30	11	26	—	3,0	5,8	7,0	8,0				
16,30	8	29	—	0,8	3,6	5,1	6,0								
M o n a s t i n a	19,5	19,8	37	0,35	37	—	2,7	7,3	12,0	14,5	16,7	18,6	20,4	22,1	24,0
				1,30	35	2	2,5	5,9	9,6	11,8	13,5	14,9	16,5	17,6	19,5
				3,30	33	4	1,0	4,6	8,3	10,3	12,0	13,6	15,0	15,7	17,0
				5,30	30	7	—	3,4	7,2	9,0	11,0	12,7	14,2	14,8	16,4
				7,30	27	10	—	4,4	6,5	9,1	11,0	12,9	13,5	15,2	
				9,30	24	13	—	1,8	4,0	6,9	9,6	12,0	12,7	14,0	
				11,20	21	16	—	1,7	5,4	8,2	10,6	11,4	12,9		
				13,20	16	21	—	2,8	6,0	8,5	9,4	11,0			
				15,20	12	25	—	3,6	6,3	7,4	8,6				
17,10	9	28	—	1,2	3,7	4,8	5,3								
17,60	8	29	—	0,6	3,0	4,1	4,5								

Tabela 6

V st i tek. broj	Pokusno stablo			Visina prereza od zemlje	Broj godova u prerezu	Broj godina za postignuti pri	Promjer bez kore u godini								Zadnjoj
	Prsni promjer s korom	Ukupna visina	Starost				5	10	15	20	25	30	35		
	cm	m	god				m	god	cm						
Q=BS Z Q.E. d 3 B E V o u s	19,4	19,3	37	0,35	37	-	4,4	7,0	9,0	11,3	14,0	17,4	20,5	22,4	24,4
				1,30	36	1	3,1	5,4	7,1	8,9	11,2	13,7	16,0	17,5	19,4
				3,30	34	3	1,4	4,0	5,8	7,4	9,4	11,5	13,4	14,5	16,0
				5,50	31	6	%βi	1,8	4,5	6,8	8,6	10,5	12,4	13,5	14,8
				7,50	27	10	!gr	3,0	5,3	7,5	9,4	11,5	12,4	13,8	
				9,50	24	13		1,4	3,7	5,7	8,1	10,2	11,2	12,7	
				11,50	21	16		-	1,5	3,6	6,5	9,0	10,2	11,3	
				12,50	19	18			0,8	2,8	5,7	8,3	9,5	10,4	
				13,50	16	21				1,8	4,3	7,0	8,4	9,3	
				15,30	12	25					2,2	4,8	6,1	6,6	
ta 3 Z Q.E.S. d 03	19,5	19,9	37	0,35	37	-	4,5	7,8	9,7	11,4	14,3	17,8	20,3	21,7	23,6
				1,30	36	1	3,7	6,6	8,2	9,8	11,4	14,4	16,7	17,7	19,5
				3,30	34	3	2,2	4,7	6,5	8,1	10,3	12,3	14,4	15,3	16,7
				5,30	33	4	Q,6	3,0	5,2	7,1	9,6	11,8	13,6	14,5	15,8
				7,30	28	9	III	0,7	3,6	6,0	8,6	10,8	12,4	13,5	14,8
				9,30	24	13		-	1,4	4,3	7,0	9,4	11,2	12,3	13,4
				10,40	22	15			ili	3,3	6,0	8,5	10,4	11,4	12,4
				11,30	20	17				2,6	5,2	7,6	9,5	10,6	11,5
				13,30	18	19				0,6	3,2	5,7	7,8	8,9	9,6
				15,20	13	24					0,6	3,7	5,8	6,8	7,4
17,20	10	27						1,5	3,4	4,4	4,8				

Tabela 7

Pokusno stablo				Visina prereza od zemlje	V <sub>g</sub>	V <sub>g</sub> /V <sub>0</sub>	Broj godina z postignuti prt	Promjer bez kore u godini										S o o Js! 2000
Vrst i tek. broj	Prsni promjer s korom	Ukupna visina	Starost					5	10	15	20	25	30	35	40	45	Zadnjoj	
	cm	m	god															
X 5555	17,8	17,8	50	0,3	47	3	0,7	4,4	5,9	7,7	9,2	11,3	14,1	15,4	17,9	19,3	20,5	
				1,3	44	6	Vp	2,9	4,0	6,1	7,3	9,5	11,2	12,7	14,9	16,2	17,8	
				3,3	42	8		1,2	2,5	4,5	6,2	8,1	10,1	11,2	13,3	15,2	16,8	
				5,3	39	11		—	2,0	4,1	5,9	7,5	9,4	10,8	12,6	14,1	15,5	
				7,3	35	15			—	2,7	4,6	6,7	8,1	9,6	11,3	12,7	14,3	
				9,3	29	21					1,6	4,2	6,1	7,6	9,9	11,3	13,0	
				11,3	24	26					0,3	2,0	3,4	4,4	7,6	10,1	11,7	
				12,3	22	28					—	0,6	2,1	3,4	6,7	8,8	10,1	
				13,2	16	34							0,7	1,8	4,7	7,6	8,8	
				14,9	8	42									1,5	2,8	3,3	
X 5555	17,8	17,8	49	0,3	46	3	0,9	5,2	7,8	10,0	13,0	14,8	16,8	17,8	19,6	20,5	21,7	
				1,3	43	6	—	3,2	5,6	7,5	10,2	11,9	13,5	14,4	15,7	16,6	17,8	
				3,3	41	8		0,9	2,8	4,9	7,7	10,3	12,0	12,7	14,2	15,0	16,2	
				5,3	36	13			1,1	3,1	6,0	8,8	11,0	11,9	13,3	14,1	15,4	
				7,3	32	17				1,7	4,7	7,2	9,9	10,9	11,9	12,5	13,8	
				9,3	30	19				0,2	3,1	6,1	8,3	9,3	11,1	11,9	13,0	
				11,3	25	24				—	0,2	2,1	4,7	6,1	8,1	9,1	10,1	
				12,2	22	27					—	1,1	3,9	4,9	6,6	7,3	8,2	
				13,6	17	32							1,2	2,0	2,8	3,5	3,9	
				15,6	8	41									1,3	2,2	2,5	



Tabela 8

Pokusno stablo				Visina prereza od zemlje	Broj godina za postignuti pr<	Promjer bez kore u godini										Zadnjoj		
Prsni promjer s korom	Ukupna visina	Starost	Visina prereza od zemlje			5	10	15	20	25	30	35	40	45	50			
cm	m	god	m	god	cm													
21,1	18,9	54	0,3	54	-	1,7	4,6	9,2	13,8	16,4	17,1	17,9	19,4	21,0	22,1	23,3	24,1	
			1,3	52	2	1,6	4,5	8,1	10,8	12,2	12,9	13,5	14,9	16,4	17,7	18,8	21,1	
			3,3	49	5	-	3,8	6,7	9,5	11,1	11,9	12,9	14,4	15,7	16,9	18,4	19,5	
			5,3	47	7		1,7	5,2	7,8	9,6	10,7	12,1	13,7	14,9	16,2	17,4	19,0	
			7,3	44	10		-	2,8	5,6	7,8	9,2	11,0	12,4	13,8	15,2	16,4	18,0	
			9,3	40	14			0,3	3,2	5,6	7,4	9,6	11,2	12,4	13,8	14,8	16,7	
			11,3	36	18			-	0,6	3,2	5,0	7,1	9,4	10,7	11,9	12,8	14,4	
			13,3	32	22				-	0,5	2,4	4,6	6,8	8,0	9,2	10,2	11,5	
			14,3	28	26					-	0,6	2,5	4,4	5,7	5,6	8,1	9,4	
			16,3	21	33							0,3	1,2	2,4	3,7	4,3	5,2	
17,3	16	38									0,2	0,7	1,7	2,4	3,6			
18,7	20,2	55	0,3	55	-	2,7	4,8	8,0	10,6	13,0	14,7	16,8	18,4	19,6	20,4	21,4	23,3	
			1,3	53	2	1,3	4,1	6,1	8,3	10,0	11,4	13,4	14,9	15,9	16,8	17,3	18,7	
			3,3	50	5	-	2,4	4,4	6,5	8,2	10,0	11,8	13,0	14,2	14,8	15,6	17,3	
			5,3	47	8		1,1	3,5	5,4	7,5	9,0	11,3	13,0	14,0	14,5	15,0	16,7	
			7,3	43	12		T v	1,2	3,6	5,4	7,3	9,8	12,2	13,5	14,2	14,5	16,0	
			9,3	38	17			i	0,8	3,2	5,2	7,5	10,5	12,0	12,5	13,1	14,8	
			11,3	32	23					0,8	2,5	4,8	8,2	9,8	10,5	11,2	12,6	
			12,3	29	26						-	0,9	3,3	6,9	8,7	9,4	10,2	11,7
			14,1	21	34							-	0,4	4,3	6,2	7,3	8,0	9,2
			16,1	18	37									1,5	3,4	4,7	5,6	6,6
17,1	16	39									0,2	1,9	3,2	4,2	5,0			
18,1	11	44										0,4	1,6	2,6	3,6			

Tabela 9

Arifmetički srednje stablo	Starost	Visina	Visinski prirast	Debljina u prsnoj vi- sini bez kore	Debljinski prirast	Kruž. ploha u prsnoj visini bez kore	Plošni prirast	Drvena gromada bez kore	Gromadni prirast	Postotak gromadnog prirasta
	g o d.	m	cm	mm	cm <sup>2</sup>	m <sup>3</sup>	m <sup>3</sup>			
Hrast iz sjemena u Vrap ani B.	0		16							
	5	0,8	44	—	5,5			0,0001		
	10	3,0	60	2,2	7,0	4	1,0	0,0011	0,0002	
	15	6,0	46	5,7	6,8	26	4,4	0,0083	0,0014	47,7
	20	8,3	22	9,1	3,8	65	7,8	0,0291	0,0042	27,2
	25	9,4	62	11,0	4,6	95	6,0	0,0478	U,uuu3/ u,uuoa	11,0 11,1
	30	12,5	36	13,3	4,8	139	8,8	0,0791	0,0105	16,6
	35	14,3	22	15,7	5,0	194	11,0	0,1314	0,0132	8,8
	40	15,4	30	18,2	4,4	260	13,2	0,1976	0,0157	6,9
	45	16,9	16	20,4	3,2	327	10,6	0,2762	0,0116	3,9
	50	17,7	14	22,0	3,8	380	13,8	0,3342	0,0137	3,8
	55	18,4	20	23,9	4,4	449	17,2	0,4028	0,0183	4,1
	60	19,4	24	26,1	3,2	535	13,6	0,4944	0,0156	2,9
	65	20,6		27,7		603		0,5723		
	Hrast iz sjemena u Leskovcu	0		16						
5		0,8	76		7,5	—			0,0003	
10		4,6	40	3,0	3,6	7	1,7	0,0017	0,0007	25,1
15		6,6	56	4,8	3,8	18	2,2	0,0052	0,0017	19,3
20		9,4	36	6,7	4,0	35	3,4	0,0137	0,0033	15,5
25		11,2	36	8,7	4,0	59	4,8	0,0301	0,0048	11,9
30		13,0	12	10,7	3,2	90	6,2	0,0540	0,0059	8,9
35		13,6	20	12,3	2,4	119	5,8	0,0833	0,0042	4,6
40		14,6	40	13,5	3,6	143	4,8	0,1043	0,0079	6,6
45		16,6		15,3		184		0,1440		
Brijest iz sjemena u Leskovcu	0		66		4,7		0,7		0,0001	
	5	3,3	70	1,4	5,8	2	2,6	0,0003	0,0009	
	10	6,8	48	4,3	5,6	15	5,0	0,0049	0,0029	31,0
	15	9,2	42	7,1	4,8	40	6,2	0,0195	0,0042	15,6
	20	11,3	36	9,5	3,2	71	5,2	0,0407	0,0045	9,5
	25	13,1	26	11,1	2,0	97	3,6	0,0631	0,0043	6,5
	30	14,4	24	12,1	2,6	115	5,2	0,0847	0,0067	7,2
	35	15,6	38	13,4	3,0	141	6,6	0,1183	0,0091	6,8
	40	17,5	14	14,9	2,4	174	6,0	0,1637	0,0075	4,2
	45	18,2	14	16,1	2,4	204	6,2	0,2014	0,0065	2,9
	50	18,9		17,3		235		0,2340		

UOIQI s iafuiojj			æoHoo in CM^ CO CD S^ O M E N M M M H H H H	oqca qoqca o^ uq^ A oq^ A ca yf M^ C C M M M E N M M M M M
	fo upBZ		t- O r^ m^ flf l m CM r CM CM E C C M M M M M M M M M	CM co uq co < q co co co q q E C C M M M M M M M M M
	W		in in co _ o © q © ca ca E C C M M M M M M M M M	en ca Titci oqca _ A © > A ca o E C C M M M M M M M M M
	8		> T O > oqin ca^ > ^ cqr^ A oe E C C M M M M M M M M M	CM O if ca q CM CM M H^ ca CM A E C C M M M M M M M M M
c	8		^ - w q o ^ æ i q q H n q E N C M M N - H H H	CM CE > T O C O O M i O M t o i R T R T E C M M M M M M M M M
	o		in æ ^ A o co æ q o CM T: T E M M M M M M M M M M	it CO CO CM O > O^ 00 05 0 E C M M M M M M M M M
kore u	Y		^ fca qca qat^ in E C C O O O H co^ A^ it^	CM M M M M M M M M M M
	o	cm	EM-omoco3(Ot-o)co @ E M M M M M M M M M M	CM M M M M M M M M M M
Promjer b vZ	8		ca in < q en CM ca co ca i E M M M M M M M M M M	rt_ o o^ A N n ^ i E M M M M M M M M M M
	8 .		ca q i A T f i E M M M M M M M M M M	oo in CM it co M^ CM^ o^
	8		G M M O O   E M M M M M M M M M M	m o > A ca - rt i E C M M M M M M M M M
	8		0; ; 0; 0; . - i i	oa ca qca MO i A^ i E C M M M M M M M M M
	8		O O M I E C M M M M M M M M M	O O M I E C M M M M M M M M M
	O		M O I E C M M M M M M M M M	CM E C M M M M M M M M M
	m		S I	I O
zsjaid iitiSjiod EZ Bupos [cug		god.	coco-rtio_ aocM^ T jia E M M M M M M M M M M	CM M M M M M M M M M M
nz3j9jd n BAopoS foag			cocooco^ a o _ a > ^ a > a E C C M M M M M M M M M	CO O O O O O O O O O O E C C M M M M M M M M M
9jU9Z po BZ9.9.id BUSY		S	ca ca ca ca ca q t a ^ ^ ^ ^ < CO CO E M M M M M M M M M M	ca ca ca ca ca ca ca ca ca ca ca E M M M M M M M M M M
Pokusno stab	1S0JBJS	god.	0 >	8
	BUSIA Budnšin	s	20,80	9 M
	UOQI S Jafuioid iusj	cm	33,0	31,0
fojq -jja^ i ;SJA			*g IUBodBJA n BU9U9S ZI JIHtuznj JSBJH	*g IUBodBJA n BU9U9S ZI JIBUznj }SBJfj



**Höhenwachstums — und Zuwachskurven**  
**Stieleichen aus Samen ( |a , |b )**  
**Stieleiche, Stockausschlag**

Sl. 3

Höhenwachstums — und Zuwachskurven

————— Ulme aus Samen  
Ulme, Stockausschlag



SI. 5

**ENCêimiewtiNFIWI<sup>^</sup>.<sup>^1\*</sup>!»\* Zuwaohskurven**

- Stieleichen aus Samari (I», I<sup>b</sup>)
- — Stieleiche, Stockausschlag



**Sl. 6**

**Dickenwachslums — und Zuwachskurven**

**Ulme aus Samen**

**Ulme, Stockausschlag**



**Sl. 8****Flächenwachstums — und Zuwachskurven****Stieleichen aus Samen (1», 1<sup>b</sup>)****Stieleiche, Stockausschlag**

**FlächenWachstums — und Zuwachskurven**

— — — **Ulme aus Samen**

**Ulme, Stockausschlag**



SI. 11

Massenwachstums — und Zuwachskurven

· Stieleichen aus Samen ( $a$ ,  $b$ )  
— \_ Stieleiche, Stockausschlag

#

## SI. 12

Massenwachstums — und Zuwachskurven

——— Ulme aus Samen  
— Ulme, Stockausschlag

. SI...13

**Zuwachsprozentkurven**

**Tjrr-f. 7n-in Stieleichen aus Samen ( 1«, )**

— säjM — Stieleiche, Stockausschlag

— •—•—' Traybénwche! **Stockausschlag**



SI. 14 I

**Zuwachsprozentkurven**

————— **Ulme aus Samen**  
**Ulme, Stockausschlag**



PROF. Dr. ANDRIJA PETRA I :

# ISTRAŽIVANJA O STRUKTURI I PRI HODU BAGREMOVIH KOLOSJEKA

## UNTERSUCHUNGEN UEBER DIE STRUKTUR UND DEN ER TRAG DER ROBINIENPFAHLWAELDER)

### SADRŽAJ (INHALT):

- I. Pojam kolosjeka — Begriff des Pfahlwaldes.
- II. Objekt na kojem su provedena istraživanja — Das Untersuchungsobjekt.
- III. Stanišni i sastojinski faktori na primjernoj plohi — Die Standort und Bestandesfaktoren an der Versuchsfläche.
- IV. Rezultati sje a — Die Schlagresultate.
  1. Na kraju prve ophodnje (1924—1928) — Am Ende des ersten Umtriebes (1924—1928).
  2. Na kraju druge ophodnje (1929—1933) — Am Ende des zweiten Umtriebes (1929—1933).
  3. Broj panjeva i broj izbojaka na pojedinom panju — Anzahl von Stöcken und von deren Trieben.
  4. Struktura bagremova kolosjeka — Die Bestandesstruktur.
  5. Podaci o drvnom prihodu — Angaben über den Holzterrag.
    - a) Podaci o izra enom vinogradskom kolju — Angaben über den Anteil an Weinpfählen.
    - b) Podaci o izra enim pritkama — Angaben über den Anteil an Bohnenstangen.
    - c) Podaci o množini granja — Angaben über die Reisigholzmenge.
    - d) Rekapitulacija.
- V. Rezultati ksilometriranja — Xylometrierresultate.
  1. Vinogradsko kolje — Weinpfähle.
  2. Pritke — Bohnenstangen.
  3. Oranje — Reisig.
  4. Ukupna drvna masa — Gesamtholzmasse.
- VI. Zusammenfassung.

### L POJAM KOLOSJEKA.

Medu niskim šumama zauzimaju važno mjesto bagremove šume radi svoje vrlo dobre izbojne snage iz panjeva i žilja, kao i radi dobre kvalitete bagremova drva. Bagremove niske šume podižu se mnogo za produkciju ogrjevnog drva, u kom se slu aju obi ne gospodari u ophodnji od 15—25 godina. Po dižu se vrlo esto i za produkciju vinogradskog kolja, pa u tom slu aju imaju ponaj eše ophodnju od ca 4—6 godina.

Niske šume koje služe za produkciju kolja nazivamo **kolosjeci** ma (si. 1). Uz podesne ophodnje i na boljem tlu, te u zgodnoj smjesi sa vrstama koje se odlikuju rijetkom krošnjom, mogu bagremova stabla davati i vrlo vrijedno rudni ko drvo i tvori vo drvo za stolarske potrebe, a i gradu za željezni ke pragove. Na mršavim pijescima esto dobivaju stabla ve u dobi od ca 25—30 godina trulu srž<sup>1</sup>).

SI. 1. Bagremov kolosjek star 5 godina (Fünffähriger Robinienausschlag wald).

Bagremovi kolosjeci uspijevaju dobro samo u blagoj klimi, gdje se u ranoj jeseni ne pojavljuje snijeg. Pada li u nekom kraju snijeg redovno u jesen (u oktobru), nemogu je tu uzgoj valjanih bagremovih kolosjeka. U tim prilikama snijeg pokida vrhove i granje stabalaca, budu i da ona dugo u jesen zadrže lišće, a posljedica je toga neravan uzrast. U nekim krajevima ine veliku smetnju uzgoju valjanih bagremovih kolosjeka i este tu e, koje ozlijede jednogodišnje do dvogodišnje mladice u tolikoj mjeri da ih rani jesenski snijeg posve pokida (si. 2). Može se op enito kazati da bagremu za povoljno njegovo uspijevanje prija klima gdje dobro uspijeva vinova loza.

Bagremove Žurne podižemo u velikoj mjeri na laganim pjeskovitim tlima, no ima ih dosta i na ostalim tlima. Bagrem,

<sup>1</sup>) E. Vadas: Die Monographie der Robinie, Selmecebánya 1914, str. 123.

me utim, dobro uspijeva samo na rahlom, srednje dubokom i toplom tlu; slabo uspijeva na plitkom, teškom, kamenitom i

SI. 2. Jednogodišnji bagremov kolosjek oštećen u julu od tuče, a 16 oktobra 1935 polomljen od snijega (Im Juli 1935 vom Hagel, und am 16. Oktober vom Schnee beschädigter 1 jähr. Robinienausschlagwald).

vrlo vlažnom odnosno mokrom tlu, a nikako ne uspijeva na tlu gdje voda stagnira.

Bagremovo ogrjevno i tvorivo drvo potražuje se mnogo u krajevima gdje ima takovih šuma. Isto se tako mnogo traži

bagremovo kolje za vinograde, jer je trajno. Jedina je griješka, i to oblog kao i kalanog bagremovog kolja, u tome što se rado savija, ako se upotrebljava u svježem stanju. Me utim ta se griješka daje vrlo lako odstraniti sušenjem izra enih kolaca u gusto složenim, te kamenjem i zemljom ili samo zemljom op tere enim složajima. Isto je tako u tu svrhu dobro kolce od mah nakon izrade vezati u svežnjeve, i to po 20—30 komada. Takvi se svežnjevi stavljaju na 120—150 cm visoke prije ke, ispod kojih gori vatra, podržavana otpacima dobivenim kod izrade kolaca. Nakon, otprilike, etvrt sata, za koje se vrijeme svežnjevi po kojiput okrenu, izgubi kolje dosta vode. Ako se poslije toga ono još složi u složajeve i ostavi u njima neko vrijeme, osuši se dovoljno i više se ne savija<sup>2</sup>).

#### **n. OBJEKT NA KOJEM SU PROVEDENA ISTRAŽIVANJA.**

Ve smo naveli da bagrem ima odli nu izbojnu snagu iz panjeva i žilja. Nije nam, me utim, pobliže poznata njezina, trajnost. Radi toga vode se u fakultetskoj šumi u Maksimiru, kraj Zagreba, još od 1924 godine istraživanja o trajnosti iz bojne snage panjeva u bagremovim kolosjecima, gdje se sta balca sijeku u 5 godišnjoj ophodnji. Takvi kolosjeci zapremaju u Maksimiru površinu od 25 ha. Oni se nalaze na brežuljkas tom terenu u nadmorskoj visini od cca 160 m. Tlo je pjesko vita ilova a srednje dobrote; na hrptima je ono lošije, a u udo licama bolje i humoznije. Po množini vlage može se ono ubro jiti me u svježa tla. Sastojine su uglavnom podignute nakon: iste sje e ca 50 godišnje hrastove šume sadnjom prikra enih, dobro odraslih (tj. preko 1 m visokih) jednogodišnjih biljaka, uzgojenih u šumskom vrtu (si. 3), a sa enih u šumi u udalje nosti od ca 1,40 m. Prigodom sadnje tlo nije bilo posebno ob ra ivano, osim u jamicama u koje su sa ene prikra ene biljke..

### **III. STANIŠNI I SASTOJINSKI FAKTORI NA PRIMJERNOJ PLOHI.**

**Položaj.** Primjerna je ploha odabrana na jugozapadnoj t sjeveroisto noj padini, a dijelom i po hrptu niskog brežuljka, koji se proteže u smjeru SZ — JI. Ve i se dio primjerne plohe? nalazi na jugozapadnoj, a manji na sjeveroisto noj ekspoziciji. Jugozapadna strana ima manji, a sjeveroisto na ve i stupanj inklinacije. Mali dio (ca 1/6 površine) primjerne plohe nalazi; se gotovo u ravnici.

<sup>2</sup>) Kao pod 1) str. 125.

**Tlo.** Tlo na primjernoj plohi odgovara op enito opisu tla na objektu istraživanja. Ono je, dakle, pjeskovita i svjež a ilo va a, srednjeg boniteta. Na primjernoj se plohi vrlo dobro o i tuje utjecaj mikroreljefa tla. Na hrptu brežuljka tlo je najsla bije, po padinama nešto bolje, a u ravnici najbolje. Na boljem tlu u ravnici opaža se znatno bolji prirast bagrema nego po stranama ili po hrptu, što je uostalom redovna pojava u svim brdskim i brežuljkastim šumama. Iz tih razloga možemo cijelu

SI. 3. Jednogodišnje bagremove biljke u šumskom vrtu (1 jähr. Robinienpflanzen im Forstgarten).

primjernu plohu smatrati skupom od 5—6 posebnih malih primjernih ploha. Budu i da u ovako mladoj, petgodišnjoj niskoj šumi zelene krošnjice stabalaca u raznim visinskim etažama dobro štite, a i dosta povoljno zasjenjuju tlo, ono je pokriveno mrtvim rastvorenim humoznim pokrovom od liš a i sitnih granica u debljini od 2—3 cm. Liš e je tek od predzadnje godine djelomično još nerastvoreno, a od zadnje godine, razumije se, ono je još potpuno usuvano. Može se prema tome ustvrditi da ovakova mlada bagremova sastojina popravlja tlo. Na pojedinim partijama tlo se tek po elo pokrivoti rijetkim zelenilom trava, kupine i ostalog bilja, dok je na pojedinim partijama već a e pokriveno takvim pokrovom.

**Klima.** Klimatski odnošaji na primjernoj plohi prikazani su ovdje prema podacima meteorološke stanice Fakultetskog dobra, koja se nalazi u šumskom rasadniku u Maksimiru. Podaci te stanice odnose se na vrijeme od početka njenog opstan

ka, tj. od godine 1926, pa do 1934. Pomenuta stanica udaljena je od primjerne plohe u južnom smjeru ca 2 km, a u visinskom pogledu ona leži niže za ca 40 metara. Klimatske faktore ilustriraju nam ovi podaci: prosje na godišnja temperatura  $10,6^{\circ}\text{C}$  ( $9,2^{\circ}$  —  $11,7^{\circ}$ ); prosje na temperatura u januaru  $-0,77^{\circ}$  ( $-6^{\circ}$  do  $1,8^{\circ}$ ); prosje na temperatura u julu  $21,6^{\circ}$  ( $19,6^{\circ}$  do  $24,1^{\circ}$ ); prosje na temperatura od maja do septembra  $18,7^{\circ}$  ( $17,5^{\circ}$  do  $19,7^{\circ}$ ); prosje no vrijeme bez mrazova za doba vegetacije 170 dana; prosje ne godišnje oborine 917 mm (I=48, II=36, III=57, IV=62, V=100, VI=76, VII=89, VIII=89, IX=96, X=113, XI=89, XII=55 mm); broj kišnih dana za doba vegetacione periode sa više od 0,1 mm oborina 62; relativna godišnja zra na vlaga u doba vegetacije 68%; rani su snijegovi (u oktobru) vrlo rijetki.

#### IV. REZULTATI SJE A.

##### 1. Na kraju prve ophodnje (1924—1928 g.).

Na kraju prve ophodnje, tj. u zimi g. 1928, nisu bila pri godom sje e sastojine na primjernoj plohi provedena nikakva posebna mjerenja debljina i dužina stabalaca, nego je izbojna snaga panjeva predo ena **samo drvnom masom**, koja je usta novljena ksilometrijskim putem. Podaci o proizvedenoj drvnoj masi, ura unavši ovamo i sitno granje, sadržani su u tablici I.

Tablica I.

Proizvedeno	po hektaru	po jutru
kroz 5 godina	48.024 kg 57,49 m <sup>3</sup>	27.631 kg 33,08 m <sup>3</sup>
godišnje	9.605 kg 11.50 m <sup>3</sup>	5.526 kg 6,61 m <sup>3</sup>

Kod ove izmjere mogle su nastupiti manje pogreške radi toga što su prazna kola na mosnoj vagi vagana samo prije utovara, a ne i poslije istovara drva. Zbog eventualne razli te množine blata na kota ima kola mogla je kod toga nastupiti neka mala razlika u težini drvne mase. Ovi su manjci uklonjeni kod vaganja u 1934 god.

##### 2. Na kraju druge ophodnje (1929—1933 g.).

Zimi 1933/34 obavljena je druga sje a 5 godišnjih bagre movih stabalaca na istoj primjernoj plohi, Površina pri



mjerne plohe iznosila je 0.33369 ha. Slejla' ie ^Ifena 5jšjrat. Prva 4 dana obavljene su istovremeno pwgpcfeni sje e, tpMa površini od 2435,3 m<sup>2</sup>, izmjere de bl ^Ä 'êIf^a^^î^S?^balaca, a ustanovljen je na nekim stabalcinrat^pW^^Ö.im j e- r a. Debljine su mjerene na dube im stabalctt^fe^Ä^rsno u prsnoj visini malom eli nom promjerkom, na kojoj je postavljen nonius. Dužine do vrha mjerene su na svakom posje e nom stabalcu eli nom vrpcom. Veli ina površine primjerne plohe od 3336.9 m<sup>2</sup> odnosno od 2435.3 m<sup>2</sup> izra unata je na osnovi izmjerenih stranica etverokutnih ploha i njihovih diagonalna. Površine pojedinih tako dobivenih trokuta izra unate su pomoću Heronove formule  $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ . U toj su formuli  $a, b, c$  stranice trokuta, a  $2s = a + b + c$ .

### 3. Broj panjeva i broj izbojaka na pojedinom panju.

Prigodom sje e stabalaca konstatovan je ujedno i broj panjeva na površini gdje je vršena sje a, kao i broj izbojaka na svakom pojedinom panju. Pomenute su izmjere obavljene na 2111 stabalaca. Ta su stabalca rasla na 1216 panjeva. Ako se uzmu u ra un i 24 stabalca (na 14 panjeva) kojih je prije izmjere nestalo šumskom štetom, bilo je na površini pokusne plohe od 2435,3 m<sup>2</sup> ukupno 2135 stabalaca i 1230 panjeva. Na 100 panjeva izrasla su dakle 173 do 174 stabalca.

Prema tome imade u bagremovu kolosjeku na srednjem bonitetu tla

	po hektaru	po jutru
panjeva	ca 5051	ca 2907
stabalaca (izbojaka)	ca 8767	ca .5045

Na jedan panj otpada površina od ca 1,98 m<sup>2</sup>.

Glede množine izbojaka na pojedinom panju konstatirano je slijede e stanje:

55%	panjeva	imalo je	po 1	stabalce (izbojak)	
28%	"	"	"	2	stabalca (izbojka)
11%	M	>}	I)	)} 3	" "
4%		f	yf	4	" "
2%	"	"	"	" 5—6	stabalaca (izbojaka)

Pad promjera, mjereno od 0.30 m visine na više, iznosio je prosje no 0,54 cm po teku em metru.

### 4. Struktura bagremova kolosjeka.

Da se što to nije prikaže struktura bagremova 5 godišnjeg kolosjeka, donosimo u tablici II rezultat klupiranja

ueßun>))jauisg sqpatuiiJd						
»S 'P iqez'rueseg oe eqe S lojq iudn> f		^ CO CM rt og O t^- rt CM rt < > t- 00	O O CO rt O <J> M rt o	t- 00 CO 00 CM (M CO) rt Ol rt o O (O CT) C- t-	CM (rt CT) 00 CT) CO O rt CO CO CM	
F	oo'ix	H				
	S'OT	1				
c	os'oi					
	sz'oi					
c	oo'oi				- , CM   ,	
	SA'6	C			rt   rt	
D	os'6	OB			rt , t rt J   CM , CM	
	sz'fi	JS			- 1 1   , CM ,   rt	
E	OOfi	E	rt	1 1 1 1 1	rt rt (M CO) (M M * > CO)	
	SAR	E		*	1 CM rt rt IO CO CM rt CM	
H	OSS	H	rt   CM CM	ij< C- IO CO	CO t- IO CM	
	SZS	(0	£ 1	rt - rt CM	co r- co ci M 'q IO CO CM	
c	00'8	(0		rt rt CM KS CO	CO t> CM rt O (00 CT) t- r- IO	
	S L'i	£	~ 1 1 1 1	CM t> CO CO	CO 00 O'00 CO O CO CO CM rt	
(u	os'1	'O		rt CM	m co co co go (CO CO CT) 00 00 00 rt CM CO	
	sz'l	-	I <!   rt	o t> - f co	i 0 t> ® 0   ^ CM rt CM	
l	OOi	m		rt CM	t- oo oo rt rt CM CO CM co O CM CM   CO rt	
	Si'9	n	I rt   CM t< CT)	CT> CT) CM CT	CO CO IO CO CM CM rt	
1	os'9	<	rt (O rt	rt rt	oo in m t^ r- oo co (CM) rt	
	S2'9	1	I IO CO t- O	rt o CT) ir-	CO O "rt rt	
E	oo'g	1	I rt 00 rt 00 CO	00 CO rt CO t<	M - rt t	
	si*Q	ra		CM t- IO CO CT) - < >	l	
Q	os'g	u	m m i> CM	m o' t CM co	rt   rt   rt	
	SZ'g	<0	rt IO	oo a> o> ai	CO CM CO CM - CM	
Q	OOg	ta	co m	CM CT) - < ai o t- CO CM   >	rt   CO	
	SL'f	q	cooo	m co rt - s'f m	CM CM rt CM r-	
ja	OG'f	H	CM co 00	o co oo ic co	> Ort     rt	
	GZ'f	(0	CM 00 rt	CT) CO 00 CO	CM CO r-	
(A	OO'f	..	o co	00 IO t- 1		
	SA'g	o	CO IO t- co	" 1 IM		
O	OS'g	Dü	rt CM CM O rt ^	^ CM rt   rt		
	SZ'g		rt CM CO t^ CO	rt		
>N	OO'g		I CM 00 O rt CO			
	S it		rt it >n m rt CM			
x>	OS'g		rt CM CO CM rt			
	sz'z		rt CO CM			
H	OO'z					
	ui oe'i Bq •uiqajna jefcuojd "SJj	E	00 O CM "t CO 00 © rt rt rt rt rt CM	SI CM CM CO	CM ^ CO 00 O CO CO CO O A	CM t c CO 00 O rt - > X IO

rt rt

'Sjfiugfiqe u86uni onsjeiun usp JOA uapuriM ueqouiugis VZ esa Q » •luo^e^s üio^suins afiuej ns e e)seu eo eqBj.s BAQ *					
$\frac{-y^* 0 \infty \infty}{\infty \infty \infty \dots}$	$\infty \frac{\text{H}}{\text{R}} - < C$	$\infty - \infty \infty \infty$	$1 - i 1 1 \leftarrow$	$2^{11}$ 24*	$\frac{3 \infty \infty}{3}$ 2135
--- M g M I M	$\infty \infty$	$1 1 1 1 1$	$1 1 1 1 1 -$	$\infty$	
$f^* \ll  $	$\text{P?F!}$	$1 - 1 - 1$	$  1 -$	$\infty$	
$1 1' j   \sim$	$1 - 1 1$	$t 1 -$		$\infty$	
$M -  $	$i - M -$			$00$	
$T^* \text{H} \infty   - i$		$- 1 1 - 1$		$\infty$	
$\infty \infty i - i   i$	$1 \infty \infty !  $	$M I U,$	$i - t e l i -$	$\infty$	
$1-1 \infty \infty \infty 1-$	$1 \sim 1 \sim \cdot$	$1 1 1 \leftarrow 1$			
$\infty \infty F^* -  $	$- I I M$	$1 1 -$		$\infty$	
$1 [$				$00$	
$\infty T P \infty \infty$	$,   o \cdot   -$			$3C$	
$\infty \infty \infty \infty  $	$1^M$			$0$	
$00   \infty    $	$RHF^H$			$00$	
$1 1$	$1 1 -$			$00$	
$1 1 1^*  $				$00$	
$1$				$g$	
				$00$	
				$N$	
				$00$	
				$PI$	
				$oi$	
$1 H - L$	$H$	$1$		$00$	
				$I >$	
				$00$	
				$01$	
				$00$	
				$00$	
				$00$	
				$00$	
				$00$	
				$00$	
				$00$	
				$01$	
				$00$	
				$1$	
$\infty \infty \infty \infty \infty$	$\infty \frac{1}{t} \infty \infty \infty$	$\infty \wedge \infty \infty \infty$	$\infty \infty \infty \infty \infty$	$\infty \infty \infty \infty \infty$	$\infty \infty \infty \infty \infty$
Svega					

Ü

takve sastojine na površini od 2435,3 m<sup>2</sup>, u kom su sadržani izmjereni promjeri u prsnoj visini, te totalna dužina svih stabalaca.

Na temelju zbroja temeljnica u prsnoj visini, koji na površini od 2435,3 m<sup>2</sup> iznosi 2,551424 m<sup>2</sup>, i broja svih klupiranih stabalaca (2111 kom.), izra unat je prsni promjer srednjeg sastojinskog stabalca sa 39,2 mm. Dužina sastojinskog kubno srednjeg stabalca (po Lof#

**SI. 4. I — I broj stabalaca; II — II popre na visina stabalaca u pojedinim debljinskim stepenima (I—I Anzahl der Stämmchen; II—II durchschnittliche Höhe derselben in den einzelnen Stärkestufen).**

y u<sup>1</sup>) iznosi 7,345 m, a aritmetška sredina dužina svih stabalaca (po Bauru<sup>2</sup>) iznosi 6,276 m.

Na temelju toga prikaza mogu se lako prera unati brojevi stabalaca za pojedine debljinske i visinske stepene, a isto tako i popre na dužina stabalaca u pojedinim debljinskim stepenima za površinu od 1 ha. Ti su brojevi, kao prosje ni iznosi za 1 ha, ovdje još ispravnije prikazani grafikonima na sL 4 i 5, budu i da su potpuno izvu enim krivuljama bolje zao kruženi i izjedna eni.

Si. 5. Broj stabalaca u pojedinim visinskim stepenima (Anzahl der Stäm mchen in den einzelnen Höhenstufen), s JLa.

$$*) \text{ Loreyeva formula za } h = \frac{G \cdot h_n \cdot f_i \cdot G \cdot h + \dots + 4 \cdot G_n \cdot h_n}{(j_i \cdot j \cdot c/j + \dots + u_n)}$$

$$a) \text{ Baurova formula za } h = \frac{h \cdot N + h \cdot TV + 4 \cdot \dots + h_n \cdot N_n}{Ni + + 4 \cdot Nn}$$

gdje zna i: G zbroj temeljnica, N broj stabalaca, h popre na dužina (vi sina) stabalaca za pojedine debljinske stepene.

Zbroj temeljnica iznosi po ha 10,60 m<sup>3</sup> ili po kat. jutru 6,10 m<sup>2</sup>. Pri tom su uzeta u račun i stabalca koja su nestala šumskom štetom.

### 5. Podaci o drvnom prihodu.

Od posje enih je stabalaca na površini od 0.33369 ha odmah u šumi, nakon izmjere njihovih debljina i dužina, izraivano:

- a) vinogradsko kolje;
- b) pritke gagrah, vinogradske lucnjeve i rajice;
- c) sav preostatak sabran je pod granje.

#### a) Podaci o izraenom vinogradskom kolju.

Najobi nije dužine kolaca iznose u zagreba koj okolici 2,5 do 3 m, a debljina kolja u sredini dužine 3—5 cm. Tankom kolju daju vinogradari u zagreba koj okolici prednost radi toga što im ono kod zabadanja u zemlju ne ozljeuje suviše korije nje trsova, odnosno što im je s njima laglji rad.

Kolje je, kako je naprijed navedeno, odmah prigodom sje e • stabalaca izraivano u šumi, tamo je izbrojeno, te istog dana prevezeno kolima na majur Fakultetskog dobra, koji je udaljen od primjerne plohe ca 1,5 km. Tu je na mosnoj vagi bilo odmah izvavano. Prigodom brojenja i vaganja kolja dobiveni su podaci koji su sadržani u tablici III.

Tablica III.

Veli ina površine u m <sup>2</sup>	Broj izra enih kolaca	Izvavana težina u kg	Prosje na težina 1 koca	Prera unato na 1 ha		Primjedba
				broj kolaca	težina kolja	
3336,9 (= 3337 m <sup>2</sup> )	2345 33*	10658 150*	4,545	7126	32388	* K dobivenom kolju pri brajaju se 33 koca, koja bi se dobila od nestalih stabalaca, s težinom od 150 kg.
	2378	10808				

Napomena. Iz brojenja i vaganja kolja svakog pojedinog dana moglo se razabrati da se na boljem bonitetu (u udolici) proizvodi po ha manji broj vinogradskog kolja, po prilici za 10% manje nego na lošijem bonitetu (po hrptovima i padinama), i to radi bržeg prirodnog prorjeivanja. Koci proizvedeni na boljem tlu bili su, me utim, deblji i teži od

kolaca proizvedenih na lošijem tlu. Iz toga slijedi da bi za produkciju bagremova kolja naprijed navedenih dimenzija, u košljecima podignutim na dobrom tlu, a pod istim uzgojnim klimatskim prilikama, bila dovoljna ophodnja od 4 godine.

*b) Podaci o izraenim pritkama.*

Pritke se rabe kao potpornji na koje se vežu lucnjevi u vinogradima, rajice u vrtovima, ili kao trklje po kojima se penje grah. Obična im je dužina ca 1,5—2 m, a debljina u sredini ca 2,25 cm. U pritke za rajice ubrajaju se i kra i komadi, tj. 1—1,5 m dugi i 2—4 cm debeli. Kao što je kolje, tako su i pritke odmah u šumi prigodom sje e stabalaca izra ivane i izbrojene, te istog dana prevezene na mosnu vagu i odvagane. Podaci o izraenim pritkama sadržani su u tablici IV.

Tablica IV.

Veli ina površine u m <sup>3</sup>	Broj izraenih pritaka	Izvagana težina u kg	Prosje na težina 1 pritke u kg	Prera unato na 1 ha		Primjedba
				broj	težina	
				pritaka		
3336,9 (= 3337 m <sup>2</sup> )	1986 33*	3037 50*	1,529			* K dobivenim pritkama pribrajaju se 33 pritke, koje bi se dobile od nestalih stabalaca, s težinom od 50 kg.
	2019	3087		6050	9251	

*) Podaci o množini granja.*

Granice i vrhovi stabalaca, koji su preostali prigodom izrade kolja i pritaka, pomno su sabrani i odvezeni na mosnu vagu Fakultetskog dobra i tamo odvagani. Posje ni promjer granja na donjem, debljem kraju iznosio je ca 1,7 cm. Pojedini kratki komadi, koji nisu bili dovoljno dugi ni za kra e pritke, svrstani su u granje, premda bi po debljini spadali u pritke. Podaci o dobivenom granju sadržani su u tablici V.

Tablica V.

Veli ina površine u m <sup>3</sup>	Izvagana težina granja u kg	Prera unato na 1 ha proizvelo bi se granja u kg	Primjedba
3336,9 (= 3337 m <sup>2</sup> )	2869 33*	8696	* Na 2111 izmjerenih stabalaca bilo je 2099 kg granja ili po jednom stabalcu ca 1 kg granja. Na površini od 3337 m <sup>2</sup> treba pribrojiti granje od 33 nestala stabalca, tj. 33 kg.
	2902		

### d) Rekapitulacija.

Podaci o produkciji bagremova kolja, pritaka i granja po jednom hektaru, odnosno po jednom jutru, u ophodnji od 5 godina, prikazani su u zajednoj tablici VI.

Tablica VI.

Površina	Kolje		Pritke		Granje kg	Sve ukupna težina kg	Primjedba
	kom.	kg	kom.	kg			
1 ha	7126	32388	6050	9251	8696	50335	Uzet je u račun i broj nestalih stabalaca
1 kat. j.	4101	18639	3482	5324	5005	28968	

## V. REZULTATI KSILOMETRIRANJA.

Da bi se dobili što to niji podaci o kubnom sadržaju, drvnog materijala u bagremovim 5 godišnjim kolosjecima, uz gojenim na srednjem bonitetu tla i u klimatskim prilikama koje smo naprijed prikazali, preduzeto je ustanovljenje drve mase, proizvedene na primjernoj plohi, ksilometrijskim putem. Ksilometriranje izvršeno je odmah drugog i trećeg dana nakon sječe stabalaca, dakle u svježem stanju drva. Ksilometriranje obavljeno je zasebno za vinogradsko kolje, pritke i granje. U tu su svrhu kolje i pritke rezani na 1 m dugačke komade, koji su nakon vaganja stavljeni u ksilometar. Granje je isto tako prikraeno i nakon vaganja ksilometrirano. Prilikom ksilometriranja dobiveni su slijedeći podaci:

### 1. Vinogradsko kolje.

U svrhu ksilometriranja kolja obavljeno je 26 ksilometrijskih izmjera. Pri tome upotrebjeno je 779,90 kg drvene mase od debljih i tanjih kolaca. Kod svake izmjere upotrebjeno je ca 30—32 kg drvene mase. Ukupna drvna masa kod svih 26 izmjera istisla je u ksilometru volumen vode od 926,69 dm<sup>3</sup> (1). Iz tih izmjera proizlazi da prosječni volumen za 100 kg drva vinogradskog kolja iznosi 118,822 (odnosno 118,985 dm<sup>3</sup> (779,90 : 926,69 = 100 : X).

i) Ovaj je iznos dobiven preračunavanjem volumena vode svake pojedine ksilometrijske izmjere na volumen vode koga bi istisnulo 100 kg drva. Razlika između 118,822 i 118,985 nastala je radi većeg broja korektura kod računanja zadnje cifre.



Za izjedna enje neposrednih izmjera izra unati su slijede i podaci:

$$\text{Aritmetska sredina } A' = \frac{\sum o_i}{n} = \frac{3093,623}{26} = 118,985$$

Suma odstupanja pojedinih opažanja od aritmetške sredine  $\sum [A - o_i] = \sum lu_i = 0,021$

Suma kvadrata svih odstupanja od aritmetške sredine  $\sum oo_i = 422,124$

Srednje odstupanje pojedinih opažanja od aritmetške sredine  $m = + \frac{\sum lu_i}{n} = + \frac{0,021}{26} = + 0,0008$

$$\text{Srednja nesigurnost aritmetške sredine } M = \pm \frac{\sqrt{\frac{\sum oo_i}{n}}}{n} = \pm \frac{\sqrt{\frac{422,124}{26}}}{26} = \pm \frac{4,010}{26} = \pm 0,154$$

Specifi na težina. Specifi na težina svježeg bagre mova drva za vinogradsko kolje iznosi kod naših pokusa 0,84 (100 : 118,822 = X : 1).

Drvna masa kolja. Na površini primjerne plohe od 3337 m<sup>2</sup> dobiveno je 2378 komada kolaca u ukupnoj težini od 10.808 kg. Drvna masa tih kolaca iznosi 12,842 m<sup>3</sup> (100 : 118,822 = 10.808 : X).

Na jednom hektaru takve površine proizvelo bi se ca 7.126 kolaca. Njihova bi ukupna težina iznosila ca 32.888 kg. Volumen te mase iznosio bi 38,48 m<sup>3</sup> (100 : 118,822 = 32.888 : X). Na jednom jutru proizveo bi se 4.101 kolaca. Njihova bi ukupna težina iznosila ca 18.639 kg. Volumen te mase iznosio bi 22,147 m<sup>3</sup> (100 : 118,822 = 18.639 : X).

## 2. Pritke.

U svrhu ustanovljenja drvne mase pritaka obavljeno je u "ksilometru 19 izmjera. Kod tih izmjera upotrebljeno je u sve mu 543,35 kg drva., ili kod pojedine izmjere ca 25—30 kg. Ta ukupna drvna masa istisla je u ksilometru volumen vode od 656,50 dm<sup>3</sup> (1). Prema tome bi 100 kg drva od pritaka zapre malo volumen od 122,860 (odnosno 120,996 i) dm<sup>3</sup> (543,35 : 656,50 = 100 : X).

Vidi sli nu bilješku kod kolja.

Za izjedna enje neposrednih izmjera izra unati su slijede i podaci:

$$\text{Aritmetička sredina } A' = \frac{\text{fol}}{n} = \frac{2298,934}{19} = 121,00$$

Suma odstupanja pojedinih opažanja od aritmetičke sredine  $[A o] = [o]$  = 0,001

Suma kvadrata svih odstupanja od aritmetičke sredine  $[uv] =$   
= 233,543

Srednje odstupanje pojedinih opažanja od aritmetičke sredine  $m =$   
+  $\frac{[o o]}{n l} \cdot \frac{233,543}{18} = / 12,974 = \pm 3,602$

Srednja nesigurnost aritmetičke sredine  $M = + \frac{K f}{n(n i)}$

$$| + \frac{233,543}{19 \cdot 18} = \pm 0,683$$

Specifi na težina. Specifi na težina svježeg bagre mova drva za pritke iznosi kod naših pokusa 0,814 (100 : 122,86 = X : 1).

Drvena masa pritaka. Na površini primjerne plohe od 3337 m<sup>2</sup> izra eno je 2019 komada pritaka u težini od 3087 kg. Drvena masa tih pritaka iznosi 3,793 m<sup>3</sup> (100 : 122,86 = 3087 : X).

Na jednom hektaru isto takve površine dobilo bi se ca 6050 komada pritaka. Njihova bi težina iznosila ca 9251 kg. Volumen te mase iznosio bi 11,366 m<sup>3</sup> (100 : 122,86 = 9251 : X). Na jednom 'kat. jutru proizvelo bi se ca 3482 komada pritaka. Njihova bi težina iznosila ca 5324 kg. Volumen te mase iznosio bi 6,541 m<sup>3</sup> (100 : 122,86 = 5324 : X).

### 3. Granje.

Da se što to nije ustanovi drvena masa granja, obavljeno je 18 kilometrijskih izmjera. Kod svake je izmjere upotrebljeno ca 10—15 kg granja, ili ukupno 204,70 kg. Sva ta masa granja istisla je 235,13 dm<sup>3</sup> (l) vode. Iz toga slijedi da bi 100 kg granja zapremalo volumen od 114,866 (odnosno 114,916 dm<sup>3</sup> (204,70 : 235,13 = 100 : X).

Za izjedna enje neposrednih izmjera izra unati su slijede i podaci:

$$\text{Aritmetička sredina } A = \frac{[o]}{n} = \frac{2068,487}{18} = 114,915$$

Vidi sli nu bilješku kod kolja.

Suma odstupanja pojedinih opažanja od aritmetške sredine  
 $[A o] = [o] = 0,001$

Suma kvadrata svih odstupanja od aritmetške sredine  
 $[ovj] \quad 123,032$

Srednje odstupanje pojedinih opažanja od aritmetške sredine  
 $m = + \frac{[M]}{n i} + \frac{123,032}{17} \quad 7,237 = \pm 2,69$

Srednja nesigurnost aritmetške sredine  $M$   $\frac{M}{n(n i)}$

123,032	123,032	$\pm 0,634$
11    17	306	

Specifi na težina. Svježe bagremovo granje ima kod naših pokusa specifi nu težinu 0,87 ( $100 : 114,866 = x : 1$ )

Drvna masa granja. Na primjernoj plohi od 3337 m<sup>2</sup> bilo je 2.902 kg granja. Drvna masa tog granja iznosi 3,333 m<sup>3</sup> ( $100 : 114,866 = 2902 : X$ ).

Na jednom hektaru isto takve površine proizvelo bi se ca 8696 kg granja, a njegova bi drvna masa iznosila 9,989 m<sup>3</sup> ( $100 : 114,866 = 8696 : X$ ). Na jednom kat. jutru proizvelo bi se 5005 kg. granja, a njegova bi drvna masa iznosila 5,749 m<sup>3</sup> ( $100 : 114,866 = 5005 : X$ ).

#### 4. Ukupna drvna masa.

Na površini primjerne plohe od 3337 m<sup>2</sup> proizvedena je u ophodnji od 5 godina slijede a drvna masa:

1) Vinogradskog kolja	12,84 m <sup>3</sup>	ili	63,75%
2) Pritaka	3,97 „	„	19,71%
3) Granja	3,33 „	„	16,54%
Ukupno:	20,14 m <sup>3</sup>		ili 100,00%

Prera unato na 1 hektar proizvelo bi se:

	za 5 godina		prosje no godišnje
1) Vinogradskog kolja	38,48 m <sup>3</sup>		7,70 m <sup>3</sup>
2) Pritaka	11,37 „	.	2,27 „
3) Granja	9,99 „		2,00 „
Ukupno:	59,84 „		11,97 m <sup>3</sup>

Prera unato na 1 kat. jutro proizvelo bi se:

	za 5 godina	prosje no godišnje
1) Vinogradskog kolja	22,15 m <sup>3</sup>	4,43 m <sup>3</sup>
2) Pritaka	6,54 „	1,31 „
3) Granja	5,75 „	1,15 „
Ukupno	34,44 m <sup>3</sup>	6,89 m <sup>3</sup>

### ZUSAMMENFASSUNG.

In dieser Arbeit wird über die Untersuchungen im 5—jähr. Robinien Ausschlagwalde (Robinien Pfahlwald) am Ende der zweiten Umtriebsperiode berichtet. Das Objekt der Untersuchung liegt in der Nähe von Zagreb auf Hügelland von 150 m Erhebung, auf frischem, mittelgutem, lehmigem Sandboden. Das Klima ist für Weingartenkulturen und Kastanienwälder günstig.

Wir geben hier folgende Resultate dieser Untersuchungen an:

1) Die Angaben über die Anzahl, über den Durchmesser (auf 0,2 mm) und über die Höhen (auf 25 cm) der Stämmchen für die Fläche von 2435,3 m<sup>2</sup> sind aus der Tabelle II ersichtlich.

2) Die Menge der Stöcke auf 1 ha beträgt ca 5051 Stück.

3) 57% der Stöcke tragen je 1 Stück, 27% 2 Stück, 11% 3 Stück, 4% 4 Stück und 2% der Stöcke 5—6 Stück Lohden (Stämmchen).

4) Der Durchmesser des Bestandesmittelstammes beträgt 39,2 mm, und die Höhe 7,35 m.

5) Das arithmetische Mittel von Längen aller Stämme beträgt 6,28 m.

6) Die Kreisfläche pro 1 ha = 10,60 m<sup>2</sup>; die Gesamtmasse = 59,84 m<sup>3</sup> = 50.335 kg.

7) Die Zahl der erhaltenen Weinpfähle (2,5 — 3 m lang und 3—5 cm stark) pro 1 ha = 7.126 Stück = 38,48 m<sup>3</sup> = 32.388 kg.

8) Die Zahl der Bohnenstangen (etwa 1,5 —2 m lang und ca 2,25 cm stark, als auch 1 — 1,5 m lange und 2—4 cm starke Paradiesäpfelstangen) = 6.050 Stück = 11,37 m<sup>3</sup> = 9.251 kg.

PROF. ING. STANKO FLÖGL:

## O UTJECAJU ZRAKA NA OTPOR ŠUMSKIH KLIZINA

### ÜBER DEN LUFTEINFLUSS AUF DEN GLEITWIDERSTAND DER FORSTLICHEN RIESEN.

Sposobnost rada šumskih klizina ispituje se redovno s pomo u formula, u kojima otpor zraka ne dolazi do izražaja. Za nemaruje se taj otpor s više razloga. Najprije, što komplicira formule i ra un. Zatim, što poznate vrijednosti koeficijenta trenja djelomi no uklju uju u sebi i taj otpor, budu su pro na ene u zrakom ispunjenom prostoru. Nadalje, što taj otpor zavisi i o obliku, pa o težini sortimenata, koji se otpremaju. Uzimanje u ra un otpora zraka iziskivalo bi dakle poznavanje mnoštva empiri kih podataka, kao o koeficijentu trenja, neza visnog o tom otporu, tako o faktorima, koji utje u na veli inu samog tog otpora i to za svaki sortimenat, pa za svaku vrst klizine napose. S druge strane naslu uje se, da sam otpor zraka nije velik, da bitno ne mijenja zaklju ak o sposobnosti rada klizine, stvoren na temelju formula, u kojima taj otpor ne do lazi do izražaja, zbog zgodnog oblika i povoljnog položaja sor timenata. u kojem klize na šumskim klizinama. Tako misli i Ku belka, kad kaže, da takav zaklju ak prili no odgovara prakti kim potrebama, ako je klizina ina e valjano trasirana, pa bes prijekorno izvedena. Nadalje što i formule, koje ra unaju sa otporom zraka, ne mogu idealno do arati stanje uistinu, zbog još i drugih zamršenih utjecaja koje teoretske, koje prakti ke naravi.

Tako na pr. Coulombov zakon — koeficijenat trenja = konstans, na kojem baziraju sve spomenute formule, a ne ra unaju sa otporom zraka — predo uje tek prvu približnost stanja uistinu i to samo u slu aju, u kojem su obje površine, koje se dodiruju, posve suhe. Uistinu je koeficijenat trenja promjenljiv i u takovom slu aju. Najve i je u asu polaska, padne odmah zatim, te pada još i dalje, ali ne u razmjeru, u kojem brzina raste, nego mnogo polaganije. Nije li podloga suha, nego ovlažena ili omazana kakovim teku im ili polute ku im mazom, Coulombov zakon ne vrijedi uop e, jer se ko

ficijentat trenja mijenja ne samo sa specifi kim pritiskom tijela  $O$  podlogu, nego i sa karakterom maza i brzinom klizanja pri mjetljivo (kod manjeg pritiska linearno). Kona no, budu i je isti namaz nejednake žilavosti kod razne temperature, zavisi koeficijentat trenja još i o temperaturi.

Pa ipak i u takvom slu aju, ra un o šumskim klizinama ba zira na Coulombovom zakonu. Razlog leži i u ovome: I najso lidnije izgradjena po uzdržavana klizina nije savršeno jedno li ne konstrukcije niti stanja na svakom mjestu, niti je sorti menat, koji klizi, savršeno sukladnog oblika i karaktera, kako to ra un pretpostavlja. Kad bi dakle formule i uzimale u ra un sve prije nabrojane utjecaje, rezultat ra una bio bi opet i sa mo njeka vise manje ta na približnost stanja uistinu. Coulom bov zakon pojednostavnjuje formule, a olakšava ra un. Zbog toga primjenjuje se na sve vrste šumskih klizina, bez obzira na stanje u kojem nalaze, t. j. bez razlike da li su suhe, ovlažene, osniježene, oledene ili bilo sa kakovim mazom namazane. I po radi toga prakti nije se postupa, kad se ispituje sposobnost njihovog rada na temelju jednostavnih i približnih formula, a u njima zanemareni utjecaji, da se prosu uju ili naknadno ko rimiraju opet na drugi koji jednostavan na in.

Tako na pr. promjenljivost koeficijenta trenja zgodno se eliminira, da se ra un sa približnim formulama sprovede dva puta. Jedanput da se ispita sposobnost rada klizine uz najvje rojatniju najmanju, a drugiput uz najvjerojatniju najve u vri jednost koeficijenta trenja. Utvrđi li se sposobnost rada u jed nom i drugom slu aju, zaciijelo e takova klizina raditi uz vri jednost koeficijenta trenja uistinu, jer se ta kre e i mijenja unutar onih prvih dviju vrijednosti.

Za prosu enje pak skrajnih vrijednosti koeficijenta trenja, nema sumnje, ne e biti samo od teoretskog interesa, nego i od prakti kog zna enja upoznati od kolikog je utjecaja zanema reni otpor zraka. Zbog toga postavili smo si zada u u ovoj ra spravi, da na temelju dosada poznatih i u tu svrhu potrebnih teoretskih i empiri kik podataka ispitamo i pokažemo, kako l u koliko se može prosuditi ili korigirati taj po približnom ra unu zanemareni utjecaj.

Otpor zraka (medija) je reakcija, koja se javlja u suprot nom smjeru gibanja. Taj otpor formulirao je još Newton u obliku kvadratne funkcije:

1)

U ovoj formuli ozna uje u brzinu, s kojom se tijelo giba u zraku (mediju), a  $k$  je koeficijentat zavisian jednako o tijelu kao i o mediju. Poblži e o tom koeficijentu govorimo poslije. Primjena ove funkcije iziskuje izvjestan oprez. Pouzdani zak

Iju ci naime op enitog zna enja mogli bi se izvesti tek na temelju ekzaktnog zakona op enite vrijednosti, koje ova kvadratna funkcija nema. Ne vrijedi za malene brzine. Više manje ta no vrijedi za brzine od cca 1 do 200  $m/sec$ . Za ve e brzine od ove nije pouzdana, a za vrlo velike brzine (ve e od brzine zvuka) ne vrijedi opet. K tome pridolazi još i to, da se mišljenja ste ena na temelju izvršenih pokusa u razno doba, sa raznim tjelesima, u razne svrhe, razilaze i u granica ma vrijednosti ove funkcije tako, da se lako porodi sumnja pa misao, da ta funkcija ne pokazuje uop e ništa, kako zgodno kaže Mises. U novije doba me utim izvršeni mnogobrojni pokusi u aeronautske svrhe potvr uju ipak, da se ta funkcija pokriva sa stanjem uistinu u ograni enom intervalu i to prakti ki dovoljno ta no za brzine od cca 1 do 40  $m/sec$ . Budu i da je osim toga od svih drugih predloženih i najjednostavnija, to se danas op enito i upotrebljava u tom intervalu. Brzina klizanja na šumskim klizinama kre e se u istim granicama. Podaci, pro na eni za koeficijent  $k$  u avijati ke svrhe, mo i e se dalkle upotrijebiti i u naše svrhe, naravno, u koliko se odnose na tjelesa dimenzija i oblika jednakih sortimentima, kakovi se otpremaju na šumskim klizinama.

Zbog opisane nesavršenosti kvadratne funkcije ne ulazi se u ovoj raspravi u izvode i zaklu ke o mijeni brzine uz djelovanje otpora zraka op enitog zna enja, jer takovog zna enja ti zaklu ci uistinu ne bi ni imali. U odabranom okviru rasprave želi se prikazati tek utjecaj otpora zraka na ukupni otpor šumskih klizina sa prakti ki dovoljnom ta noš u u spomenu tim granicama.

Teško tijelo reducirane težine  $Q$ , (težina tijela u vakuumu umanjena za uzgon) padaju i u mediju (zraku) sa po etnom brzinom  $o_a = o$ , pada sve brže i brže, dok akceleracija, sa kojom pada, biva sve manja i manja. Uzrok je tome otpor zraka, koji djeluju i nasuprot sili teži, sa brzinom biva sve ve i i ve i. Po kvadratnoj funkciji mora onda postojati izvjesna vrijednost brzine  $u - c_\phi$  uz koju e otpor medija (zraka) upravo dosegnu ti reduciranu težinu tijela:

$$W_0 \wedge k C^2 o = Q r. \quad 2)$$

Odatle pak slijedi:

$$c \int k \quad , \quad 3)$$

i Zbog toga jednadžba 1) može se pisati i u obliku:

$$v^2 \quad 4)$$

Da kona na brzina (Endgeschwindigkeit)  $C_0$  može imati fizikalno značenje, potvrđuje iskustvo. Tjelesa naime manje reducirane težine  $Q$ , a razmjerno velike vrijednosti koeficijenta  $k$ , postignu tu brzinu već na kratkom konačnom putu, te postignuvši ju, padaju dalje jednoliko (?) u homogenom mediju. Zašto se ipak ta brzina ne naziva stacionarnom u strujnoj literaturi, razlog leži u nesavršenosti kvadratne funkcije. Primjenili se naime općeniti zakoni mehanike na tu funkciju, izlazi zaključak: Svako tijelo, koje je po elu padati sa početnom brzinom  $v_{a=0}$ , postigne konačnu brzinu u svakom mediju tek u beskonačnosti. Drugim riječima, brzina padanja svakog tijela asimptotički se primiče doduše konačnoj brzini  $c_0$  u svakom mediju, no ne dostigne ju posve nikada. To je prvi nesklad između teorije (kvadratne funkcije) i prakse. Drugi nesklad leži u ovome: Nema potvrde u iskustvu da mora postojati konačna brzina  $c_0$  za svako tijelo u svakom mediju. Drugim riječima, nema potvrde, da otpor svakog medija može porasti do reducirane težine svakog tijela. Jer taj otpor, iako je reakcija, ne može da premaši granicu sposobnosti reagiranja medija uopće, koja općenito može biti i manja od reducirane težine tijela. To se može dokazati ovako. U vakuumu je granica sposobnosti reagiranja medija protiv gibanju  $0$  teškog stranog tijela  $IVf=0$ , jer u vakuumu nema medija uopće. U drugom skrajnjem slučaju, u prostoru ispunjenom najgušćim medijem, postignuta je ta granica sposobnosti reagiranja maksimalnu njenu vrijednost  $W_g = W_{gm}$ . Općenito je pritom  $W_{gm} \wedge Q_x$ , jer si možemo zamisliti medij veće gustoće, dakle i veće ili barem jednako velike granice sposobnosti reagiranja sa reduciranom težinom stranog tijela  $Q_r$  u svakom slučaju, ako kao medij ne isključimo ni krutu materiju. Može li se pak kretati granica sposobnosti reagiranja medija općenito u granicama

$$0 < W_g < W_{gm} \quad \text{gdje je } W_{gm} \wedge Q_r$$

onda mora postojati strano tijelo i medij tako, da je  $W_g < Q_r$ . Na drugi način itana pak ova nejednadžba kaže: Za svaki medij može se pronaći i strano tijelo reducirane težine, koja je veća od skrajnje sposobnosti reagiranja medija. Posljednji slučaj isključuje kvadratna funkcija, jer po njoj, uz dovoljno veliku brzinu, otpor medija može da bude po volji velik. No u tome i leži spomenuta druga nesavršenost ove funkcije.

Zbog toga — bez obzira na fizikalno značenje, jer se ipak oslanjamo na kvadratnu funkciju — pod konačnom brzinom razumijevamo u daljnjem brzinu  $C_0$  onako, kako ju definira jednadžba 3).

Na kosini nagiba a klizi teško tijelo zbog djelovanja sile:



$$F \sim Qv \sin \alpha - H_0 Q, \quad \cos \alpha - Q, \quad \hat{\phantom{a}} \cdot \quad \begin{matrix} 0 \\ c_0 \end{matrix} \quad 5)$$

Prvi član na desnoj strani ove jednadžbe predstavlja akciju, komponentu reducirane težine, koja giba tijelo niz kosinu. Preostali članovi predstavljuju pak reakciju, koja djeluje u suprotnom smjeru. U drugom članu dolazi do izražaja trenje između podloge i tijela, a u trećem otpor zraka. Koeficijent trenja  $H_0 = \text{tg} \alpha_0$  proporcionalni smo sa indeksom 0, jer ima da se odnosi na isto trenje t. j. na vrijednost koeficijenta trenja, pronađenu bez utjecaja zraka, kakova je na pr. u vakuumu. Otpor zraka unijeli smo u punom iznosu. T. j. onakav, kakav bi bio, kad se tijelo ne bi doticalo podloge. Uistinu drvo dira podlogu klizi i na šumskoj klizini. Otpor zraka uistinu odmiče i dakle od tog iznosa. Koliki je taj odmak, o tome nemamo empirijskih podataka, a i otmiče se svakom računskoj kalkulaciji. Svakako je neznatan, jer je i doticanje neznatno tako, da pored drugih netačnosti možemo zanemariti i taj odmak.

Nagib kosine može se udesiti i tako, da je  $T=0$ . U tom slučaju tijelo ili miruje, t. j. nalazi se u labilnom položaju, baš na granici između mirovanja i stanja gibanja, ili klizi jednoliko sa brzinom, koju je imalo već na početku kosine.

U prvom slučaju ( $v \sim 0$ ) — izlazi iz jednadžbe 5) za  $T=0$  — je  $\text{tg} \alpha = \text{fi}_0 = \text{tg} \alpha_0; a = T_0$ . 6)

T. j. nagib kosine jednak je kutu istog trenja.

U drugom slučaju ( $u = c > 0$ ) — izlazi iz iste jednadžbe, ako nagib kosine poprima vrijednost  $\alpha = \alpha_0$  za  $T=0$  — je

$$\sin \alpha - w_0 \cos \alpha - \frac{c^2}{2} = 0 \quad 7)$$

III

$$\sin(\alpha - \alpha_0) = J \frac{c^2}{\cos \alpha_0} \quad 7a)$$

Zbog otpora zraka nagib kosine  $\alpha_0$  treba dakle da je veći od kuta istog trenja  $\alpha_0$  za iznos:

$$\alpha - \alpha_0 = \arcsin \left( \frac{J c^2}{g \cos \alpha_0} \right) \quad 8)$$

ako se želi, da tijelo klizi na njoj jednoliko sa brzinom  $c$ . Početna brzina kuta  $\alpha_0$ , koga preglednije definiraju jednadžbe:

$$\sin \alpha_0 = \sin(\alpha_0) \cos \alpha_0 \quad 9)$$

$$\sin(\alpha_0) = \frac{c^2}{g \cos \alpha_0} \quad 10)$$

treba dakle tražiti u otporu zraka. Nagib pak ukupnog otpora ( istog trenja i otpora zraka) kosine, na kojoj klizi teško tijelo jednoli nom brzinom  $c$ , mjeri:

$$t = t_0 \quad \text{ore} \quad \sin(\sin \alpha_0 \cos i_0) \cdot \quad (11)$$

Za  $t_0 = 0$  neka je  $r = r_{c0}$ , onda izlazi iz posljednje jedna džbe  $t_{c0} = r_{c0}$ , a u vezi sa jednadžbom 9).

$$\sin r < 0 \quad \text{—} \quad \sin \alpha_0 \quad \text{—} \quad \frac{c^2}{c_0} \quad (12)$$

Slomak  $\frac{c^2}{c_0}$  jednak je dakle sinusu nagiba idealne kosine, na kojoj klizi teško tijelo bez istog trenja, samo uz otpor zraka (medija), sa jednoli nom brzinom  $c$

Ova jednadžba mogla bi poslužiti za odre enje kona ne brzine  $c_0$ , za tjelesa povoljnog oblika, s pomo u kosine, na kojoj bi se moglo prakti ki zanemariti isto trenje prema ot poru medija. Uostalom, u istu svrhu mogla bi poslužiti i for mula 7a), ako se svede na oblik:

$$, \quad \frac{c^2 \cos \alpha_0}{\sin(t - i_0)} \quad (13)$$

a vrijednost koeficijenta istog trenja ako še pozna ve otprije ili najprije odredi na na drugi koji na in.

Analogno kao kod istog trenja, tangens kuta ukupnog otpora (trenja i medija) nazivamo koeficijentom uku pnog otpora ili u kratko Samo koeficijentom ot pora kosine (klizine):

$$|i = tg\% \quad (14)$$

Taj se koeficijenat množe izra unati i neposredno iz — je dnadžbe 7) — ako se funkcije  $\sin$  i  $\cos$  u njoj izraze sa funkcijom  $tg$  — sa rezultatom:

$$fi = tg \text{—} \frac{f_0 + \sin^2 \alpha_0 \cos^2 i_0 + \cos^2 \alpha_0 \sin^2 i_0}{\cos^2 i_0} t \quad (15)$$

Ako je  $\alpha_0$  toliko malen kut, da se  $\cos \alpha_0$  prakti ki ne raz likuje od jedinice (a ta je naj eš i slu aj), tad namjesto ove ta ne, može poslužiti i približna formula:

$$H \text{—} \text{igi} = (i_0 \text{H} \frac{\sin \alpha_0}{\cos i_0}) \quad (15a)$$

Na ovaj na in izražen je utjecaj zraka ve u koeficijentu otpora kosine. Zbog toga, za ispitivanje sposobnosti rada poje

dinih poteza šumskih klizina uz otpor zraka, mo i e se upo trijebiti formule izvedene bez obzira na taj otpor, ako se u tim formulama koeficijentu trenja prida zna enje koeficijenta otpora kosine. Naravski, strogo uzevši ispravno bi se moglo tako postupiti tek na potezu jednoli ne brzine, jer je koefici jenat otpora konstantan tek uz jednoli nu brzinu klizanja  $c$ . Takovi su pak potezi iznimke. U pravilu sastoji šumska klizina od poteza promjenljive brzine, na kojima koeficijenat otpora nije konstanta, nego funkcija brzine oblika:

$$I^* = I^* o \sqrt{\frac{y^2}{c^2 \cdot \cos \alpha}} \quad (16)$$

slijedi neposredno iz jednadžbe 5), ako se stavi:

$$T = Q t (\sin \alpha - f_0 \cos \alpha) \sqrt{\frac{v^2}{c_0^2}} (\sin \alpha - f \cos \alpha). \quad (16a)$$

Na dovoljno kratko odmjerenom potezu me utim brzina se ne mijenja mnogo. Prakti ki dovoljno ta no mo i e se da kle uzeti u ra un koeficijenat otpora kao konstanta i u ovom slu aju, ako se smatra funkcijom njeke osrednje brzine  $o_s$  ta kovog potea. Odatle pak slijedi: prakti ki dovoljno ta no mo i e se primjenjivati formule izvedene bez otpora zraka i na poteze promjenljive brzine sa otporom zraka, ako se koefici jentu trenja prida zna enje koeficijenta ukupnog otpora. Taj koeficijenat možemo pak pregledno i prakti ki dovoljno ta no formulirati još jednom i kona no ovako:

za poteze jednoli ne brzine  $c$  :

$$f_i = tgr = f_0 \sqrt{\frac{c^2}{c_0^2 \cos \alpha}} \quad (17a)$$

za poteze promjenljive brzine, osrednje vrijednosti  $o_s$  :

$$f_l = fgt = f_i m \frac{u_s^2}{c_0^2 \cdot \cos \alpha} \quad (18)$$

Ne e biti možda suvišno još i upozoriti, da je formula 17a) identi na sa približnom formulom 15a, a ta noj formuli 15) da odgovara ta na formula u analognom ruhu:

Prakti na upotreba ovih formula uvjetuje poznavanje kao vrijednosti koeficijenata istog trenja tako i vrijednosti kona ne brzine  $c_0$  i to za svaki sortimenat na svim vrstama šumskih klizina. Jedan na in kako bi se mogla pokusima pro

na i kona na brzina, spomenuli smo ve prije. Sad pak iznosi mo još jedan, na koji bi se mogla empiri ki odrediti ne samo kona na brzina, nego i koeficijentat istog trenja za povoljan sortimenat i klizinu.

Jedan te isti sortimenat promatramo u klizanju na dva poteza, razli itog nagiba ( $a_2 > a_1$ ), no jednako duga kih hori zontalnih projekcija ( $d_2 = d_1 = d$ ), na dijelovima njeke šumske klizine posve iste konstrukcije i istih fizikalnih svojstava. Da bude rezultat pokusa što ta nije, nagib jednog ( $a_2$ ) i drugog ( $a_1$ ) poteza zamišljamo u blizoj okolini nagiba %, uz koji klizi sortimenat jednoli nom brzinom  $c$ , P P tako, da je podjednako  $a_2 > x$  i  $x \ll c$ !. Na taj na in bi e osrednja brzina na jednom potezu  $V_s > c$ , a na drugom  $V_j < c$ . Obje pak odmicit e u suprotnim smjerovima podjednako daleko od jednoli ne brzi ne  $c$ , uz koju je samo, strogo uzevši, koeficijentat ukupnog ot pora konstantan. Koeficijentat istog trenja za istu podlogu i za isti sortimenat ne mijenja se sa nagibom podloge, nego je konstantan i nezavisan od tog nagiba. Na jednom i drugom po tezu bi e dakle vrijednost koeficijenta istog trenja ista. Onda mora biti, slijedi iz 18):

$$f^*0 \quad \frac{2^{s1}}{\cos a_1} \quad B \text{ fr} \quad \frac{2^{s2}}{\cos a_2} \quad 19)$$

Odatle pak izlazi:

$$\frac{1}{V^2 - 1} \frac{1}{\cos a_1} < \frac{1}{\cos a_2}$$

Kad se ra una vrijednost koeficijenta trenja bez obzira na utjecaj zraka, upotrebljava se poznata formula:

$$\frac{U^2}{2} = \frac{V^2}{2} \quad 20)$$

$a$  ozna uje opet nagib,  $v_a$  brzinu na po etku, a  $v_b$  brzinu na kraju  $d$  duga ke klizine u horizontalnoj projekciji. Na teme lju izvršenih pokusa, Förster i Petraschek ra unali su s pomo u ove formule i poslije objelodanili poznate vrijednosti koefi cijenta trenja za glavnije Sortimente i vrste šumskih klizina. Ali, budu i su te pokuse izvodili u prisutnosti zraka, zapravo nijesu pronašli vrijednost koeficijenta istog trenja, nego vri jednost koeficijenta ukupnog otpora, u našem smislu za njeku osrednju brzinu:

$$\frac{1}{2} \left( \frac{v_a^2}{s} + \frac{v_b^2}{s} \right) \quad 21)$$

s kojom je sortimenat klizio na pokusnom potezu.

Formula 20) određuje dakle vrijednost koeficijenta  $k$  u slučaju gibanja samo u vakuumu. Primjenjena pak na eksperiment izvršen u zraku (medijem) ispunjenom prostorom, daje vrijednost koeficijenta ukupnog otpora. Zbog toga bi  $k$  u našem slučaju i na našim potezima, ako zamišljamo eksperiment izvršen u prisutnosti zraka:

$$k = \frac{b_1}{2gd} \quad (22)$$

$$H_i - \frac{b_2}{2gd} \frac{v_z}{g}$$

Na ovaj način jednačina 19a) s pomoću jednačini 21) i 22) određuje konačnu brzinu  $c_0$  potpuno. Pošto je određena koeficijent istog otpora  $f_0$  lako se izrazi jednačina (19).

Približnu sliku o konačnoj brzini mehanizma utim možemo podati i ovdje, na temelju empirijskih podataka, pronalazimo u avijaciji, u koliko nam stoje na raspoložuju za tjelesna slika na sortimentima, kakovi se otpremaju na šumskim klizama.

Veličina koeficijenta  $k$  u jednačini otpora zraka 1) po bliže određena je naime ovako:

$$k = \frac{C}{g} \quad (23)$$

Neimenovani broj  $C$  (u stručnoj literaturi, namjesto ove, služe još oznake  $c$  ili  $\alpha$ ) zavisi o obliku tijela i zbog toga se zove koeficijent oblika.  $F$  je projekcija površine tijela u smjeru gibanja; u našem slučaju dakle površina najvećeg presjeka tijela, okomitog na smjer gibanja. Dimenzija te površine je  $m^2$ ,  $\gamma_z$  označuje težinu zraka u kilogramima po kubnom metru, a  $g$  je akceleracija teže ( $9,81 m/sec^2$ ).

Kvocijent  $\gamma_z/g$  je onda gustoća t. j. masa zraka u jedinici volumena. Normalna gustoća ili masa zraka mjeri pak zaokruženo:

$$\frac{\gamma_z}{g} \sim \frac{1,252}{9,81} \sim \frac{J \text{ kg. sec}^2}{8 \text{ m}^3}$$

Gornja formula zbog toga poprima u normalnim prilikama oblik:

$$k = \frac{J}{g} \frac{F}{V} \quad (23a)$$

Za kona nu brzinu (isp. jedn. 3) izlazi onda:

$$z = \frac{16}{F} \frac{Q_r}{F} \quad (24)$$

Reducirana težina tijela pak mjeri:

$$Q_r = F(Y - Y_z), \quad t$$

ako  $V$  označuje volumen tijela u  $m^3$ ,  $Y$  težina tijela, a  $Y_r$  težinu zraka u  $kg/m^3$ . Dakle je:

$$c_l = \frac{16}{2} \frac{V \cdot (Y - Y_z)}{(Y - Y_z)^2} \quad (24a)$$

Od tjelesa, za koje su prona ene vrijednosti koeficijenta oblika u avijati ke svrhe, sortimentima, kakovi se otpremaju šumskim klizinama, najsl i niji i najbliži je valjak promjera  $d$  i dužine  $l$ . Budu i je pak volumen valjka  $V = F \cdot l$ , ako  $F$  označuju bazu, to gornja formula poprima kona an oblik u našem slučaju gibanja:

$$c_l = \frac{16}{r} \frac{y \cdot y^*}{(y - y^*)^2} \quad (24b)$$

Koeficijent oblika mijenja se sa omjerom dimenzija valjka  $l/d$  prema jedinim podacima\*), koji nam stoje na raspoloženju za naš slučaj gibanja, ovako:

$l/d$	1	2	4	
	0,91	0,85	0,87	0,99

Najbliži šumskim sortimentima je pak valjak omjera  $Vd = 7$ . Zbog toga, uzimamo li u račun težinu mekanog drva u zraku sa okruglo  $Y = Y_z = 750 \text{ kg/m}^3$ , formula 24 b) prelazi u:

$$c_l = \sim 750 / 12.000 / . A \quad (24c)$$

Prema tome izlazi kona na brzina za valjke, najbližeg oblika šumskim sortimentima, omjera  $l/d = 7$ , kako slijedi:

$l/d$	2,1/0,3	4 2/0,6	$\bullet K$ ; 6,^/0,9	$m$
$c_l$	25,200	50,400	75,600	100,800
$Co$	159	224,5	256	317,5m/sec

\*) »Hütte«, 25. Aulage, Bd I. S. 377.

Kona na brzina raste sa sortimentom. Presiže maksimalnu brzinu ( $\sim 40 \text{ m/sec}$ ) na šumskim klizinama 4 do 8 puta, kod lakih sortimenata manje, kod teških više. Nanizane brojke o kona noj brzini predo uju stanje uistinu ipak tek približno. Strogo vrijede samo za tjelesa, sa kojima su pokusi izvršeni kod određivanja koeficijenta oblika. Ukupni otpor zraka je naime rezultanta od više utjecaja. Najprije se javlja na elu ti jela kao povišeni pritisak; zatim kao smanjeni pri t isak na stražnjoj plosi tijela, uz pratnju vrtloga uznemi renog i naviru eg zraka i kona no kao trenje duž pobo nih ploha tijela. Svi su ti utjecaji isti tek u posve istim prilikama. U našem primjenjenom slu aju na pr. rapavost površine šum skih sortimenata za cijelo se razlikuje od rapavosti modela, s kojim su pokusi izvršeni. A i elo, pa kona no i itav oblik sor timenta nije sukladan sa elom i oblikom geometrijski modeli , ranog valjka. Osim toga, kako je ve re eno bilo, sortimentat; ne klizi posve slobodno u zraktji. Pa ipak sve ove nata nosti ne treba da nam mute sliku prili ne približnosti stanja uistinu, "jer se vidi ve iz priop ene tablice, da se koeficijenat .oblika £ tromo mijenja i onda, kad se mijenjaju od'Ovih bitniji utjecaji, kao na pr. omjer *Ud*.

Razlika izme u koeficijenta ukupnog otpora i koeficijen ta trenja kod istog sörtimento s tim je ve a, što je koeficije nat trenja i brzina ve a. Ta razlika  $f_i - f_0$  iskazana je u pret posljednjem stupcu tablica 2, u kojoj su na temelju formule 15 a) izra unati koeficijenti ukupnog otpora za ekstremne Sor timente 2,1/0,3 i 8,4/1,2 uz ekstremne vrijednosti 0,10 i 0,50

Tablica 1.

$f_m)$ $*id^m$	$C_2$ $sin w_0$ " $c_{oj}$ $f_i$							
	$c = 5$	10	15	20	25 i	30	35	40 $m/sec$
2,1/0,3	0,00099	0,00397	0,00893	0,01587	0,02480	0,03571	0,04861	0,06349
4,2/0,6	0,00050	0,00198	0,00446	0,00794	<0,01240	0,01786	0,02431	0,03175
6,3/0,9	0,00033	0,00132	0,00298	0,00529	0,00827	0,01190	0,01620	0,02116
8,4/1,2	0,00025	0,00099	0,00223	0,00397	0,00620	0,00893	0,01215	0,01587

istog koeficijenta trenja, pa uz ekstremne brzine od 10 i 40  $m/sec$ , prispodobe radi. U posljednjem stupcu iste tablice izka zane brojke ozna uju pak porast istog koeficijenta trenja na iznos koeficijenta ukupnog otpoira u postocima. Ti' postoci po kazuju, da je utjecaj otpora zraka kud i kamo snažniji kod manjih i lakših sortimenata. Dok je koeficijenat trenja 0,50 teškog sortimenta 8,4/1,2 posko io tek na 0,518 uz iznimno ve

Tablica 2.

$i/d$		$c$	$\cos x_0$	$\frac{\sin a_0}{\cos x_0}$	H'	M <sub>0</sub>	$\frac{\%}{0}$	
2,1/0,3	0,10	10	0,99504	0,00399	0,104	0,004	4	
		40		0,06381	0,164	0,064	64	
	0,50	10	0,89443	0,00444	0,504	0,004	0,8	
		40		0,07098	0,571	0,071	14,2	
	8,4/1,2	0,10	10	0,99504	0,00100	0,101	0,001	1
			40		0,01595	0,116	0,016	16
0,50		10	0,89443	0,00111	0,501	0,001	0,2	
		40		0,01774	0,518	0,018	3,8	

liku brzinu od 40 *mlsec*, kod lakog sortimenta 2,1/0,3 posko io je od 0,50 na 0,571 zbog otpora zraka. Još ve a je razlika ako oba sortimenta klize sa istom tom brzinom uz koeficijent trenja 0,10. Kod težeg sortimenta posko io je taj na 0,116, a kod lakšeg ak na 0,164, dakle za 64%. Otpor zraka trebalo bi zbog toga uzeti u ra un, kad se radi o ispitivanju sposobnosti rada klizine za lakše Sortimente uz velike brzine.

Tablica 3.

$l/d$		$c$	M
2,1/0,3	0,10	10	0,10399
		40	0,16434
	0,50	10	0,50444
		40	0,57318
8,4/1,2	0,10	10	0,10100
		40	0,11597
	0,50	10	0,50107
		40	0,51787

Da se pokaže nadalje, sa kojom ta noš u radi približ na formula 15a), doti no 17a), iskazani su koeficijenti ukupnog otpora za Sortimente tablice 2 u istim prilikama, te izra unati još jednom u tablici 3, po ta noj formuli 15). Prispodobljenje rezultata obiju tablica pokazuje, da je približna formula 15a) dovoljno ta no u naše svrhe u svakom slučaju.

Ispituju i sposobnost rada šumskih klizina i ra unaju i po formulama, koje ne uzimaju u ra un otpor zraka, upotrebljavaju se empirijske vrijednosti koeficijenta trenja (i, određene na temelju pokusa ili promatranja izvršenih na raznim klizinama, kod otpreme raznih sortimenata, uz



prisutnost zraka. Te vrijednosti (i nemaju dakle znaenje koeficijenata istog trenja  $\mu_0$ , nego oznaju koeficijenat ukupnog otpora kosine za brzinu, uz koju je sortiment klizio za vrijeme pokusa ili opažanja. Zbog toga bi e rezultat pronaeni na temelju takovih formula to bliži stanju uistinu, što manje odmi e brzina sortimenta na klizini, koja se ispituje od brine uz koju je pronaen koeficijenat trenja (i. Nagib klizine osniva se redovno tako, da najlakši i najmanji sortimenti, koje karakteriše relativno najve i koeficijenat trenja, upravo još stignu sa minimalnom brzinom do stovarišta. Brzina klizanja tih sortimenata bi e predvi ena po svoj prilici manjom od brzine, uz koju je pronaen koeficijenat trenja. Zbog toga sti i e ti sortimenti na stovarište po svoj prilici sa nješto ve om brzinom od raunske. Budu i je ali udešen kapacitet kojih poteza i naprava pred i na samom stovarištu za kud i kamo ve e brzine, kojima u nj ulaze teški i najteži sortimenti, zanemarenje otpora zraka kod lakih sortimenata ne e biti od praktikog znaenja u ovakovom sluaju. Teški i najteži sortimenti klize nasuprot uz relativno najmanju vrijednost koeficijenta trenja na klizini, koja se ispituju. Diferencija izme u nagiba i kuta trenja je najve a, a isto tako brzina pred stovarištem je velika, kolikogod ko ni ure aji dopuštaju. Teški sortimenti klizate dakle za cijelo sa ve om brzinom od brzine uz koju je pronaen koeficijenat trenja. Zna i, koeficijenat ukupnog otpora redovno bi e ve i od raunskog ili teški sortimenti sti i e na stovarište redovno sa manjom brzinom od raunske. Ta okolnost može pak poslužiti samo kao koeficijenat sigurnosti za efekat zasnovanih kojih ure aja. Zbog toga, osniva li se ili ispituje sposobnost rada šumske klizine na ovaj na in, uzi manje u raun otpora raka nema praktikog znaenja. Nasuprot, upotreba koeficijenata trenja i formula, koje se ne osvr u na otpor zraka, povisuju vjerojatnost zaklju ka o sposobnosti rada klizine

Ve i koeficijenat sigurnosti, koji proizlazi iz upotrebe približnih formula, dobro dolazi obzirom još na jednu okolnost, koju nijesmo dosad spomenuli. U našim izvodima pretpostavili smo naime homogeni medij, zrak, istih fizikalnih svojstava, koji se nalaze u stanju mirovanja duž cijele klizine. Uistinu je to rijedak, izniman sluaj. Visinska razlika izme u po etka i kraja šumskih klizina, naro ito ljetnih, redovno je velika. Iz nosi par stotina metara. Težina zraka mijenja se pak sa pritiskom zraka, a osim toga još i sa temperaturom. Kod iste klizine ne e biti dakle zrak strogo istih fizikalnih svojstava ni onda kad miruje. No od kud i kamo ve eg utjecaja na ukupni otpor Kosine ima uznemireni zrak. Duva li vjetar na pr. ta no u suprotnom smjeru klizanja, u formuli 16) slovo  $v$  ozna uje brzinu klizanja u mirnom zraku + brzinu vjetra. Duva li pak vje

tar ta no u smjeru klizanja bi e  $v$  — brzina klizanja u mirnom zraku — l brzina vjetra. Redovno prilike nijesu ni ra unski tako jednostavne, jer je vjetar naj eš e više manje otklonjen od jednog ili drugog opisanog smjera. Jedna komponenta vjetra, okomita na podlogu, pove aje isto trenje, a druga pove aje ili smanjuje ukupni otpor kosine, pa još i skre e sortiiftenat sa određenog puta, ve prema smjeru vjetra u takovom slu aju. Sve te prilike ra unski predvidjeti jedva je mogu e. Zbog si gurnosnih mjera uostalom kod ja e uznemirenog zraka redovno se obustavlja promet na klizini.

U specijalnim slu ajevima uzimanje u ra un otpora zraka može biti od koristi, naro ito kad se radi o lakim sortimen tima, koji klize velikom brzinom na dužem potezu. Utjecaj ot pora zraka u takovom slu aju najbolje e ilustrirati slijede i primjer. Imamo pred sobom u horizontalnoj projekciji  $d = 800'$  m duga ku kosinu, nagiba tga — 0,20, na kojoj klizi 2,1/0,3 sortimenat. Pita se kolika je brzina na kraju klizine, ako je sortimenat po eo kliziti sa po etnom brzinom  $v_a = 20$  *mfsec* ako kona na njegova brzina mjeri  $c^2 = 25.200$ ; koeficijenat trenja izme u njega i podloge  $\mu = 0,10$  ako je prona en uz: osrednju brzinu od 10,2 *mIsec* na jednakoj klizini, nagiba ali cosa = 0,995, na zraku? Koeficijenat istog trenja mjeri za ovu klizinu, slijedi iz 18):

$$P_o = 0,10 - \frac{10^2 \cdot 2^2}{25 \cdot 200 \cdot 0,995} = 0,096.$$

Ra unamo traženu brzinu o na kraju klizine najprije po poznatoj formuli:

$$u^2 = o^2 + 2 \cdot g d (tga - li),$$

na pzonat na in, bez obzira na utjecaj zraka. Po tom ra unu izlazi:

$$o^2 = 20^2 + 2 \cdot 9,81 \cdot 800 (0,20 - 0,10) = 1969,6$$

$$v = 44,4 \text{ mfsec.}$$

Osrednja brina na tom potezu bila bi dakle (ispor. 21):

$$v_i = \sqrt{20^2 + 44,4^2} = 1184,8$$

$$v_s * 34,4 \text{ mlsec}$$

Koeficijenat ukupnog otpora kosine mjeri za tu osrednju brzinu, slijedi iz 18):

$$\mu = \frac{1184,8^2}{0,996 + 25200} : 0,98058 = 0,144,$$

Uz otpor zraka izlazi onda brzina na kraju klizine, iz iste formule:

$$v^2 = 20^2 + 2,9,81 \cdot 800 (0,20 - 0,114) == 1278,98.$$

$$v = 35,8 \text{ m/sec.}$$

Diferencija izme u rezultata jednog i drugog ra una iznosi dakle 8,6 *mlsec* ili u postocima (obzirom na prvi rezultat) 19,4%. Tolika diferencija bi e u praksi svakako rijetkost. Jer manji sortimenti, na koje najснаžnije utje e otpor zraka, klize redovno sa kud i kamo manjom brzinom, a sa ve om tek iznimno i to na kra em potezu.

### *Upotrebljena literatura:*

- 1.) Dr. R. Föppl: *Vorlesungen über Technische Mechanik.*
- 2.) W. Schüle: *Tehnische Thermodynamik (Poglavlje »Der Luftwiderstand« sa obilnom oznakom literature).*
- 3.) Dr. R. v. Mises: *Fluglehre.*
- 4.) *Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen, Lieferung I und II.*

### ZUSAMMENFASSUNG.

In der Einleitung werden die Anwendungsgründe der üblichen, bei der Berechnung oder Überprüfung der forstlichen Riesen den Luftwiderstand in Rücksicht nicht nehmenden Formeln, besprochen. Es werden die Schwierigkeiten auch solcher Formeln, die den Luftwiderstand einschliessen sollten, erörtert. Dennoch — da die Schätzung des durch die Luftwiderstand vernachlässigung begangenen Fehlers nicht nur vom theoretischen Interesse, sondern auch von praktischer Bedeutung sein könnte — wird in dieser Abhandlung eine Schätzungsmethode über den Lufteinfluss auf den gesammten Gleitwiderstand der forstlichen Riesen abgeleitet.

Nach Newton ist der Luftwiderstand durch die Gl 1) bestimmt. Die Anwendung dieser quadratischen Funktion, da sie nicht allgemein gültig ist, erfordert eine gewisse Vorsicht. Darum werden in dieser Abhandlung die allgemeinen gültigen Geschwindigkeitsgleichungen oder dergl. auf Grund dieser Funktion nicht abgeleitet, sondern nur ein zweckmässiges Ver

fahren zur einfachen Schätzung des Luftwiderstandes in den für diese Funktion gültigen Geschwindigkeitsintervalle (von ungefähr 1 bis 40  $m/sec$ ), gültigen Geschwindigkeitsintervalle angeben.

Ein Körper reduzierter Schwere  $Q_r$  (Körperschwere im Vakuum vermindert durch den Auftrieb), mit der Anfangsgeschwindigkeit  $o_a = o$  beginnend, fällt in dem lufteerfüllten Räume immer schneller. Zugleich nimmt der Luftwiderstand zu, u. z. — da er nach der quadrat. Funktion mit der Geschwindigkeit ohne Grenzen wachsen kann — bis zu einem Geschwindigkeitswerte  $v = c_o$ , bei welchem der Luftwiderstand die reduzierte Schwere des fallenden Körpers erreicht. Dies besagt die Gl. 2), aus welcher die Gl. 3) u. 4) folgen, in denen  $C_o$  die Endgeschwindigkeit des fallenden Körpers bedeutet.

Auf der schiefen Ebene, der Neigung  $a$ , gleitet ein schwerer Körper infolge der Kraft  $T$ , die durch die Gl. 5) bestimmt ist. In dieser teilweise bekannten Gleichung bedeutet ( $i_0 = tgr_0$ ) die reine Reibungszahl (also ohne Luftwiderstand); das letzte Glied stellt den Luftwiderstand dar u. z. im vollen Betrage, obwohl dies nicht ganz richtig wäre, da der gleitende Körper einerseits, wenn auch im geringen Masse, aber dennoch, die Unterlage berührt. Diese Abweichung von dem tatsächlichen Zustande und der damit begangene Fehler wird vernachlässigt, einerseits, weil er gering ist, andererseits, weil er sich der Berechnung völlig entzieht.

Die Neigung der schiefen Ebene kann auch so gewählt werden ( $a = T$ ), dass  $T = 0$  wird. Es sind dann zwei Fälle zu unterscheiden. Ist  $u = 0$ , dann entsteht die Gl. 6). Der Neigungswinkel ist gleich dem reinen Reibungswinkel und der Körper ruht auf der schiefen Ebene im labilen Zustande. Ist  $o = c > 0$ , dann entsteht die Gl. 7) bzw. die Gl. 7 a). D. h. Um das Gleiten des Körpers mit gleitmässiger Geschwindigkeit  $c$  zu ermöglichen, muss der Neigungswinkel der schiefen Ebene den Reibungswinkel mit einem durch die Gl. 8) bzw. 9) u. 10) genau bestimmten Betrag  $c_o$  überragen. Die Grösse des Neigungswinkels selbst ist durch die Gl. 11) bestimmt. Im Falle  $T_0$  geht die Gl. 9) in die Gl. 12) über, die besagt, dass der Bruch  $C^2/CQ$  gleich dem Sinus des Neigungswinkels einer idealen schiefen Ebene ist, auf welcher der schwere Körper, ohne Reibung, nur durch den Luftwiderstand gehemmt, mit der Geschwindigkeit  $c$  gleichmässig gleitet.

Die Gl. 12) sowie die Gl. 13) könnte auch zur Bestimmung der Endgeschwindigkeit  $c_0$  benützt werden, falls man im ersten Falle die reine Reibung gegen den Luftwiderstand vernachlässigen könnte, oder im zweiten Falle, falls man die reine Reibungszahl vorher kennt, oder auf irgendwelche andere Art vorher bestimmt.

Analog der Reibungszahl wird Tangens des Winkels  $x$  des gesamten Gleitwiderstandes (der Reibung und des Luftwiderstandes) *Gleitwiderstandszahl* genannt. Diese Zahl, aus der Gl. 7) unmittelbar berechnet, drückt die Formel 15) aus. Ist nun  $\cos \alpha_0$  annähernd gleich der Einheit (was auch regelmässig der Fall ist) so geht die genauere Formel 15) in die Annäherungsformel 15 a) über.

Da auf diese Weise der Luftwiderstandseinfluss in der Gleitwiderstandszahl inbegriffen ist, so wird man die üblichen zur Berechnung oder Überprüfung der forstlichen Riesen dienenden Formeln auch im Falle der Luftwiderstandsberücksichtigung unmittelbar benützen können, indem man der Bezeichnung  $i^*$  nicht den Wert der Reibungszahl, sondern den der Gleitwiderstandszahl zuschreibt. Genau richtig wäre solch ein Verfahren zwar nur im Falle der gleichmässigen Bewegung, da die Reibungszahl nur in diesem Falle konstant ist. Bei veränderlicher Geschwindigkeit ist nämlich die Gleitwiderstandszahl keine Konstante, sondern eine Funktion der Geschwindigkeit, von der Form der Gl. 16), die unmittelbar aus der Gl. 5) folgt, wenn man sie in der Form der Gl. 16 a) aufschreibt. Auf genügend kurz abgemessener Strecke ändert sich indessen auch die Geschwindigkeit wenig. Praktisch genügend genau wird man daher auch in solchem Falle die Gleitwiderstandszahl als Konstante in die Rechnung eintragen dürfen, wenn wir sie als Funktion einer mittleren Geschwindigkeit  $v_s$  solcher Strecke auffassen.

Die Gleitwiderstandszahl bestimmt also die nochmals übersichtlich aufgeschriebene Gl. 17 a) im Falle der Gleichmässigen Geschwindigkeit  $c$ , die Gl. 18) im Falle veränderlicher Geschwindigkeit vom mittleren Werte  $v_s$ . Die Gl. 17 a) u 15 a) sind identisch. Der genaueren Gl. 15) entspricht aber die Gl. 17).

Die Anwendung dieser Gleichungen setzt die Kenntnis der reinen Reibungszahl sowie der Endgeschwindigkeit voraus. Eine mögliche experimentale Bestimmungsart der Endgeschwindigkeit ist schon erwähnt worden. Eine zweite, die auch die Ermittlung der reinen Reibungszahl ermöglicht, ist die folgende. Ein u. dasselbe Holzstück wird auf

zwei Strecken, verschiedener Neigung ( $a_2 > a^{\wedge}$ ), aber gleichmässiger horizontaler Projektionen —  $dx - d$ ), auf einer forstlichen Riese, von gleichmässiger Konstruktion und demselben fizikalischen Verhalten, im Gleiten betrachtet. Um möglichst genaue Resultate zu erlangen, denken wir uns die beiden Streckenneigungen ( $a_2 > x; x > a_x$ ) in der Nähe der Neigung  $x$ , bei welcher die Gleitwiderstandszahl konstant ist, ausgewählt. Auf diese Weise werden die mittleren Geschwindigkeiten gleichmässig  $v_{s2} > c$ , bzw.  $v_{si} < C$ . Die reine Reibungszahl ist für denselben Körper unabhängig von der Neigung einer und derselben schiefen Ebene. Dann müssen aber die Gl. 19) u. 19 a) bestehen. Die übliche Reibungszahl berechnet sich aus der bekannten Gl. 20) (die auch Förster u. Petraschek benutzen). Die Anwendung dieser Gl. auf ein in luftefülltem Räume ausgeführtes Experiment ergibt aber nicht die reine Reibungszahl, sondern die Gleitwiderstandszahl, im unseren Sinne, für eine mittlere Geschwindigkeit, die während des Experimentes herrschte, und welche die Gl. 21) näher bestimmt. Aus diesem Grunde müssen auch Gl. 22) bestehen, die in Gemeinschaft mit der Gl. 21) bzw. 19 a) die Endgeschwindigkeit völlig bestimmen. Ist nun diese einmal ausgerechnet worden, so ergibt sich die reine Reibungszahl aus der Gl. 19).

Nun sind wir aber auch ohne Versuch, schon hier — auf Grund der zu aeronautischen Zwecken ermittelten Erfahrungsangaben — im Stande eine Aufklärung — allerdings in beschränkten Grenzen — über die Endgeschwindigkeit anzugeben.

Der Faktor  $k$  der Gl. 1) ist nämlich durch die Gl. 23) näher bestimmt. Die Zahl  $X$ , (auch  $c$  oder  $\xi = s^{\wedge}H$ ) hängt von der Grösse und Form des fallenden Körpers ab und wird Widerstandsziffer genannt.  $F (m^2)$  ist die Projektion des Körpers in der Bewegungsrichtung.  $y_z (kg/m^3)$  ist das Einheitsgewicht der Luft und  $g$  ist die Beschleunigung der Schwere. Die normale Luftdichte  $y_z Ig$  beträgt  $0.0012$ . Die Gl. 23) nimmt also die Form, der Gl. 23 a) an, und die Gl. 3) der Endgeschwindigkeit die Form, der Gl. 24). Die reduzierte Körperschwere ist durch die Gl. f) bestimmt, in der  $V$  das Volumen und  $y (kg/m^3)$  das Einheitsgewicht des fallenden Körpers bedeutet. Die Gl. 24) geht somit in die Gl. 24 a) über. Das Volumen eines Zylinders, der den forstlichen Sortimenten am nächsten liegt, ist  $v - Fl$ , wenn  $F$  die Basis und  $l$  die Länge des Zylinders bedeutet. Deswegen geht die Gl. 24 a) weiter in die Gl. 24 b) über. Die Werte der Widerstandsziffer  $\xi$  für den Zylinder der Abmessungen  $||d$  ( $d$  — Durchmesser) sind aus dem nächsten

Täfelchen ersichtlich. Das folgende Täfelchen enthält sodann die aus der Gl. 24c) berechneten Endgeschwindigkeitswerte für das Abmessungsverhältnis  $l/d = 7$ , welches den forstlichen Sortimenten am besten entspricht. Aus diesem Täfelchen ist ersichtlich: Die Endgeschwindigkeit überragt die maxim. Geschwindigkeit der forstl. Riesen ( $\alpha > 40$  *mlsec*) 4 bis 8 mal und nimmt mit der Grösse des Sortimentes zu. Die Differenz zwischen der Gleitwiderstandszahl und der reinen Reibungszahl bei demselben Sortimente ist um so grösser, je grösser die reine Reibungszahl und die Geschwindigkeit ist. Diese Differenz ist in der vorletzten Säule des Täfelchens ausgewiesen. In der letzten Säule aber ist das Anwachsen der reinen Reibungszahl auf die Grösse der Gleitwiderstandszahl infolge des Luftwiderstandes in Prozenten angegeben. In diesem Täfelchen 2) sind die  $n$  Werte auf Grund der Näherungsformel 15a) bzw. 17a) und in dem nächsten (3) auf Grund der genaueren Formel 15) berechnet worden um zu zeigen, dass die Anwendung der erwähnten Näherungsformel an die forstlichen Riesen in allen Fällen vollkommen genügt.

Gewöhnlich wird eine Riese nach Formeln, die keine Rücksicht auf den Luftwiderstand nehmen, überprüft. Dabei werden die im luftgefüllten Räume ermittelten Reibungszahlen benützt. Die Neigung der Riese wird regelmässig so gewählt, dass das leichteste Holz eben noch die Auslaufstrecke erreicht. Die Geschwindigkeit solchen Holzes wird deswegen wahrscheinlich kleiner sein als die Geschwindigkeit, bei welcher die entsprechende Reibungszahl ermittelt worden ist. Deswegen erreicht das Holz die Auslaufstrecke wahrscheinlich auch mit einer von der berechneten grösseren Geschwindigkeit. Da aber die Bremsanlagen am Verleerplatze für viel grössere Geschwindigkeiten, mit denen die schweren Gehölzer anlangen, eingerichtet sind, so wird die Vernachlässigung des Luftwiderstandes in solchem Falle von keinem praktischen Einflüsse sein. Das schwere Holz gleitet dagegen unter relativ kleinstem Werte der Reibungszahl. Die Differenz zwischen dem Reibungswinkel und der Neigung ist am grössten. Solches Holz gleitet wahrscheinlich mit grösserer Geschwindigkeit von der, bei welcher die Reibungszahl ermittelt worden ist. D. h. Die Widerstandszahl ist grösser als die Reibungszahl die als Grundlage der Berechnung dient. Schweres Holz wird daher wahrscheinlich mit kleinerer Geschwindigkeit von der berechneten in Auslaufstrecke gelangen. Dies kann aber nur einen höheren Sicherheitsgrad der Leistung der vorgesehen Bremsanlagen ergeben. Wird also eine Riese auf diese Art entworfen, so reicht die annähernde Berechnung ohne

Luftwiderstand nicht nur aus, sondern sie erhöht sogar die Warscheinlichkeit des Leistungsbefundes.

Im speciellen Falle kann das Rechnen mit dem Luftwiderstande von Nutzen sein. Um dies zu zeigen ist am Ende ein Beispiel ausgearbeitet, für eine  $d = 800$  m lange, unter  $tga = 0,2$  geneigte Riese, auf deren ein Holz 2,1/0,3 mit  $\sigma_a = 20$  misée beginnend, weiter gleitet. Die — auf derselben Riese, aber mit Neigung  $cosa = 0,995$  — an der Luft, unter mittlerer Geschwindigkeit  $v_s = 10,2$  *m/sec*, ermittelte Reibungszahl betrug 0,10. Der genauere Wert der Endgeschwindigkeit ergibt sich sodann mit 35,8 *m/sec*, und der annähernde (ohne Luftwiderstand) mit 44,4 *m/sec*. Es ist also der annähernde Wert mit 19,4% zu hoch geschätzt worden.



PROF. ING. STANKO FLÖGL:

# LINIJA KLIZINE JEDNOLI NE BRZINE

(DIE RIESLINIE DER GLEICHFÖRMIGEN BEWEGUNG).

## I.

Poznato je, da teško tijelo klizi jednoli nom brzinom na klizini, trasiranoj u pravcu, konstantnog uzdužnog nagiba  $a = T$ , ako  $fi = tgt$  op enito ozna uje koeficijenat ukupnog otpora klizine (isporedi prvu raspravu u ovom broju Glasnika). Ovdje želimo pokazati, da takovo tijelo može kliziti jednoli nom brzinom i na klizini, trasiranoj tako er u pravcu, no promjeljivog uzdužnog nagiba  $a$ , uz izvjesne uvjete.

Na liniji, koja pokazuje pravac u situaciji, a konkavnu krivulju prema gore u uzdužnom profilu, akceleracija klizanja mjeri u povoljnoj ta ci:

$$at - g (\sin a - \cos a) = \dots \quad (1)$$

Osim spomenutih ve oznaka, u ovoj poznatoj formuli ozna uje v brzinu a g polumjer krivosti u ta ci krivulje, kojoj pripada tangenta nagiba a prema horizontali; g je pak akceleracija teže.

Klizi li teško tijelo jednoli no, akceleracija jednaka je nič tici u svakoj ta ci linije, a brzina tijela poprima konstantnu vrijednost  $v = c$ . U tom slu aju ( $at - \ddot{O}$ ) izlazi pak iz gornje jednadžbe:

$$** \quad \frac{c^2}{g} (\sin a - \cos a) = \frac{c^2}{g} \sin (a - t)$$

$$\text{ili, ako je kratko e radi: } a = \frac{c^2}{g} \sin^* \quad (3)$$

$$S = \frac{\overline{a}}{\sin^* (a - y)^a} \quad (4)$$

Na krivulji dakle, konkavnoj prema gore, polumjera krivosti g, koji zadovoljava posljednju jednadžbu, teško tijelo klizi jednoli nom brzinom:

$$\frac{c}{g} \rightarrow \frac{a}{\sin x} \quad 5)$$

U svrhu odre enja jednadžbe ove krivulje, stavljamo najprije:

$$y = a - x \quad 6)$$

pa odabiremo zatim pravokutan koordinatan sistem tako, da kut  $y$  ozna uje nagib tangente te krivulje prema osovini  $f$ .

Onda je:

$$ds = g dy = a \frac{dy}{\sin y}$$

$$dt] == ds \cdot \sin y == a dy \quad d\epsilon = ds \cdot \cos y - a \operatorname{ctgy} \cdot dy$$

$$J dr| - a f dy + Cr] \cdot \quad f = a f \operatorname{ctgy} \cdot dy - C|$$

$$rj \ddot{a} ay - Ci| \quad \S a a \cdot \ln \sin y + C\§ \quad 7)$$

Ishodište O odabiremo tako, da je za  $y = y_a$  ujedno  $\epsilon$  i  $t]$  jednako ničtici. Onda je

$$Cr] == - a y_a \quad C\§ = - a \ln \sin y_a$$

a jednadžbe 7) poprimaju oblik:

$$rj = a(y - y_a) \quad \sqrt{\sin y} \quad 8)$$

te odre uju našu krivulju u koordinatnom sistemu  $j\§ f$  s pomo u parametra  $y$  (Slikal). Eliminira K se taj parametar, iz lazi najprije iz prve jednadžbe:

ili

$$\sin y = \sin (y_a - f \wedge)^V \quad 9)$$

zatim iz druge:

$$s/ny = e^{\sqrt{a}} \cdot s/ny_a \quad 10)$$

Obje posljednje jednadžbe zajedno daju pak jednadžbu naše krivulje, izraženu samo s pomo u koordinata  $i$  i  $tj$ , ob lika :

$$\sin \left( \frac{y}{a} + \cdot \right) - 1 \sim e^{\sqrt{a}} \cdot \sin y_a \quad 11)$$

U smjeru klizanja dužina luka krivulje ra una se iz snošaja:

$$ds = - \zeta dy - a \frac{1}{\sin y} ; \quad ds = a \sin y^{4+C_s}$$

$$s = - a \operatorname{In} \operatorname{tgy} + C_s .$$

Za  $y = \gamma a$  (po etak krivulje) neka je  $s = 0$  Onda je

$$C_s = a \operatorname{In} \operatorname{tgy} / 2 ,$$

a dužina krivulje mjeri:

$$a \operatorname{In} \frac{(\operatorname{tgy}_2 + U)}{\operatorname{tgy}} \quad (12)$$

SI. 1

U specijalnom slu aju  $y_a = \gamma$  prije izvedene jednadžbe po primaju najjednostavniji oblik:

$$t \int o \sim a \sqrt{V}^{-2} \cdot \quad \check{S}o \wedge a \operatorname{In} \sin y . \quad (8a)$$

$$\sin y = \cos V o \quad (9a)$$

$$\sin y = e^{-\frac{y}{a}} \quad (10a)$$

$$\cos \frac{V_0}{a} = e^{-\frac{W}{a}} \quad (11a)$$

$$s = -a \ln \operatorname{tg} y \quad (12a)$$

Na slici 1) koordinatni sistem  $\xi_0, \eta_0$  ima ishodište u tački  $O_0$ .

Budući da  $e^{-\frac{y}{a}}$  ne može biti negativno, granice u kojima se kreću obje strane jednadžbe (11a) su:

$$\frac{V_0}{a} \leq \cos^{-1} e^{-\frac{W}{a}} \leq \frac{V_0}{a} + \pi$$

Prema tome koordinate naše krivulje (ili bolje našeg jata krivulja) mogu se kretati tek u granicama:

$$-\frac{V_0}{a} \leq y \leq \frac{V_0}{a} + \pi \quad (13)$$

Apscisa  $y$  može biti tek negativna. Krivulja je simetrična na obzirom na osovinu  $\eta_0$ , jer svakoj negativnoj vrijednosti apscise pripadaju po dvije jednako velike vrijednosti ordinate s suprotnog predznaka (isp. si. 1). Parametar  $y$  kreće se prema

$\pi$

tome u granicama  $-\frac{V_0}{a} \leq y < \pi$ . Krivulja ima dvije asimptote.

Jednadžba tih asimptota, obzirom na ishodište  $O_0$ , glasi:

$$V_0 = +y + \pi \quad (14)$$

a obzirom na ishodište  $O$ , ako  $\eta$  označuje ordinatu tog ishodišta prema ishodištu  $O_0$ :

$$\eta = -\frac{V_0}{a} + \frac{\pi}{2} + a \cdot \dots \quad (15)$$

Osovina  $\eta$  ujedno je i tangenta krivulje. U ishodištu  $O$  polumjer krivosti mjeri  $\frac{a}{2}$ .

U svrhu praktičke primjene potrebno je, da promatramo našu krivulju u koordinatnom sistemu  $x, y$  koji zatvara kut  $\alpha$  sa prijašnjim sistemom (si. 2). U tom slučaju biće naime nagib povoljne tangente naše krivulje prema osovini:  $\alpha = \dots$ . Znači, osovina  $X$  biće horizontalna, jer smo pod kutem  $\alpha$  pret postavili nagib tangente prema horizontali. Koordinate  $x$  biće pak istovjetne sa horizontalnom, dotižno vertikalnom udaljenošću

ljenoš u pojedinim ta aka naše krivulje od njezinog po etka  $O$ .

SI. 2

Izme u koordinata jednog i drugog sistema postoje onda snošaji:

$$\begin{aligned} x &= \dot{\zeta} \cos t - r \dot{j} \sin t \\ y &= \dot{\zeta} \sin t + r \dot{j} \cos t \end{aligned} \quad 16)$$

Iz ovih jednadžbi? pa s upotrebom jednadžbi 8) izlaze onda parametri ke jednadžbe naše krivulje u koordinatnom susta **vu**  $xy$ :

$$\begin{aligned} x &= - \operatorname{In} \frac{\sin y_a}{\sin y} \quad V (y_a - y) \quad \operatorname{acos} x \\ x &= - \quad \quad \quad I \sin y \quad \operatorname{acos} T \end{aligned} \quad 17)$$

Jednadžba pak donje asimptote u istom ovom sistemu glasi:

$$y = \dot{f}i \left( \sqrt{x - a} \quad \operatorname{smr} \right) \quad 18),$$

dok jednadžba gornje asimptote ima oblik:

Da krivulja, predo ena jednadžbami 17), doista udovoljava, uvodno postavljanim uvjetima, potvrđuje derivacija ovih jednadžbi. Najprije je:

$$dx = (\operatorname{ctgy} - a \operatorname{cosr}) dy$$

$$dy = (\operatorname{lictgy} + I) a \operatorname{cosr} dy$$

a onda:

# " H i r

T. j. nagib krivulje prema horizontali (osovini  $X$ ) doista je kut  $a$ . Budući je pak pretpostavljeno, da je krivulja konkavna prema gore, izlazi ujedno iz tog izvoda, da praktično značenje ima samo grana te krivulje uz donju asimtotu. Konačno, da polumjer krivosti ove krivulje zadovoljava jednadžbu 4) izlazi iz činjenice, što su jednadžbe 17) izvedene iz tog uvjeta.

U praktične svrhe dolazi dakle u obzir samo donja grana krivulje ( $x$  i  $y$  negativno), a konstruira se najzgodnije ovako:

Najprije se odredi parametar  $a$  iz formule 3), već prema brzini  $c$  i koeficijentu trenja  $f$ , koji dolazi u obzir. Za prosučenje te vrijednosti može poslužiti tablica 1, a vrijednost para

Tablica 1.

$J^*$	$c = 10$	20	30	40 m/sec
	$a$ (m) = •			
0,1	1,01	4,06	9,13	16,23
0,2	2,00	8,00	17,99	31,99
0,3	2,93	11,72	26,36	46,87
0,4	3,79	15,14	34,07	60,57
0,5	4,56	18,24	41,03	72,94
0,6	5,25	20,98	47,20	83,91

metra  $a$  najbolje je uzeti u račun zaokruženo u metrima, u najbližem okolišu zadanih vrijednosti  $f$  i  $c$ . Koordinate pojedinih tačaka računaju se najbrže iz jednadžaba 16), koje s obzirom na okolnost, da je

$$\begin{aligned} I &= -l_{0a} - f \frac{1}{l_0} \\ r) &= -T_{0a} + T \frac{1}{l_0} \end{aligned} \quad (20)$$

poprimaju oblik:

$$\begin{aligned} * &= [do - l_{0a}] - (A(l_0 - l_{0a})) \cos t \\ y &= [K^1_{00} - T_{0a}] + H(l_0 - l_{0a}) \cos t \end{aligned} \quad (21)$$

U ovima je:

$$f_{0a} = a \ln \sin y_a; \quad r_{j_{0a}} = a (v_a - \dots) \quad (22)$$

i nadalje (isp. 4 i 6):

$$\sin y_a = \dots \quad (23)$$

Kut  $y_a$  zavisi dakle o odabranom parametru  $a$ , pa o polumjeru krivosti  $\zeta_a$  u ishodištu koordinatnog sustava  $O$ , na početku krivulje. Kod šumskih klizina taj polumjer ne može biti manji od 200 m i zbog toga stavlja se redovno  $g_a = 200$  m, jer je u toj ta ci krivulje najmanji.

Koordinate  $l_0$  i  $\%$  op enito odre uju jednadžbe 8a) kao funkcije parametra  $y$ . Svrsi shodnije se ali postupa, da se te jednadžbe svedu na oblik:

$$f_0 = na; \quad r_{j_0} = -a \dots \text{--- are sin } e^n \text{ ) } \quad (24)$$

ako ozna uje:

$$n = \frac{l_0}{\dots} \text{ doti no sm } y = e^n. \quad (25)$$

Na taj na in izražene su koordinate  $f_0$  i  $V_0$  s pomo u para metra  $n$ , a njihovo izra unanje olakšava tablica 2. Apscisa što stalno je negativna, zbog toga je i parametar  $n$  stalno negativan broj, a odabire se po volji.

Na pr. Zadano je  $[i = tgi = 0,50$ , a odabrano je  $a = 20$  m.

Onda je iz 5) :

$$\frac{c^2}{g} \frac{a}{\sin} \frac{20}{0,44721} = 44,722; \quad c = 20,9 \text{ m/sec.}$$

iz 23)

$$\sin y^* = \pm \frac{L}{S_a} = \frac{J_0}{200} \dots; \quad y_a = 5044/21''.$$

iz 22) :

$$\xi_{oa} = a \ln \sin y_a = 20/n \cdot 0,1 = 46,052/'' \cdot$$

$$y_0^* = a (y_a - \xi_{oa}) = 20(0,10017 - 1,57080)H - 29,413 \text{ m.}$$

Tablica 2.

$-n$	$u$ $e = \sin y$	$arcy$	$\text{Ho}$ $a$	$-n$	$u$ $e = \sin y$	$arcy$	$a$
0	1,0	1,57080	0	4,0	0,01832	0,01832	1,55248
0,2	0,81873	0,95920	0,61160	4,2	0,01500	0,01500	1,55580
0,4	0,67032	0,73464	0,83616	4,4	0,01228	0,01228	1,55852
0,6	0,54881	0,58094	0,98986	4,6	0,01005	0,01005	1,56075
0,8	0,44933	0,46601	1,10479	4,8	0,00823	0,00823	1,56257
1,0	0,36788	0,37673	1,19407	5,0	0,00674	0,00674	1,56406
1,2	0,30120	0,30595	1,26485	5,2	0,00552	0,00552	1,56528
1,4	0,24660	0,24917	1,32163	5,4	0,00452	0,00452	1,56628
1,6	0,20190	0,20331	1,36749	5,6	0,00370	0,00370	1,56710
1,8	0,16530	0,16606	1,40474	5,8	0,00303	0,00303	1,56777
2,0	0,13533	0,13575	1,43505	6,0	0,00248	0,00248	1,56832
2,2	0,11080	0,11103	1,45977	6,5	0,00150	0,00150	1,56930
2,4	0,09072	0,09084	1,47996	7,0	0,00091	0,00091	1,56989
2,6	0,07427	0,07434	1,49646	7,5	0,00055	0,00055	1,57025
2,8	0,06081	0,06085	1,50995	8,0	0,00034	0,00034	1,57046
3,0	0,04979	0,04981	1,52099	8,5	0,00020	0,00020	1,57060
3,2	0,04076	0,04077	1,53003	9,0	0,00012	0,00012	1,57068
3,4	0,03337	0,03338	1,53742	9,5	0,00008	0,00008	1,57072
3,6	0,02732	0,02733	1,54347	10,0	0,00005	0,00005	1,57075
3,8	0,02237	0,02237	1,54843				

Koordinate ostalih ta aka krivulje iskazane su pregledno u tablici 3. Koordinate  $l_0$  i  $V_0$  izraunate su u iz formula 24) s upotrebom tablice 2. Koordinate  $i$  i  $t_j$  izlaze iz jednadžbi 20) i kona no koordinate  $x$  i  $y$  iz formula 21). U istoj tablici tako er su iskazane istim apscisama pripadaju e ordinate do nje asimtote krivulje. Te su ordinate ra unate po formuli 18), koja u ovom konkretnom slu aju poprima oblik  $y = 0,5 (x - -4,48)$ . U posljednjem stupcu  $A_y$  iskazane su diferencije ordina



ta ta aka asimptote i krivulje. Iz njih se vidi, da se krivulja razmjerno brzo približuje asimptoti. U udaljenosti od  $x = 136,8$  m od po etka, ordinata krivulje prakti ki se ne razlikuje više od ordinate asimptote.

Tablica 3.

— $n$	K r i v u l j a						Asimptota	
	S o	!!!	— $x$	— $T_b$	il	"t/ f	$\sim y$	$A_y$
3	60	13,95	12,03	30,42	1,01	7,14	8,26	1,12
4	80	33,95	29,63	31,05	1,64	16,65	17,06	0,41
5	100	53,95	47,42	31,28	1,87	25,80	25,95	0,15
6	120	73,95	65,27	31,37	1,96	34,82	34,88	0,06
7	140	93,95	83,14	31,40	1,99	43,80	43,81	0,01
8	160	113,95	101,03	31,41	2,00	52,75	52,76	0,01
9	180	133,95	118,91	31,41	2,00	61,69	61,70	0,01
10	200	153,95	136,80	31,41	2,00	70,64	70,64	0,0

Uz malene vrijednosti koeficijenta otpora  $l_1$ , jedva se razlikuje ordinata naše krivulje od ordinate donje asimptote ve na svom po etku, a'ko polumjer krivosti treba da mjeri 200 m u toj ta ci. Zbog toga bi e od prakti kog zna enja ovakova krivulja tek za klizine, koje rade uz prosje no ve e ili velike vrijednosti koeficijenta otpora.

• •

## II

Na našoj krivulji, re eno je bilo, klizi teško tijelo jedno li nom brzinom samo u slu aju, ako je ve na po etku imalo brzinu  $c$ , koja zadovoljava jednadžbu 5).

Zbog toga želimo ispitati još kako se mijenja brzina sor timenta, koji je po eo kliziti na klizini takove linije sa povolj nom brzinom  $v_a \wedge c$  ?

Op enita jednadžba brzine teškog tijela, koje klizi na kri vulji konkavnoj prema gore glasi \*) :

\*) Flögl: »Das Riesweg Längenprofil Tharandter forstliches Jahr buch Bd 85, Heft 8.

$$v_e = v_i \cdot e^{-\frac{2^{\wedge}aa}{\cos i}} \cdot \frac{f}{a} \cdot \sin(\bar{a} - \%) \cdot da \quad \langle \rangle$$

Uvrste li se vrijednost g iz jednadžbe 2) u ovu, izlazi:

$$o^2 e^{-2i/a} = u_a \cdot e^{-2i/aa} = \gg 2fic^2 \cdot \frac{f - 2,ua}{a} \cdot da,$$

ili nakon izvršene integracije, te sre enja:

$$v^2 - v_i^2 \cdot e^{-2y, (a_a - a)} / + c^2 (1 - e^{-2^{\wedge}(a - aa)}) \quad j \quad 27)$$

Ako je tijelo po elo kliziti na po etku krivulje sa po et nom brzinom v<sub>a</sub> W: 0, sa dužinom puta brzina mu raste po jed nadžbi:

$$o \wedge c^2 / 1 - e^{-2a(a_a - a)} \quad \rangle \quad 28)$$

a najve u brzinu postizava za a = z u beskona nosti:

$$\ddot{u}_{max} = C^2 (1 - e^{-2ja(a_a - t)}) \quad I = Cm \cdot \quad 2^{\circ}$$

Napiše li se jednadžba brzine 27) u obliku:

$$\gg W + (o l c^2) \cdot e^{-2a(a_a \mathbf{S} a)} \quad 30)$$

za v<sub>i</sub> = c izlazi iz nje v = c T. j. tijelo se giba jednoli no, ako je po elo kliziti sa brinom v<sub>a</sub> = C

U slu aju Va > c brzina je na po etku puta najve a, te mje ri Umax" iãa • Jer za a = a<sub>a</sub> potencija e<sup>-2a(a<sub>a</sub> - a)</sup> postigne naj ve u svoju vrijednost (=1). Najmanja brzina nastupa tek u beskona nosti, jer ista ta potencija poprima najmanju vrijed nost (< 1) za a = %. Za v<sub>a</sub> > c brzina pada dakle sa dužinom puta u granicama:

$$o \setminus > u > c^2 + (v_i - c^2) \cdot e^{-2(A(aa -)} \quad 30a)$$

U slu aju v<sub>a</sub> < c brzina se mijenja po jednadžbi:

$$v = c - (c - v_{\&}) \cdot e^{-2K \langle a a \rangle} \quad 31)$$

Ona je najmanja na početku puta ( $v = v_0$ ), a najveća na kraju puta ( $v = v_1$ ), raste dakle sa dužinom puta u granicama:

$$u_1 < v^2 < c^2 - (c^2 - v_0^2) \cdot \frac{2jx(aa - t)}{31}$$

S upotrebom jednadžbe 29), granice u kojima se kreće u brzine teškog tijela, veće prema njegovoj početnoj brzini, napisat ćemo još jednom i preglednije ovako:

$$\begin{aligned} \text{za } U_a > 0 \quad v^2 > c^2 - 0,1 \cdot e \quad & \text{--- } (aa - T) \\ D_a - c \quad c \cdot & \\ v_a < c \quad & \text{--- } 2j(aa - x) \\ \text{za } a = 0; \quad 0 \leq v^2 < cL = c^2 \cdot i - e & \text{--- } 2(1 - a_a - T) \end{aligned} \quad \cdot 32)$$

### sim

Klizina izvedena u obliku naše krivulje može služiti i za određivanje koeficijenta ukupnog otpora  $f_i$ . Iznosi li parametar linije takve klizine na pr.  $a = 20\text{m}$ , a pokusom je pronađeno, da neki sortiment klizi na njoj sa jednolikom brzinom  $c^2/g = 44,722$  ili okruglo sa brzinom  $c \sim 20,9 \text{ m/sec}$  iz jednadžbe 3) izlazi formula:

$$\text{sim } a : \quad 33)$$

koja određuje taj koeficijent sa:

$$\begin{aligned} \sin i = 20 : 44,722 = 0,44721 ; \quad \cos t = 0,89443 ; \\ f_i = \text{tg} \% = 0,50 ; \quad \text{arcx} = 0,46365 . \end{aligned}$$

Pa i u slučaju, u kojem sortiment ne klizi jednoliko, može se odrediti koeficijent ukupnog otpora približno, no praktički dovoljnom tačno, ako je poznata brzina sortimenta  $v_a$  na početku i  $v_b$  na kraju takve klizine.

Stavimo li naime:

34)

izlazi iz formule 3), ako se namjesto brzine  $c$  uvrsti u nju osrednja brzina  $v_s$ , za taj slučaj:

$$\sin i - a \cdot g \quad (35)$$

To se može uiniti svagda, kad se brzina tijela mijenja ne primjenjivo, kad se dakle akceleracija klizanja malo razlikuje od ničice ( $a_i \sim 0$ ). Da se pak brzina uopće malo mijenja na klizini naše linijem pokazuje daljnji račun, prilagođen konkretnim prilikama, na pr. istoj klizini, koju smo malo prije promatrali.

Neka isti sortimentat po ne kliziti na njoj sada sa brzinom:

$$Da = 30 \text{ m/sec} > c = 20,9 \text{ m/sec} .$$

Iz jednadžbe 32) slijedi onda, brzina klizanja  $v$  može se kretati tek u granicama:

$$0 \leq v^2 < c^2 + u^2 \cdot \frac{2n(a_a - T)}{a \cdot c}$$

Uzima li se opet koeficijentat ukupnog otpora sa iznosom od ( $i = 0,50$ ), račun u pojedinostima odvija se ovako:

Iz 4):

$$\sin i (a_a - T) = 0,11$$

$$a_a - T = 5^\circ 44' 21''$$

$$\text{arc}(a_a - r) = 0,10017$$

$$2i(a_a - r) = 2 \cdot 0,50 \cdot 0,10017 = 0,10017$$

$$e^{2i(a_a - r)} = e^{0,10017} = 1,10536$$

$$e^{-2ix(a_a - T)} = 0,90468$$

Iz 29):

$$c_m^2 = 438,723(1 - 0,90468) = 41,819$$

$$c_m \sim 6,47 \text{ m/sec}$$

Granice, u kojima se brzina kreće, su dakle ove:

$$30^2 > u^2 > 41,819 + 30^2 \cdot 0,90468$$

$$30 > u > 29,3 \text{ m/sec}$$

Na jednaki na in s pomo u formula 32), izra unali smo granice, u kojima se brzina tog istog sortimenta kre e, ako je po elo kliziti sa raznim i drugim još brzinama  $v_a \wedge c = 20,9$  m/sec na istoj klizini. Rezultate ra una iznijeli smo u tablici 4.

Tablica 4.

$V_0$ m/sec	$V$ m/sec
0	$0 < v < 6,5$
5	$5 < v < 8,0$
10	$10 < ; v < 11,5$
$c$	$v == c = 20,9$
30	$30 > v > 29,3$
40	$40 > v > 38,6$

Iz te tablice se vidi, da se br j\_n\_a k i j\_z\_a n j\_a n e mijenja mno go ni uz znatnije odmake od jednoli ne brzine  $c=20,9$  m/sec (na pr. uzo\_a=10 ilio\_a=40 m/sec; zna i akceleracije klizanja ne nalaze se daleko od ništice ni u takvom slu aju. Svaka ko, sa odmicanjem brzine  $v$  od iznosa jednoli ne brzine  $c$ , zbog otpora zraka mijenja se i vrijednost koeficijenta ukupnog otpora  $f_i$ . Tako na pr. za  $u=10$  m/sec bi e nješto manja, a za  $u=30$  m/sec nješto ve a od vrijednosti  $f_i = 0,50$ , koja pripada brzini  $c = 20,9$  m/sec im je diferencija  $|c-z|$  manja, manji je i taj odmak. No i uz ve u diferenciju  $|c-o|$  promjena vrijednosti koefi

cijenta otpora redovno je toliko malena, da nema prakti kog zna enja, jer najve i dio te vrijednosti otpada na koeficijentat istog trenja, koji je za isti sortimenat na istoj klizini kon stantan.

### III

Naša krivulja potpuno je određena, ako je zadan parametar  $a = a_i$  i koeficijentat otpora  $f_i =$  (isp. jedn. 17.) Isto tako postoji samo jedna vrijednost brzine  $c = C_i$  (isp. jedn. 5), sa kojom klizi teško tijelo jednoli no na tako odre enoj liniji uz isti taj koeficijentat otpora (trenja)  $p = f_a$ . Kako se mijenja br ižna teškog tijela, koje je ušlo u tu krivulju sa brzinom  $v_a \wedge C_i$  pokazano je u drugom dijelu ove rasprave, ali opet tek za slu aj, ako je koeficijentat otpora (trenja), uz koji tijelo klizi, jed nak koeficijentu otpora (trenja), uz koji je odre ena krivulja. Preostaje nam još da raspravimo, najop enitiji slu aj, u kojem ulazi tijelo u našu krivulju ne samo sa povoljnom brzinom  $v_a \wedge C_i$ , nego i dalje klizi na njoj uz povoljnu njeku vrijednost koeficijenta trenja, redovno  $f_i < H_i$  ili  $r < r$ , .

Uz ovako opisane prilike polumjer krivosti naše linije po prima vrijednost (isp. 4):

$$\sin(a - z_j) \tag{37}$$

Op enito pak jednadžba brzine 26), ako se u nju stavi ta vrijednost za g, prelazi u:

$$v e^{2 \int i a \dots - 2 f i u a} = \frac{2 a, g}{\cos x} e^{2 \wedge \sin(a - x)} \frac{da}{\sin(a - z_j)} \tag{38}$$

Poradi lakšeg izra unavanja integrala na desnoj strani ove jednadžbe, stavljamo:

$$\xi = \tau, \quad Y = a - x, \tag{39}$$

Onda je:

$$\int \frac{\sin(a - x)}{\sin(a - x)} da = e \dots \int e^{-2 \int i t} \cos e f srne \dots \int e^{-2 H V} dy \tag{40}$$

Po stavku srednje vrijednosti integralnog ra una — ako  $y_s$  ozna uje njeku osrednju vrijednost kuta, u intervalu od  $y$  do  $y_a$  — je:

$$\int_{y}^{y_a} e^{-2 \int i t} \cos e f srne \dots \int_{y}^{y_a} e^{-2 H V} dy \tag{41}$$

Osrednje vrijednosti  $y_i$  i  $y_{sj}$  op enito nijesu jednako velike. Pošto je ali u našem slu aju svagda  $y > 0$ , a  $y_a$  tako er ma len kut, to se u uskom intervalu, od  $y$  do  $y_a$ ,  $y_i$  ne može mnogo razlikovati od  $y_{s2}$ . Zbog toga se slomak potencija, koje se razlikuju samo po eksponentima, a ovi opet tek samo po

tim osrednjim vrijednostima, ne razlikuje mnogo od jedinice. Ovom približnom, no dosta ta nom postupku ne samo u naše svrhe, bili smo prinuždeni ute i se, jer za integral na desnoj strani jednadžbe 38) nije dosad prona eno riješenje u zatvorenoj formi.

Desna strana jednadžbe 40) poprima onda oblik:

$$\frac{I}{2ji} \frac{r}{L} e^{2n(Y + \theta)} \frac{e^{(va+T)l}}{e} \frac{T}{J \cdot L} \operatorname{cose} \frac{\sin \epsilon}{7a} \frac{\ln \left| \frac{(\sin y X)}{\sqrt{\sin y / -}} \right|}{y} \quad (42)$$

ili, ako se vratimo prijašnjim vrijednostima za  $\epsilon$  i  $y$  (isp. 39):

$$\frac{J}{2jL} \frac{f}{L} \frac{2va}{e} \frac{2, a a l}{J L} ; L_{os(t-)} \gg M_{1n} \left( \frac{f \wedge \wedge V I}{V s m \wedge T,} \right) / J \quad (43)$$

Jednadžba brzine 38) dobiva pak kona an oblik:

$$v = D a \cdot e \frac{2n(a a a)}{+ a, g} \frac{\operatorname{cose} J}{I l} - e \frac{2(1(8 \ll) ! f}{J \cdot 1 f} + \quad (44)$$

Za  $\epsilon = \theta$  (ili  $V=T$ ) izlazi iz nje prijašnja jednadžba 38).

Kona ne vrijednosti za brzinu daje naravno ova jednadžba samo za vrijednosti  $a > \theta$ ; jer nagib  $a = \theta$  postiže naša krivulja tek u beskona nosti.

Naša krivulja mo i e se sada djelomi no upotrijebiti za liniju šumske klizine i u slujaju, u kojem se ispituje sposobnost rada potonje uz dvije razne grani ne vrijednosti koeficijenta trenja.

Ako su na pr. zadane dvije takove vrijednosti  $\theta = \theta = 0,50$  i  $\theta = \theta = 0,35$ , a želimo upotrijebiti našu krivulju, sa zadanim parametrom  $a = 10m$  i minimalnim polumjerom krivosti na potetku  $g a - 200 m$ , obi no je svrsi shodno, da sortimenat pro etu krivulju, klize i na njoj uz gornju grani nu vrijednost koeficijenta trenja, sa jednoli nom brzinom, sa kojom je ušao u nju:  $c_i = U a i \cdot$

Ta brzina treba onda da mjeri (slijedi iz 5):

Nagib na po etku krivulje mjeri pak (iz 4):

$$\sin(a_a - \alpha) = \frac{4}{200} \approx 0.02 \quad \alpha = 26^\circ 33' 54'' ;$$

$$a_a \quad \alpha = 2^\circ 51' 58'' ; \quad a_a = 29^\circ 25' 52'' ; \quad \operatorname{tga}_a = 0,56419$$

Dužina  $d$  tangente nagiba  $a_a$  pred tom krivuljom, potrebe, da sortimenat postigne brzinu  $ci - Vai$  na po etku krivulje, ra una se iz poznate formule:

$$d = \frac{1}{g \cdot 2(\operatorname{tga}_a - \operatorname{tga})} = \frac{22,361}{3(0,564 - 0,50)} = 1,747 \text{ m}$$

Drugi sortimenat, klize i uz donju grani nu vrijednost ko eficienta trenja, na istoj tangenti dužine  $d$ , postigao je na njezinom kraju, t. j. na po etku naše krivulje brzinu (ako je po eo kliziti sa brzinom  $v_0$ ):

o\

$$y = 2d(\operatorname{tg}c_a - \operatorname{tga}) = 2 \cdot 1,747 \cdot (0,564 - 0,350) = 0,74772 \text{ m}$$

$$v_a^2 = 27,1 \text{ m/sec}^2$$

Naša krivulja neka je dio linije klizine od nagiba  $a_a$ , do nagiba  $a = 26^\circ 34' 0''$

Onda je:  $a_a - a = 2^\circ 51' 52''$ .

$$\operatorname{arc}(a_a - a) = 0,04999$$

$$2[\operatorname{tga}_a - \operatorname{tga}] = 2 \cdot 0,35 \cdot 0,04999 = 0,035$$

$$e^{2(\operatorname{tga}_a - \operatorname{tga})} = e^{0,035} = 1,03563$$

$$\frac{2[\operatorname{tga}_a - \operatorname{tga}]}{e^{2(\operatorname{tga}_a - \operatorname{tga})}} = 0,9656$$

$$1 + \frac{2[\operatorname{tga}_a - \operatorname{tga}]}{e^{2(\operatorname{tga}_a - \operatorname{tga})}} = 1 + 0,35 \cdot 0,5 = 1,175$$

$$M - p = \frac{0,50}{0,04999} \cdot 0,35 = 3,0004 \text{ m} \quad ce - r, \quad 0^\circ 0' 06''$$

$$\frac{\sin(a_a - \alpha)}{\sin(a - \alpha)} = \frac{0,05}{0,000029} = 1724,14$$

$$\ln \left| \frac{\sin(a_a - \alpha)}{\sin(a - \alpha)} \right| = \frac{1}{M} \log_{10} 1724,14 = 7,45248$$



Na kraju naše krivulje brzina drugog sortimenta mjeri da kle (iz 44):

$$ff = 74,772 \cdot 0,9656 + 10 \quad U_{oD} \cdot 0,0344(1,175 + 3,0004 \cdot 7,45248)$$

$$\frac{—}{g} = 72,199 + 20,690 = 92,889$$

$$v \sim 30,2 \text{ m/sec .}$$

Horiontalna i vertikalna projekcija naše krivulje (od  $a_a$  do  $a$ ) ra una se iz formula 17), koje sada poprimaju oblik:

$$y^* = \frac{L}{(«a \ll) + \frac{x \cdot 1}{In [ \wedge T Z Z \wedge j ]} \cdot (\ddot{o} a \sim a) a, \cos\%, \quad (45)$$

Dakle je:

$$x_a = — (7,45248 — 0,5 \cdot 0,04999) \cdot 10 \cdot 0,89443 = — 66,433 \text{ m}$$

$$y_{\&} = L \cdot (0,04999 \text{ f } 0,5 \cdot 7,45248) \cdot 10 \cdot 0,89443 \ll — 33,776 \text{ m.}$$

Dužina luka  $a_a$  do  $a$  ra una se pak iz jedn. 12), koja sada ima oblik:

$$\ll, In \quad Ltg-i (a — T),J \cdot$$

Dakle je:

$$t9 y ( «a = Ti ) \wedge \cdot 01 \cdot 125'59'' \quad 0,025017 \text{ m } 1667,8$$

$$tg \setminus (a — xj) \sim \sim tg \ 0^*0'03'' \sim \sim 0,000015$$

$$= 10 \text{ m } 10 \text{ } \zeta \ 16667,8 \text{ —}$$

**M**

Namjesto ta nije formule 44) vrlo dobro može poslužiti približna formula:

$$\frac{2}{g} = \frac{2}{g} \cdot \frac{2}{c} - 2(i (aa \text{ — } a) + 2 (h \text{ — } fid), \quad (47)$$

koju smo izveli za izra unanje brzine klizanja na kraju luka

kružnice, konkavnog prema gore\*). U ovoj formuli označuje  $h$  vertikalnu, a  $d$  horizontalnu projekciju luka. Dakle je

$$h = \frac{v^2}{g} \sin^2 \alpha; \quad d = \frac{v^2}{g} \sin \alpha \cos \alpha. \quad (47a)$$

Razlikuje se ta formula (47) od prijašnje (44) samo po drugom, jednostavnijem članu na desnoj strani. Po ovoj formuli (47) izlazi:

$$\frac{v^2}{g} = 72,199 + 2(33,776 - 0,35 \cdot 66,433)$$

$$\frac{v^2}{g} = 72,199 + 21,048 = 93,247$$

$$v \sim 30,2 \text{ m/sec}.$$

Ovaj se dakle rezultat praktički ne razlikuje od prvoga.

## ZUSAMMENFASSUNG.

### K

Bekanntlich gleitet ein schwerer Körper gleichmässig auf einer unter dem Neigungswinkel  $\alpha = \%$  geneigten Geraden, wenn  $f_i = \text{tgr}$  die Reibung, oder allgemeiner die Gleitwiderstandszahl bedeutet (vergl. die vorige Abhandlung). In dieser Abhandlung wird gezeigt, dass unter gewissen Bedingungen eine gleichmassige Bewegung auf einer Geraden von veränderlicher Neigung auch möglich ist.

Auf einer Linie, die im Grundrisse eine Gerade und im Längsenprofile die Form einer nach oben konkaven Kurve zeigt, ändert sich die Beschleunigung nach bekannter Gl. 1) in welcher  $v$  die Geschwindigkeit,  $g$  den Krümmungshalbmesser und  $\alpha$  die Neigung der Tangente gegen die Horizontale in einem und demselben Kurvenpunkte bedeutet. Gleitet der Körper gleichmässig, so ist die Beschleunigung gleich  $0$ . Aus dieser Tatsache folgen die Gl. 2), 3), 4) u. 5), die den Krümmungshalbmesser, die Konstante  $a$  der Kurvenschar gleichmässiger Bewegung, und die zwischen der gleichmässigen Geschwindigkeit  $c$ , der Konstante  $a$  und dem Reibungswinkel  $\%$  bestehende Beziehung bestimmen.

Isporedi: Flögl: »Šumska transportna sredstva« II. dio: izdalo litrg. Udruženje studenata Šum. fakulteta Zagreb.

Im weiterem werden die Parametergleichungen 8) der Kurvenschar abgeleitet, u. z. in einem Achsensystem  $\zeta\eta$ , welches so gewählt ist, dass der durch die Gl. 6) näher bestimmte Parameter  $y$  die Neigung der Kurventangente gegen die Horizontale bedeutet. Die Gl. 11) stellt unsere Kurvenschar in laufenden Koordinaten unmittelbar dar, und die Gl. 12) bestimmt die Bogenlänge in der Gleitrichtung sowie in dem Intervalle von  $y_a$  (Koordinatenanfangspunkt) bis zum beliebigen  $y$ . Die einfachste Form 8 a) bzw. 11 a) nehmen die Kurvengleichungen im Falle

$y_a = -\frac{c}{g} \frac{1}{\sin \alpha}$ . Aus der Analyse dieser Gleichungen ist zu entnehmen:

Die Kurvenschar ist gegen die negative  $\zeta$ -Achse symmetrisch, durchläuft den Koordinatenanfangspunkt und besitzt zwei zur  $\zeta_0$ -Achse parallele Asymptoten, deren Gleichungen die Formeln 14) bzw. 15) sind. In dem Anfangspunkte  $O_0$  ist der Krümmungshalbmesser gleich der Kurvenkonstante ( $g = a$ ; Abbdg. 1).

Um nun der anfänglichen Voraussetzung noch zu genügen, wird das Achsensystem mit dem Drehungswinkel  $\alpha$  in die neue Lage  $xy$  gedreht (Abbdg 2). Die Kurventangenten werden auf diese Weise mit der Horizontale ( $X$ -Achse) nicht den Winkel  $y$ , sondern den vorausgesetzten Winkel  $a = \alpha + \nu$  einschliessen. Zwischen den Koordinaten der beiden Systeme bestehen sodann die Beziehungen 16), aus welchen die unsere Kurvenschar in dem neuen  $xy$ -Systeme darstellenden Gl. 17) folgen. In demselben Systeme ist 18) die Gleichung der unteren — und 19) der oberen Asymptote. Von praktischer Bedeutung ist nur der untere Kurvenast und die untere Asymptote, da die Kurvenschar nur in diesem Teile nach oben konkav ist.

Im gegebenen Falle die notwendige, und zu der Konstruktion der Kurve einfachste Berechnung ist die folgende: Je nach der voraussichtlichen Geschwindigkeit  $c$  und der gegebenen Gleitwiderstandszahl  $i$ , wird zunächst die Kurvenkonstante aus der Gl. 3) bestimmt, und der weiteren Verwendung gemäss abgerundet. Über die Grösse dieser Zahl gibt auch die Tafel 1) eine Auskunft. Die Koordinaten der einzelnen Kurvenpunkte werden aus den Gl. 21) berechnet, welche, nachdem die Gl. 20) auch bestehen, aus den Gl. 16) folgen. Weitere Gl 22) u. 23) bestimmen die in der Gl. 21) verwendeten Bezeichnungen näher. Der Neigungswinkel  $y_a$  (im  $O$  Punkte), welcher von der Konstante  $a$  und dem Krümmungshalbmesser  $g_a$  abhängt, wird auf Grund des Wertes  $\hat{a} = 200$  m bestimmt, da er in diesem Punkte einerseits seinen Kleinstwert besitzt, andererseits, weil er von diesem Werte bei forstlichen Riesen nicht kleiner sein darf. Die  $\zeta_0$  u.  $\eta_0$  Koordinaten sind im allgemeinen durch die Gl. 8a) bestimmt. Um aber die Anwenden dieser Gleichungen zu erleich-

tern, sind dieselben auf die Form der Gl. 24) umgeformt. Aus den Gl. 25), welche die Bezeichnung der Gl. 24) näher erklären, ist ersichtlich, dass auf diese Weise die Koordinaten als Funktionen des Parameters  $n$  ausgedrückt und mit Hilfe der Tafel 2) leicht zu berechnen sind. Das folgende Zahlen-Beispiel der Koordinaten Berechnung einer solchen Kurve und ihrer unteren Asymptote für  $a = 20\text{m}$ , und  $i = 0,50$ , samt der Tafel 3), in welcher die Rechnungsergebnisse übersichtlich sind erklärt und ordnet den ganzen Rechnungsvorgang näher an. Von  $j_r = 136,8\text{m}$ , und weiter, unterscheiden sich die Kurven- und Asymptotenordinaten praktisch nicht mehr.

Die Kurve weicht von der Asymptote um so mehr ab, je grösser die Gleitwiderstandszahl ist. Mit der Grösse dieser Zahl wächst daher auch die praktische Bedeutung dieser Kurve.

## II.

Auf unserer Kurve gleitet ein Körper gleichmässig nur in dem Falle, wenn die Anfangsgeschwindigkeit  $v_a$  der durch die Gl. 5) bestimmten  $c$  Geschwindigkeit gleich ist. Nun wird auf die Frage beantwortet, wie sich die Geschwindigkeit im Falle  $v_a \neq c$  ändert. Die Antwort ergibt die Gl. 27), welche aus der allgemeinen Formel 26) folgt, falls man dem Krümmungshalbmesser  $g$  den Wert der Gl. 2) zusetzt. Im Falle  $v_a = 0$  ist 28) die Gleichung der Gleitgeschwindigkeitsänderung, und 29) die Formel der maximalen oder Endgeschwindigkeit  $c_m$ , welche der Körper nie oder in der Unendlichkeit erreicht (praktisch natürlich schon in naher Endlichkeit). Auch in den übrigen Fällen  $v_a \neq c$  hat die Gleitgeschwindigkeit eine untere und eine obere Grenze. Alle diese Fälle sind unter 32) übersichtlich zusammengestellt.

Im weiteren wird auf einem Zahlen-Beispiele gezeigt, wie solch eine Kurve auch zur Bestimmung der Gleitwiderstandszahl benützt werden kann.

## III.

Unsere Kurve ist vollständig bestimmt, falls die Kurvenkonstante  $a = ai$ , und die Gleitwiderstandszahl  $\mu$ , gegeben ist. Dann besteht nur eine Geschwindigkeit  $\zeta = ci$ , mit welcher der schwere Körper unter derselben Gleitwiderstandszahl  $i = ih$  gleichmässig auf ihr gleitet. Wie sich die Gleitgeschwindigkeit ändert, falls  $v_a$  verschieden von  $ci$  ist, dagegen die Gleitwiderstandszahl  $\mu$  unverändert bleibt, ist unter II behandelt wor-

den. Nun wird noch der allgemeinste Fall behandelt, nämlich wie sich die Gleitgeschwindigkeit bei beliebiger Anfangsgeschwindigkeit und beliebiger Gleitwiderstandszahl (überwiegend) ändert.

Setzt man den Wert  $\zeta$  aus der Gl. 37) in die allgemeine Gl. 26) ein, so nimmt sie die Form der Gl. 38) an. Die Auflösung dieser Gleichung ist Gl. 44). Diese Gleichung bestimmt die Geschwindigkeitsänderung eines schweren Körpers, der mit beliebiger Anfangsgeschwindigkeit  $v_a = Ct$ , und beliebiger Gleitwiderstandszahl (überwiegend  $f_i < f_{ix}$ ) auf einer ( $a = ai, P = \dots$ ) unserer Kurven gleitet.

Eine andere fast gleichwertige aber annähernde Geschwindigkeitsformel ist die Gl. 47), welche praktisch mit der Formel gleiche Resultate liefert, wie es ein zahlenmässig durchgeführtes Beispiel beweist.

Dasselbe Beispiel zeigt weiterhin, dass diese Kurve im Falle, wenn eine Leistungsfähigkeit der Riese auch im grösseren Gleitwiderstandszahl — Intervalle erfordert wird, teilweise als Rieslinie verwendet werden kann.



PROF. Dr. MIHOVIL GRA ANIN:

# PEDOLOŠKA STUDIJA OTOKA PAGA

(PEDOLOGISCHE STUDIE ÜBER DIE INSEL PAG)

## SADRŽAJ (INHALT):

"Uvod (Einleitung)

Principi i metodika istraživanja

(Principien und Methodik der pedologischen Forschungen)

Geografske, geološke, vegetacijske i klimske prilike otoka Paga.

(Geographische, geologische, pflanzensoziologische und klimatische Verhältnisse der Insel Pag)

Dinjiško Polje

Velo Blato

Malo Blato

Kolansko Polje i Blato

Tla kamenjara (Skelettböden)

Dinamika, pedogeneza i sistematika paških tala; 1. Skeletna, sme a solon casta tla, 2. Soloncasta tla polja, 3. Mineralna solon asta tla, 4. Barska solon asta tla

(Dynamik, Pedogenesis und Systematik der Böden; 1. Skelettböden mit brauner solonetzartiger Feinerde, 2. Solonetzböden der Poljen, 3. Solontschakartige Mineralböden, 4. Solontschakartige Moorböden).

Smjernice za melioraciju paških tala

(Die Richtlinien für die Melioration der Böden)

Literatura (Literatur)

Zusammenfassung.

## UVOD.

Oto je Hrvatskog Primorja i Dalmacije ostalo je sve do novijeg vremena u pedološkom pogledu potpuno neistraženo. U klimagenetskoj pedološkoj karti Gorijanovi Krambergera od 1911. god., kao i u Stremmeovoj karti Evrope od 1927. godine, tla našeg otoka nisu uopće prikazana. Prvu klasifikaciju ovih tala nalazimo u pedološkoj karti A. Stebuta iz 1931. godine, u kojoj su skeletna tla sa crvenicom označena kao dominantna tla ovoga područja; samo na otocima Pagu i Viru dominiraju po Stebutu aluvijalna tla riječnih dolina nad crvenicama. Međutim ova karta ne bazira isključivo na našim pedološkim istraživanjima, već i na podacima državnog katastra, pa je već s toga razumljivo, da će se tek

zaktnim pedološkim istraživanjima mo i dobiti vjerna slika pedoloških prilika ovih krajeva. Ve su prva istraživanja rije rezultate opširno donosimo u ovoj studiji — opravdala to mišljenje, jer su pokazala, da »aluviji rije njih dolina« kao ni crvene, nisu ni dominantna ni tipična na tlu na otoku Pagu. (G r a n i n 3).

Prvim istraživanjima otoka Paga pristupio sam 1930. godine, kada sam u vezi s poduzetim mjerama oko integralne sanacije toga otoka, zamoljen najprije od Doma Narodnog Zdravlja u Sušaku, a onda i od Poljoprivrednog odjelenja banske uprave u Zagrebu, da pristupim pedološkom izučavanju našeg najpasivnijeg napučenog otoka. S terenskim radom otpočeo sam ljeti 1930. god. potporom Poljoprivrednog odjelenja banske uprave u Zagrebu; po želji toga odjelenja imala su biti istražena Samo paška polja i blata i to poimence Dinjiško Polje, te Kolansko, Velo i Malo Blato, dakle one površine, koje dolaze u obzir za poljoprivredne kulture. Interes pak šumarskog odsjeka banske uprave za šumske terene, te okolnost, da je pošumljenje otoka uslovom opće bonifikacije prilika na Pagu sklonuli su me, da istraživanje protegnem i na kamenjare, drugim riječima na cio otok.

Terenska istraživanja obavio sam lično 1930. i 1931. godine, dok su na analitičkom laboratorijskom poslu suraivali gica Ing. J. Verli asistentica zavoda, uz pomoć gice M. Franičević, te gosp. Ing. M. Kranjčević, kemičar Higijenskog zavoda u Zagrebu. Benevolencijom uprave Higijenskog zavoda omogućeno je, da se jedan dio kemijskih analiza obavim u kemijskom laboratoriju toga zavoda; upravi Higijenskog zavoda, kao i mojim suradnicima, izražavam na pomoć srdačnu hvalu.

## PRINCIPI I METODIKA ISTRAŽIVANJA.

Za istraživanja otoka Paga rukovodio sam se istim principima, kao i za mojih prijašnjih pedoloških studija (Graničnik 4. i 5.); nastojao sam naime u prvom redu da karakterišem paška tla sa gledišta pedološko ekološkog, da odredim njihove mehaničke i kemijske sastave, te fizikalna, kemijska, fiziološka i mikrobiološka svojstva; u drugom redu, da na osnovu studija morfoloških, kemijskih i fizikalno kemijskih svojstava tala i klimskih faktora objasnim genezu i opredjelim njihovu sistematsku pripadnost. Napokon sam pokušao, da na osnovu poznavanja ekoloških svojstava tala donesem prijedlog za njihovu melioraciju, u cilju unapređenja ratarske i šumske proizvodnje.



I metodika istraživanja bila je u glavnom ista kao i za mojih ranijih studija (4. i 5.). Kod paških tala obavljena je pored ostalih i analiza ekstrakta tla u vodi, pošto se pokazalo, da su tla bogata alkalijima; analiza vodenog ekstrakta vršena je po Gedroizu (7.). Sadržina klorijona određivana je elektrometrijskim putem; metodika ovog određivanja biti će detaljno opisana na drugom mjestu.

Da se dobije što detaljnija slika paških tala prikazao sam zasebno rezultate pedoloških istraživanja Dinjiškog Polja, Ve log Blata, Malog Blata, te Kolanskog Polja i Blata, dok sam sva tla kamenjara opisao u istom poglavlju.

Zasebno sam prikazao dinamiku procesa u paškim tlima, genezu i njihovu sistematsku pripadnost, te kona no tendenciju daljeg razvitka. U zaglavku donio sam op e smjernice za njihovu melioraciju.

Kako je tlo funkcija itavog niza genetskih faktora, a u prvom redu klimskih, geoloških i vegetacijskih prilika, do nosim prije opisa rezultata pedoloških istraživanja, — uz kratku geografsku skicu i podatke o geološkim, vegetacijskim i klimskim prilikama otoka Paga.

## **GEOGRAFSKE, GEOLOŠKE, VEGETACIJSKE I KLIMSKE PRI LIKE OTOKA PAGA.**

Otok Pag pružio se južno od Raba u smjeru sjevero zapad jugo istok uzduž Velebita, sve do dalmatinskog kopna, u obliku duge i vrlo uske krševite izbrežine, između  $44^{\circ}18'$  i  $44^{\circ}43'$  sjev. širine, te  $32^{\circ}24'$  i  $32^{\circ}56'$  isto ne duljine, zapremivši površinu od  $294,68 \text{ km}^2$ . Od velebitskog masiva dijeli ga uski i duboki Planinski kanal, a s juga plitki tjesnac Ljuba od sjevero dalmatinskog kopna; sa sjevera i sjevero zapada oplakuje ga Mali Kvarner i dijeli od Raba, Cresa i Lošinja, dok mu na zapadu leže otoci i Skarda, Maun, Veliki i Mali Brušnjak i Vir. Vrlo je nepravilna oblika, neobično rašlanjen i rastrgan, sa bezbroj draga i dražica, koje sada su slabije zadiru u kopno. Staronoyaljski zaljev sa sjevera, Veliki Paški zaljev u sredini otoka, pa Dinjiški s juga, toliko duboko ulaze u korito paškog kopna, da ga po duljini skoro prepolovljuju na dva duga dijela: kraji isto ni, pretrgnut na polovici Paškim vratima i dulji zapadni. Isto na obala Paga ponajve ma je strma, gola i malo pristupna, za razliku od zapadne, koja je vrlo razvedena i pristupnija. Kao i kod dalmatinskih otoka konfiguracija terena i geomorfološke osebine upućuju, da je Pag bio neko vrijeme vezan s kopnom, u koje je spuštanjem obala ušlo more.

itavo paško kopno spušta se od sjevero zapada prema ju go istoku; kamenite terase isto ne polovine padaju najprije po lagano prema istoku, da se onda uz samu obalu strmo sruše u more, dok se terase zapadne polovine otoka spuštaju ponajve ma polagano sve do mora. Zato je more uz zapadnu obalu plit ko, uz isto nu duboko.

Paške terase puste su i gole kamenjare, kakve se u tolikoj površini i kompaktnosti ne mogu vidjeti niti na Rabu, niti na Krku. Skoro 90% od itavog paškog terena otpada na kame njare. Samo u depresijama tih kamenjara nalazimo deblje slo jeve sitnog tla: paška polja i blata. Tako u koritu izme dju isto ne i zapadne polovine otoka od Salinskog zaljeva na sjeveru do Dinjiškog zaljeva na jugu nalazimo veliku i dosta debelu naplavinu sitnog tla — koja mjestimice dosiže i 10 m n. v. — zvanu Dinjiško Polje; na sjeveru istoga korita između zaljeva aska i zaljeva Staronovaljskog leži Novaljsko Polje. Na južnome dijelu zapadne polovice otoka nalazimo nekoliko depresija; najzapadnije, između Staro i Novopovljanskog za ljeva leži Povljans'ko Polje; između Vlaši kog zaljeva na jugu u smjeru JI SZ sve do zaljeva Baškog prostiru se tri depre sije odijeljene omanjim uzvisinama i to: Vlaši ko Polje, Velo Blato i Malo Blato. Na sjevernom dijelu zapadne polovine oto ka ispod sela Kolane sve do Slatinskog zaljeva prostire se duga depresija Kolansko Polje i Kolansko Blato.

Najve u nadmorsku visinu dosiže oko sredine zapadne po lovine otoka brdo Sv. Vid (348 m); samo se mjestimice paške kose uspinju do 200 m n. m. (Bosani , Gradac, Trigraci, Kršina, Razanka, Malenica i dr.) dok najve i dio terena leži ispod 150 m n. v.

**Geološke prilike.** Po R. Schubertu (20) i L. W ag en u (21) Pag je preostatkom jedne vrlo protegnute zone tektonskih korita ispunjenih srednje eocenskim laporima, produktima nji hova trošenja, te diluvijalnim pijeskom i kršem. Dugo isto no krilo glavne sinklinale na polovici je prekinuto; more je na to me mjestu (Paška vrata) prodrlo u korito, ispralo meki sup strat, te ispunilo itavu veliku depresiju od mjesta Paga na jugu, sve do aske na sjeveru (Paški zaljev). Južno od mjesta Paga, sedimenat korita polagano se uzdiže u Salinskom zalje vu, te prelazi u Dinjiško Polje, koje se najprije diže, a onda opet ubrzo spušta smjerom JI sve do u Dinjiški zaljev. Ova glavna paška sinklinala ispunjena je kamenjem gornjih numu litnih slojeva, koji su sad ja e sad slabije zastrti naslagama kvartenim. Uz rubove korita povrh numulitnog vapnenca pro teže se dugi uski pojas alveolinskog vapnenca. Antiklinalne gorske kose, što opasuju ovo najdulje paško korito izgradjene

su iz rudistnog vapnenca gornje krede. Samo na 3 mjesta uzi ma u eš a na izgradnji ove kose kredni dolomit. Dok se isto na antiklinala ruši strmo u more, zapadna se antiklinala prema moru polagano spušta.

Depresija sjeverne polovine zapadne antiklinale zvana Kolan'ska dolina ispunjena je smeđim i modrim glinastim i pješkovitim lapornim škriljevima, kao i plavo bijelim laporima sa uklopljenim slojevima lignita i tamno smeđjeg ugljena, na kojima poiva tanji ili deblji sloj sitnog sivkasto žu kastog ili pak smeđjeg tla.

Na južnom dijelu otoka između Košljunskog zaljeva i dalmatinskog kopna, protežu se dvije kraje sinklinale, koje po svojoj gradji dosta slične dugoj glavnoj sinklinali otoka Paga. Korito što ide na jugu od Vlaši kog zaljeva prema sjevero zapadu do Velog Blata ispunjeno je eocenskim laporima i aluvijalnim naplavinama, a kratko korito između novo i staropovljanskog zatona, ispunjeno je eocenskim laporima, koje prekrivaju diluvijalni pjesci, a uz samo more i aluvijalni nanosi.

**Vegetacijske prilike.** Po Horvati u S. (11) daju se na otoku Pagu razlikovati ove glavne vegetacijske skupine:

1. vegetacija slatkih i brakinih voda, te njihovih obala; 2. vegetacija morskih obala; 3. vegetacija livada košanica; 4. vegetacija kamenjara; 5. vegetacija vapnenakih stijena i 6. vegetacija šuma i šikara.

Kad je ova studija bila predavana za štampu izašla je opsežna studija St. Horvati a (12) pod naslovom »Flora i vegetacija otoka Paga«, u kojoj su detaljno prikazane vegetacijske jedinice spomenutih područja; odustao sam s toga od prvotno predviđenog opisivanja vegetacijskih prilika Paga, te upuujem čitaoca na temeljito djelo Horvati a.

**Klimske i hidrološke prilike.** O klimskim prilikama otoka Paga nemamo žalibože nikakvih podataka, jer na otavom Pagu ne postoji niti jedna meteorološka stanica. Raspoložemo jedino s oskudnim podacima o klimatskim prilikama mjesta Raba, koje leži Pagu na sjever i iscrpnim podacima za otok Lošinj, što se pružio podalje sjevero zapadno od Paga, te konačno podacima o oborinama Karlobaga, što leži isto no pred Pagom na primorskoj obali. Susretljivoš u meteorološke centre u Splitu ustupljeni su nam podaci o oborinama i toplinama meteorološke stanice I. reda kr. mornarice Rabi to za razdoblje 1926—1932. god.; podaci o klimi Malog Lošinja oslanjaju na opažanja tamošnje meteorološke postaje u razdoblju

od 1880—1904. god. (Hara i ). Za ocjenu tendencije razvitka tala odnosno za njihovu klimagenetsku klasifikaciju od najveće je značenja poznavanje prosječnih mjesečnih i godišnjih oborina i toplina. U tabelama 1. i 2. prikazali smo prosječne godišnje i mjesečne oborine, topline i kišne faktore za mjesto Rab. U tabelama 3. i 4. sakupili smo na jednak način podatke za Mali Lošinj.

**Rab****Tabela 1.**

Oznaka	1926	1927	1928	1929	1930	1931	1932	7 god. prosjek
Prosječne god. oborine u mm	1034,7	1212,9	1148,7	881,2	1511,5	881,1	1259	1132,7
Prosječne god. topline u °C	15,8	16,1	15,8	15,2	15,8	13,4	13,7	15,1
Kišni faktor (Kf)	65,5	75,3	72,7	58,0	98,2	65,7	91,9	75,0

**Rab****Tabela 2.**

7 god. prosjek za	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Mjesečne oborine u mm	71,5	48,6	134,5	93,9	100,1	65,9	57,0	45,3	152,9	118,4	128,3	97,3
Mjesečne topline u °C	7,8	6,2	9,1	12,7	16,9	21,9	24,1	24,0	21,0	16,2	13,1	8,3
Mjesečni kišni faktor (Kf)	9,1	7,8	14,8	6,6	5,9	3,0	2,4	1,9	7,3	7,3	9,8	11,7

Godišnje oborine u Karlobagu\*) iznosile su u 13 godišnjem intervalu 1256 mm, dakle tek nešto više nego na Rabu i Lošnju.

Iz podataka ovdje prikazanih proizlazi da su prosječne godišnje oborine i topline podjednake u Rabu i Malom Lošnju.

Oscilacija prosječnih godišnjih oborina i na jednom i drugom otoku vrlo je osjetljiva.

Godišnji kišni faktori dosta se podudaraju; najviši je kišni faktor za Rab 98,2 najniži 58,0 za Mali Lošinj najveći i 84,6 najniži 47,0

U smislu Langove klasifikacije spadaju oba mjesta u područje humidne klime; ta nije bi mogli označiti klimu

\*) Prema publiciranom izvještaju Geofizikog zavoda u Zagrebu, motrenja od god. 1893—1910.

Tabela 3.

Godina	Prosje ne go dišnje oborine u mm	Prosje ne go dišnje topline u » C	Kišni faktor godišnji (Kf)
1881	1144	15,1	75,8
1882	1342	15,6	86,0
1883	691	14,7	47,0
1884	1017	14,8	68,7
1885	1216	15,4	79,0
1886	1070	18,3	69,9
1887	1195	14,9	80,2
1888	967	14,7	65,8
1889	1168	15,0	77,9
1890	823	15,1	54,5
1891	703	14,8	47,5
1892	1030	15,5	66,5
1893	891	14,9	59,8
1894	750	15,4	48,7
1895	1260	14,9	84,6
1896	1220	14,8	82,4
1897	1306	15,5	84,3
1898	—	16,2	—
1899	922	15,0	61,5
1900	1319	15,6	84,6
1901	969	14,9	65,0
1902	719	15,0	47,9
1903	726	15,3	47,5
1904	884	15,4	57,4
Prosjek	1008	15,2	66,3

semihumidnom. U humidnoj klimi razvijaju se po Langu u područjima sa kišnim faktorom od 40—60 žuta tla, crljenica i lateriti, u područjima s kišnim faktorom od 60—100 smeđja tla, a u područjima s k.f. 100—160 crnice.

Tabela 4.

24 godišnji prosjeak za Mali Lošinj	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
Mjese ne obo rine u mm	80	58	90	78	60	71	35	67	102	148	117	102
Mjese ne toplina u ° C	7,3	7,6	9,7	13,0	17,4	21,3	24,4	23,7	20,6	16,3	11,8	8,9
Mjese ni ki šni faktor (Kf)	10,9	7,6	9,3	6,0	3,5	3,3	1,4	2,8	4,9	9	9,9	11,5

Ako uzmemo u obzir prosje ne k. f. od više godina onda vidimo da bi se po Langu imala razvijati u Rabu i Malom Lošinj u smredja tla. Ako pak svrnemo pažnju na kišne faktore pojedinih godina onda vidimo, da u nekim godinama klima po goduje razvoju crljenica.

Još bolju sliku o tendenciji razvitka tala dobivamo, ako obratimo pažnju mjese nim kišnim faktorima, kako sam to predložio na drugom mjestu (Gra anin 6). Uzmemo li da godišnjem kišnom faktoru (Kf) 40 odgovara mjese ni Kf 3,3, da K. f. 60 odgovara K. f. 5,0, da K. f. 100 — mjese ni K. f. 8,3, a K. f. 160 — mj. kf. 13,3, onda proizlazi na osnovu podataka u skrižaljci 2 i 4, da na Rabu imaju 3 mjeseca aridnu klimu, pet semihumidnu, a etiri humidnu, dok u Malom Lošinj u imaju 3 mjeseca aridnu, 2 semiaridnu, 2 semihumidnu, a 5 humidnu klimu.

Podaci o klimskim prilikama Raba i Malog Lošinja ne mogu se jednostavno protegnuti i na Pag, no oni nam omogu uju makar i grubu predodžbu o klimskim prilikama Paga. U pogledu je oborina vjerojatno, da na Pagu padne podjednako kao i na Rabu, jer i u Karlobagu, koji leži na primorskoj obali pred Pagom, iznose prosje ne godišnje oborine tek nešto više nego na Rabu (1256 mm.).

Kako je Pag prema istoku i sjeveroistoku potpuno nezajedničen za razliku od Raba, kojega od primorskog kopna dijele otoci Prvi, Sv. Grgur i Goli, to je razumljivo, da je Pag znatno ja e izvrgnut buri, što se spušta od velebitskih vrhova, te da je uslijed toga prosje na toplina Paga vjerojatno nešto niža, a sušenje tla ja e. No u svakom slu aju Pag e ležati u području semihumidne klime tako, da bi i na njemu, u smislu klasifikacije Langove, mogli o ekivati razvitak smredjih tala

Za klimske prilike Paga naro ito su karakteristi ni slani vjetrovi, što sa sobom donose raspršenu morsku vodu i za

slanjaju njome itav otok. Uglavnom sjeveroisto ni vjetrovi (bura) donose sol; im je intenzitet vjetra ve i a trajanje dulje, tim je i salinizacija ja a.

U prosjeku Pag je kao i ostali naš mediteranski Krš siro mašan vodom. Ipak na Pagu ima izvor vode i to nad samim mjestom Pagom (na brdu sv. Juraj), pa onda u južnom dijelu Salinskog zaljeva gdje iz gornjih numulitskih naslaga mjesti mice proni u izvori. Pag nema vodenih tokova trajnijeg karak tera. Prilikom ja ih jesenskih, zimskih i proljetnih kiša stvara se velik broj periodi nih vododerina i manjih tokova, koji se s obronaka golih kamenjara slijevaju u depresije, ruju i i bra zde i tlo smjerom prema zaljevima ili prema blatima.

### DINJIŠKO POLJE.

U smjeru otoka Paga, od zaljeva Salinskog do Dinjiškog, pruža se u duljini od oko 5 km i širinu od 1—1% km Dinjiško Polje; od jednog do drugog zaljeva polagano se diže prema sredini (do 10 m v. n. m.). Bokovi polja uspinju se dosta naglo; na isto nom boku nadovezuje na obrona no kršje, iz kojega se mjestimice izdiže numulitni vapnenac, — uski pojas alveo linskog vapnenca, koji prelazi u plato gole kamenjare iz rudis tnog vapnenca, što se pruža sve do Planinskog kanala. Sa za padne strane opasuje Polje uski pojas numulitnog vapnenca; dižu i se obrona no, prelazi u jednako uzak pojas alveolinskog vapnenca, koji nadovezuje na голу kamenjaru rudistnog vap nenca, što se zapadno spušta prema moru, a jugo zapadno i južno prema Malom i Velikom Blatu.

Dinjiško Polje, koje danas u svom sjevernom dijelu služi poglavito kao polje, a u južnom kao pašnjak, pretstavlja ugla vnom diluvialno deluvialni nanos, koji se još uvijek mijenja pod utjecajem periodi nih bu jica, a uz samu obalu i pod utjecajem mora. De bljina je toga nanosa najve a u centralnom dijelu polja. Sva tla Dinjiškog Polja mogli bi podijeliti u dvije skupine: skupinu vlažnih diluvijalno deluvijalnih maritimnih tala, koja zauzimlje poglavito južni, a od esti i sjeverni dio Polja uz Salinski zaljev, te skupinu suvih diluvijalno deluvijalnih tala, koja zaprema sav ostali teren.

I jedna se i druga tla još uvijek mijenjaju pod utjecajem periodi nih bujca, specijalno jesenskih i zimskih voda; te bujce ruju teren, odnose tlo sa obronaka dispergiraju i, raznose i i sedimentiraju i estice po itavoj površini polja, razli ito pre ma snazi buji ne vode i konfiguraciji terena. Razumljivo je stoga, da se na osnovu morfoloških odnosno kemijskih svoj

stava profila ne može uvijek lako odrediti i tendencija razvitka ovih tala.

Da dobijemo sliku tala Dinjiškog Polja opisa emo najprije morfološka i fiziognomska svojstva od nekoliko tipa njih profila, donije emo sliku njihova mehani kog sastava i fiziološko kemijskih svojstava, te napokon prikaza emo grubo i njihovu mikrobiološku aktivnost.

### Stratigrafija tipa njih profila.

**Profil 1.** Na prelazu između diluvijalno maritimnih i suhих diluvijalno deluvijalnih tala, oko 900 m od najjužnije ta ke Dinjiškog Polja, na nešto manje vlažnom terenu, ispod pokriva halofitske vegetacije, tlo pokazuje ovakovu fiziognomiju i morfologiju:

Površinski horizont slabog humozne tamno žute kaste do sivkaste smeđe ilova e, sitnog grudiaste strukture, prorašćen dosta nagustim korijenjem, prelazi u dubljini od oko 25 cm u horizont nešto zbijenije ilova e; od 100 cm počinje horizont žute kaste zelenkaste ljepive glinaste ilova e, a od 130 cm slijedi žuta siva teška glina. Reakcija na CaCC $>$ 3 u tlu je pozitivna.

**Profil 2.** Oko 500 m od najjužnije ta ke Dinjiškog Polja prema sjevero zapadu otvoren je profil do dubljine od 150 cm. Teren, na kojemu je jama kopana, naplavljuje more samo za ja e plime. U pokriva halofitske vegetacije, što obrašćuje ova tla, dominira *Salicornia fructicosa* i *Plantago maritima*, a ispod ovoga pokriva priljubljuje uz samu površinu tla bogato razvijeni pokriva alga (*Cijanoceja*).

Žuta kasto zelenkasti površinski sloj muljaste gline, masnog sjaja, deo tek 1 do 1,5 cm, prelazi u sloj glineno ilovastog vlažnog tla, proraslog korijenjem. U dubljini od 40 cm tlo postaje teže i poprima boju sivkasto žute kaste; pojavljuju se rđaste zelenkaste pjege, koje se razgranjuju u smjeru descendentnom. Od 60 cm dubine tlo je vlažno, boje sivkasto tamne (boja suhog tla je pepeljasto siva), bogato kalcijem i magnezijem. Kod 110 cm prodire voda.

**Profil 3.** U udaljenosti od 100 m od najjužnije ta ke Dinjiškog polja otvoren je profil 3, koji pokazuje fiziognomiju sličnu profilu 2.

**Profil 4.** Otvoren na Dinjiškom Polju između Šiša i Stare Vasi na pašnjaku. Tamno žuta kasto površinski horizont gli



nenog tla, grudi aste strukture, prorastao poglavito korije njem zadrage vrsta *Agropyrum litorale* i *Monerma cylindricum* (H o r v a t i 11), prelazi u dubljini od 35 cm u sloj pepeljasto sivog glinenog tla s pijeskom, koje se kida u ove e orašaste ljepive agregate. U dubljini od oko 1 m pojavljuju se u žu kasto zelenkastom tlu bijele mrlje kalcijskog karbonata, a od 140 cm po imlje tamniji sedimenat sli an horizontu 35—100. Ovaj profil pripada skupini manje vlažnih tala diluvijalno deluvijalnih.

Profil 5. Nešto sjevernije od Stare Vasi u sredini Polja ispod krovova livadne vegetacije tlo pokazuje ovu sliku:

Površinski horizont žu kasto sive slabo pjeskovite ilova e, dosta zbijene, bogate šljunkom, sadrži mjestimice i ulomke brek ija, prelazi u dubljini od 100 cm u glinasti pijesak, boje tamno oker. Od vegetacije dolaze naro ito *Hordeum secalinum*, *Bromus racemosus*, *Molinia coerulea*, te mjestimice *Juncus maritimus* i *Plantago maritima*.

Profil 6. Na Dinjiškom Polju po prilici na pola zra ne linije Stara Vas Vr i i, nalazi se prirodni profil zvan »Rupe«, koje je otvorila buji ina voda do dubljine od 6 m. Teren obra stao vegetacijom, sli nom onoj profila 5. Površinski horizont slabo pjeskovite ilova e, tamno žu kaste boje, sitno mrvi aste strukture, bogat sitnim šljunkom, prelazi u dubljini od 25 cm u horizonat svjetlo žu kastog tla, nešto zbijenog i bogatijeg šljunkom; od 50 cm po inje žuto zelenkasta pjes'kovita ilova a s mnogo šljunka i ulomaka kamena. U dubljini od 5 m pojavlju je se teška glina, boje blijedo žu kaste.

Profil 7. Otvoren nešto sjevernije od profila 6; ovome je vrlo sli an, jedino je od površine tlo prof. 7 nešto teže.

Profil 8. Na rubu Polja ispod Vr i a, pod xerofilnom vegetacijom leži sivkasto žu kasta pjeskovita ilova a, vrlo bo gata šljunkom i manjim ulomcima kamena; u dubljini od 40 cm zamjenjuje ovu. sloj pjeskovito ilovastog šljunka, koji od 50 cm dubljine prelazi u horizonat tla sli nog površinskomu, ali zbijenijeg i otvorenije boje.

Profil 9. U sredini Polja ispod Vr i a na livadnom tere nu otvoreni profil pokazuje ovakovu fiziognomiju:

Sivo srednji ilovasti pijesak, do 30 cm nešto otvoreniji, a od 30—60 cm zatvorenije boje, prelazi u dubljini od 60 cm u žu kasto srednju pjeskovitu ilova u, uprskanu s mnogo bijelih kongrecija vapnenca i nešto crnih pjega. Zbijenost tla s dublji nom raste.

**Profil 10.** Oko 200 m južno od Gorice u sredini Dinjiškog Polja, u vinogradu, otvoren je profil 10. Do dubljine od 20 cm tlo je rahli žu kasto smeđji ilovasti pijesak, dosta bogat šljunkom. Od 20—40 cm boje je nešto otvorenije, prelazi u zbijeno pjeskovito glineno ilovasto tlo, smeđe zelenkaste boje, u vlažnom stanju vrlo ljepivo, bogato ku icama od puži a. U dubljini od 140 cm pojavljuje se opet sloj žu kasto smeđjeg tla, još uvijek bogat ku icama puži a.

**Profil 11.** Oko 150 m ispod najsjevernije ta ke Dinjiškog Polja, a u blizini solane, pašnja ki teren pokriven je obilno sa *Juncus maritimus*.

Površinski sloj dosta zbijene sivkasto zelenkašte glinaste ilova e, neznatno natrušene šljunkom, prorastle korijenjem pašnja ke vegetacije, prelazi od 60 cm dubljine u horizonat zbijenijeg glineno ilovastog tla, boje zelenkasto žu kaste. Šljunka u ovom horizontu nema.

Na osnovu popisa ovih 11 profila otvorenih na razli itim mjestima možemo zaklju iti, da tla Dinjiškog Polja ne samo ne maju jedinstvenu fiziognomiju i morfološka svojstva, ve da se ista na relativno malim udaljenostima dosta osjetljivo mijenjaju. Karakteristi na je ipak za tla ovog polja žu kasta nijansa, koja obi no prati sad sivkastu, sad smeđju, sad opet zelenkastu boju. Crvenu boju odnosno nijansu, koja je tipična za poljska tla izrazitog mediteranskog područja, ovdje uop e ne nalazimo.

### **Tekstura i struktura tala.**

Kao što se iz prednjeg opisa morfologije i fiziognomije tala Dinjiškog Polja dade razabrati, postoji tolika raznolikost u njihovom mehani kom sastavu, da je teško povu i granicu između pojedinih vrsta. U tabeli 5. prikazao sam rezultate mehani ke analize svih popisanih profila. Iz tih se podataka vidi, da na Dinjiškom Polju dolaze najrazli itije vrste tla, po am od teških glinenih, pa sve do lakih ilovastih pijesaka. Najteža tla nalazimo u depresijama, poglavito na terenima koncentriranim oko Dinjiškog i Salinskog zaljeva, dok najlakša tla zauzimaju centralni, izdignuti dio Polja i duljinske rubove.

S obzirom na samu genezu ovih tala sasna je razumljivo, da ni tekstura pojedinih horizonta profila ne pokazuje pravilan, ve vrlo variabilan slijed.

K podacima u tabeli 5. treba primjetiti, da vrijednosti dobivene za estice manje od 0,002 mm kod tala deluvijalno ma

## Mehani ki sastav tala

Tabela 5.

iz o. q. 03	H o iz du ljine od	Procentna sadržina estica u sitnom tlu					Teksturna oznaka
		< 0,01 mm	0,01 0,05 mm	0,05 0,1 mm	0,1 2,0 mm	< 0,002 mm	
1	5— 25	42,74	30,64	16,30	10,32	4,90	ilova a
	100 125	48,90	30,86	9,38	10,86	3,79	glinasta ilovaCa
	130 140	68,36	18,98	4,30	8,36	1,97	glina
2	5 20	57,44	26,38	6,46	9,72	6,63	glinasta ilova a
	45 55	69,56	19,72	3,84	6,88	4,80	glineno tlo s pijeskom
	100—120	72,04	20,70	2,78	4,48	7,36	glineno tlo
q	5— 30	67,32	15,64	5,08	11,96	3,26	glineno tlo
	100 120	47,48	18,06	6,56	27,90	2,97	glineno ilovasto pjeskovito
4	5 2 5	61,46	21,86	6,28	<b>10,40</b>	3,22	glineno tlo
	45— 70	53,98	10,38	4,72	<b>30,92</b>	2,24	„ „ s pijeskom
	100—120	50,70	19,28	5,24	<b>24,78</b>	2,24	glin. tlo s pijeskom
5	10 35	28,86	21,00	10,76	39,38	3,21	slabo pjeskovita ilova a
	100 120	22,18	4,02	4,98	68,82	2,68	glinasti pijesak
6	5 20	23,20	31,74	20,06	25,00	2,91	slabo pjeskov. ilova a
	60 80	35,06	29,4a	11,45	L 24,00	2,35	pjeskovita ilova a
	500 550	61,18	29,40	5,50	3,92	2,99	glineno tlo
7	5 25	51,17	17,84	9,18	21,30	2,66	glineno tlo
	100 130	48,06	19,44	5,90	26,60	2,54	glineno pjeskovito
	500—550	60,34	30,16	7,30	2,20	3,25	glineno tlo
8	5 30	39,22	34,70	11,24	14,84	23,53	ilova a
	80 100	33,74	26,92	12,06	27,28	3,39	slabo pjeskov. ilova a
9	10 30	17,58	23,86	9,66	48,90	13,20	ilovasti pijesak
	70 90	36,86	30,54	6,32	26,28	3,41	pjeskovita ilova a
10	5 2 5	10,16	10,46	17,20	62,18	2,57	ilovasti pijesak
	60— 80	28,32	11,86	11,02	48,80	2,82	pjeskovita glina
11	5 3 0	46,48	44,62	5,38	3,52	3,75	glinasta ilova a
	90 120	54,12	32,04	8,32	5,52	6,00	glineno ilovasto tlo

ritimnih ne odgovaraju stvarnoj sadržini tih estica u tlu, ve su znatno manje s razloga, što se uobičajenom metodom pri prave tla za mehaničku analizu (maceriranjem u istoj destiliranoj vodi), koju smo primjenili kod ovih istraživanja, rene estice ne daju savršeno dispergirati. I nakon duge asne dekantacije zaostaju te estice u obliku malih pahuljica, nalik na macerirani filtracijski papir. Da se to ima pripisati naročito koloidno kemijskom stanju te frakcije, uvjetovanom prisustvom alkalija, objasni kemijska analiza.

Tla Dinjiškog Polja u pravilu su vrlo duboka; sloj sitnog tla na najvećem dijelu terena seže do dubljine veće od 1,5 metra.

Ni u pogledu strukture, tla Dinjiškog Polja nisu jednolika. Teška su muljevita tla, pobježe zaljeva, bezstrukturna, dok su lakša tla ostalog dijela polja mrvite, grudiaste, do orašaste strukture.

Stabilnost strukturnih agregata u vodi, kod suvljivih tala Dinjiškog Polja nije velika. Srazmjerno najveće u stabilnost pokazuju površinski horizonti; s porastom dubljine stabilnost se strukturnih agregata najprije samo neznatno, a kod dubljine od 120 cm znatno smanjuje. Suhi agregati tla površinskih horizonta, nakon kraćeg ili duljeg vremena u vodi se raspadaju na manje strukturne agregate, dok se odlomci suvog tla dubokih, izrazito mineralnih horizonta, dispergiraju dosta velikom brzinom u sitne praškaste estice i fine disperzije. Injenica, da tla Dinjiškog Polja do dosta velike dubljine (do 120 cm) pokazuju podjednaku stabilnost strukturnih agregata, značajna je obzirom na injenicu, da inače tipična tla humidnih područja već u dubljini od 40—50 cm pokazuju obično malu stabilnost strukture.

Opažanja o stabilnosti strukture ovih tala pružaju dokaz, da na stabilnost strukturnih agregata ne utječe toliko kalcijski karbonat, kao što se to često pretpostavlja (u litavom su profilu ova tla bogata na kalcijском karbonatu), već da u prvom redu odlučuje organska materija i zasićenost apsorpcijskog kompleksa.

Fizikalna svojstva tala Dinjiškog Polja najpovoljnija su u centralnom dijelu Polja; tla diluvijalno-maritimna pokazuju obično nepovoljna fizikalna svojstva već u površinskom horizontu.

## Fizikalna svojstva tala

Tabela 6.

Šifra,	Tlo iz dubine od cm	Specif. težina		Volumen pora u «>»	Apsolutni kapacitet za		Stabilnost ve ih agregata u vodi
		vo lumna	fak ti na		vodu	uzduh	
1	12 17 122—130	1,30 1,52	<b>2,66</b> <b>2,68</b>	51,12 43,28	38,90 35,62	12,42 7,56	Raspadaju sa u sitne agregate, tlo se mehan. elemente
3	20— 27	1,44	2,70	46,66	36,62	10,04	raspadaju se u sitne agregate ;
10	13— 20 60 67	1,28 1,48	2,54 2,65	49,60 44,11	32,80 33,86	16,80 10,25	raspadaju sa u sitne agregate; » » brzo
11	63 70	1,50	<b>2,66</b>	43,60	34,60	9,00	

## Kemijska svojstva i sastav tala Dinjiškog Polja.

Da se dobije slika o kemijskom sastavu i svojstvima tala, specijalno njihovog kemijski i fiziološki aktivnijeg dijela, od re ena je sadržina silicija, aluminija, željeza, fosfora, kalija, natrija, kalcija, magnezija i sumpora, rastvorivih u 10% HCl, dalje sadržina ukupnog dušika i humusa, te reakcija ekstrakta tla u vodi i norm, rastvoru kalijskog klorida. Ekstrakcija u 10% HCl obavljena je od nekoliko tipi nih profila, dok je reakcija određena kod svih tala. Kemijski sastav i svojstva tipi nih profila prikazuju skrižaljke 7—14; broj ane vrijednosti u skrižaljkama, izražene u uteznim postocima, odnose se na tlo osušeno kod 105° C.

Ve su prve analize ekstrakta tala u 10% solnoj kiselini po kazale, da se radi o slanim tlima; zato je preduzeta još i anali za vodenog ekstrakta tla od nekoliko profila; određena je su šina, procentna sadržina mineralnih tvari, te posebno sadržina Ca, K, Na, te Cl i SO<sub>3</sub>, dalje sadržina humusnih tvori i ukupni alkalitet rastvora.

Profil 1, kao pretstavnik prelaznih tala od skupine diluvijalno deluvijalno maritimnih k skupini suhih tala diluvijalno deluvijalnih, odlikuje se velikim bogatstvom na alkalijima, naro ito natriju, te na zemnoalkalnim kovinama spec. u vapnu.

Sadržina seskvioksida odgovara osrednjoj sadržini naših humidnih kontinentalnih tala. Horizonat od 130—140 cm ses kvioksidima je znatno bogatiji od površinskog horionta, no ta

se injenica ne smije pripisati procesima ispiranja željeza i aluminija iz viših horizonata u niže, ve različitom sastavu ovih sedimenata od vremena njihova nanosa na sadanje mjesto: da se ne radi o premještanju seoskvioksida, vidi se i po tome, što je površinski horizonat bogatiji karbonatima od dubljih slojeva.

Silicija  $\text{SiO}_2$  rastvorivog u 10% HCl ima u itavom profilu dosta velika količina; slično kao i željeza ima ga znatno više u dubljim horizontima.

Fosforom je cio profil vrlo siromašan. Sumpora ima znatno više; nalazi se u tlu poglavito kao kalcijski, manje kao magnezijski i kalijski sulfat, a od esteri i organski vezan.

Profil 1.

Tabela 7.

Rastvorivo u 10% HCl 3h 100°C	Uzorak tla iz dubljine od	
	5—25 cm	130—140 cm
	sadržaj u %	
$\text{SiO}_2$	0,74	1,01
$\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{Al}_2\text{O}_3 + \text{P}_2\text{O}_5$	6,30	9,74
$\text{Al}_2\text{O}_3$	2,81	5,08
$\text{Fe}_2\text{O}_3$	3,43	4,60
CaO	14,36	10,05
MgO	1,34	1,30
$\text{K}_2\text{O}$	0,44	0,82
$\text{Na}_2\text{O}$	1,76	2,00
PA	0,06	0,06
$\text{SO}_3$	0,24	0,22
N — Ukupni u %	0,24	0,06
Humus u %	3,29	0,91
pH u $\text{H}_2\text{O}$	7,35	7,35
pH u n KCl	7,10	7,05

Humusa ima u površinskom horizontu nešto preko 3%, dakle po prilici toliko, koliko ga sadrže naša tla iz okolice Zagreba. No dok sadržina humusa s porastom dubljine kod tala zagrebačkih naglo opada, održaje se u profilu 1. na dosta velikoj visini; tako primjerice u dubljini od 130—140 cm nalazimo još 0,91% humusa.

Dušikom (N) bogat je naročito površinski horizont.

Reakcija tla u ovom je profilu slabo bazna.

Već se obzirom na činjenicu, da solnokiselni izvadak tla površinskog horizonta sadrži 2,20%, a horizonta od 130—140 cm 2,82%  $\text{Na}_2\text{O} + \text{K}_2\text{O}$  može zaključiti, da profil 1. pripada tipu slanih tala. Kako su Na-ijoni ne samo vezani na površini adsorpcijskog kompleksa tla, već se nalaze i slobodni u tekućoj fazi tla, spada ovo tlo u grupu solonhala i to alkalijsko-kalcijskih solonhala ili još ta nije natrijsko-kalcijskih solonhala.

Profil 2., kao zastupnik diluvijalno-maritimnih tala, dosta je sličan svojim kemijskim sastavom i svojstvima profilu 1.

U površinskom horizontu sadrži 2,23%, u horizontu od 45 do 55 cm 2,55%, a u horizontu 100—120 cm, 2,16%  $\text{Na}_2\text{O} + \text{K}_2\text{O}$  dakle u ovom profilu preko 2%. U pogledu sadržine alkalija profili 1. i 2., prema tome se osjetljivije ne razlikuju. I po siromaštvu na fosforu i bogatstvu na sumporu oba su si profila vrlo slična. (Tabela br. 8). Profil 2. znatno je bogatiji vapnom, dok je sadržina magnezija u oba profila podjednaka.

Značajno je veliko bogatstvo na siliciju i to kako  $\text{SiO}_2$  rastvorivom u 10% HCl, tako još naročito u 5% KOH. Aluminijska rastvorivost u 10% HCl ima naprotiv znatno više, nego  $\text{Al}_2\text{O}_3$  rastvorivog u 5% KOH.

Površinski sloj znatno je siromašniji humusom od istog sloja profila 1, ali je s druge strane organska tvar u ovom tlu podjednako raspodjeljena u ovom profilu; tako horizontat iz dubljine od 100—120 cm sadrži skoro isto toliko organske tvari kao i površinski sloj. Analogno raspodjeli humusa ima i dušika u ovom profilu podjednako.

Reakcija tla slabo je bazna.

Kod ovoga profila obavljena je i analiza ekstrakta u vodi; rezultate analize prikazuje tabela br. 9.

Kao što se iz tabele vidi, sadržina je suhe tvari u vodenom ekstraktu tla, veoma visoka. U površinskom sloju iznosi preko 1%, a već u dubljini od 40 cm ima je dva i pola puta više. U suhoj tvari najvećim postotkom participiraju tvari mineralne, specij

jalno natrijski klorid, u manjoj mjeri  $\text{CaCl}_2$ ,  $\text{K}_2\text{SO}_4$  i sulfati zemnoalkalnih kovina.

Naročito je značajno, da sadržina u vodi rastvorivih organskih tvari raste sa dubljinom vrlo osjetljivo.

Ukupni alkalitet, izražen u  $\text{HCO}_3^-$ , najveći je u površinskom horizontu.

Ovo tlo spada u skupinu vlažnih natrijsko-kalcijevih solonaka.

Profil 2.

Tabela 8.

Rastvoreno u 10% HCl	Tlo iz dubljine od		
	5—20 cm	45—55 cm	100—120 cm
	sadrži u %		
$\text{SiO}_2$	1,32	1,64	1,56
$\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{P}_2\text{O}_5$	7,36	9,11	7,82
AlA	2,38	4,45	3,94
$\text{Fe}_a\text{O}_s$	4,91	4,57	3,80
CaO	18,34	18,81	27,57
MgO	1,49	1,51	1,46
$\text{K}_2\text{O}$	0,52	0,83	0,64
$\text{Na}_2\text{O}$	1,71	1,62	1,52
PA	0,07	0,09	0,08
$\text{SO}_3$	0,25	0,44	—
$\text{SiO}_2$ i $\ll 5\% \text{ KOH}$	6,54	8,60	6,10
AlA J	0,92	1,92	0,34
N ukupni u %	0,14	0,11	0,12
Humus u %	1,55	0,89	1,42
pH u $\text{H}_2\text{O}$	7,25	7,30	7,20

Profil 5 i 9., što predstavljaju suva diluvijalna deluvijalna tla Dinjiškog Polja, razlikuju se od diluvijalno-maritimnih poglavito znatno nižom sadržinom alkalija. Tako ima u profilu 5. oko 0,90%, a u profilu 9. oko 1,25%  $\text{Na}_2\text{O} + \text{K}_2\text{O}$ , dakle dva puta manje nego u maritimnim tlima. (Tabele br. 10 i 11).



*Sastao ekstrakta tla u vodi profila 2:***Tabela 9.**

	Tlo iz dubljine od cm		
	5—12 cm	45—55 cm	100—120 cm
	s a d r ž i u ‰		
Sušine	1,0550	2,3250	2,3920
Mineralne tvari	0,9850	2,1025	2,2220
Cl	0,4561	1,1619	1,1190
SO <sub>3</sub>	0,1042	0,2065	0,2062
CaO	0,0375	0,0946	0,0706
K <sub>2</sub> O	0,0187	0,0418	0,0240
Na <sub>2</sub> O	0,4830	0,9680	0,9962
Humus	0,0435	0,0898	0,1436
Ukupni alkalitet (HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup> )	0,0802	0,0537	0,0586

## Profil 5.

**Tabela 10.**

Rastvoreno u 10 % HCl	Tlo iz dubljine od	
	10—35 cm	100—120 cm
	s a d r ž i u ‰	
SiO <sub>2</sub>	0,58	0,54
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	4,08	4,54
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,95	0,54
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	3,07	3,95
CaO	20,48	32,56
MgO	1,58	1,50
K <sub>2</sub> O	0,26	0,11
Na <sub>2</sub> O	0,64	0,81
PA	0,06	0,05
SO <sub>3</sub>	0,07	0,08
A1A } u ‰ / « K <sub>2</sub> O	2,18	1,81
	0,22	0,52
N — Ukupno u ‰	0,13	0,06
Humus u ‰	1,46	1,31
pH u H <sub>2</sub> O	7,35	7,30
pH u n-KCl	7,10	7,00

Profil 9.

Tabela 11.

Rastvoreno u 10 % HCl	Tlo iz dubljine od	
	10—30 cm	70—90 cm
	s a d r ž i u %	
SiO <sub>2</sub>	0,54	0,62
AljOj + Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + PA	5,12	10,42
A1A	0,04	5,64
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	5,02	4,71
CaO	0,58	2,21
MgO	0,46	1,39
K <sub>2</sub> O	0,29	0,44
Na <sub>2</sub> O	0,96	0,83
PA	0,06	0,07
SO <sub>3</sub>	0,07	0,07
A1A J <sup>1</sup> u 5 % KOH	4,44	1,04
N - Ukupni u %,	0,88	0,03
Humus u %	0,16	0,08
pH u H <sub>2</sub> O	i 1,58	0,88
pH u n-KCl	6,95	7,20
	6,75	7,10

Profil 9.

Tabela 12.

Ekstrakt tla u vodi	Tlo iz dubljine od cm	
	10-30	70-90
	s a d r ž i u %	
Sušina	0,1920	0,3250
Mineralne tvari	0,1040	0,2530
Cl	0,0052	0,0115
so <sub>3</sub>	0,0224	0,0510
CaO	0,0100	0,0175
KgO	0,0136	0,0159
Na <sub>a</sub> O	0,0554	0,0904
Humus	0,0936	0,0302
Ukupni alkaiitet HCO' <sub>3</sub>	—	0,0839

Tla ove skupine razlikuju se od maritimnih još i znatno nižom sadržinom sumpora i silicija i to kako SiO<sub>2</sub> rastvorivog u 5% KOH, tako i rastvorivog u 10% HCl.

U pogledu zemnoalkalnih kovina profili 5. i 9. pokazuju vrlo osjetljive razlike. Profil 5. mnogo je bogatiji zemnoalkalnim kovinama naročito vapnom. Kalcij profila 5. vezan je skoro isključivo u  $\text{CaCO}_3$ .

Napadno je niska sadržina  $\text{Al}_2\text{O}_3$  i to kako u ekstraktu 5% KOH, tako i 10% HCl.

Oba su ova profila siromašna humusom kao i profil 2., a slična im je i raspodjela humusa po pojedinim horizontima.

Dužina ima najviše u površinskim slojevima.

Reakcija ekstrakta tla u vodi u litavom profilu 5. slabo je bazna, dok je kod profila 9. u površinskom sloju skoro neutralna.

Rezultati analize ekstrakta tla u vodi prikazani u skrižaljci 12. pokazuju, da se profil 9. znatno razlikuje od diluvijalno maritimnih tala (profil 1. i 2.), jednako u pogledu sadržine mineralnih, kao i organskih tvari. Tako je sadržina suhe tvari u površinskom sloju profila 9. preko pet puta manja, a u nižim horizontima oko 8 puta manja, nego u odgovarajućim horizontima profila 2. U pogledu mineralnih tvari razlike su još veće: u profilu 9. ima u vodi rastvorivih mineralnih tvari oko 9 puta manje nego u profilu 2. Taj se manjak elektrolita manifestira naročito u sadržini natrija i klora, manje sumpora i vapna, a najmanje kalija.

Vodeni ekstrakt profila 9. odlikuje se naročito bogatstvom na organskoj tvari. Karakteristično je, da površinski sloj sadrži dosta veliku količinu humusa, a znatno više od istog horizonta profila 2, te da se sadržina u vodi rastvorivih organskih tvari sa dubljinom smanjuje, za razliku od profila 2, kod kojega procentna sadržina tih tvari sa dubljinom raste.

Na osnovu analize profila 9. daje se zaključiti, da suva diluvijalna deluvijalna tla Dinjiškog Polja pripadaju tipu soloneca.

Sam profil 9. možemo označiti kao natrijski solonec.

Profil 10. ini prelaz od suvih diluvijalno deluvijalnih nešto manje suvim tlima sjevernog dijela Dinjiškog Polja. Sadrži do 1%  $\text{Na}_2\text{O} + \text{K}_2\text{O}$ , dakle više nego suva tla centralnog dijela Polja, a manje od maritimnih tala. U pogledu zemnoalkalnih kovina ovaj profil pokazuje najveće bogatstvo, dok je seskvioksidima od svih tala najsiromašniji.

Fosforom i sumporom vrlo je siromašan. (Tabela 13.). SiO<sub>2</sub> rastvorivog u 10% HCl ima znatno manje nego u ostalim profilima, dok SiO<sub>2</sub> rastvorivog u 5% KOH sadrži prilično mnogo. Aluminijska ima vrlo malo, kako u solnom kiselom izvatku površinskog korizonta, tako i u ekstraktu tla u 5% kalijevom hidroksidu.

Profil 10.

Tabela 13.

Rastvoreno u 10% HCl	Tlo iz dubljine od	
	5 25 cm	60 80 cm
	sadržaj u %	
SiO <sub>2</sub>	0,35	0,46
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	1,50	4,67
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,53	2,43
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,91	2,17
CaO	34,08	23,03
MgO	2,14	2,40
K <sub>2</sub> O	0,10	0,30
Na <sub>2</sub> O	1,10	1,25
PA	0,06	0,07
SO <sub>3</sub>	0,04	0,06
SiO <sub>2</sub> } u 5% KOH	8,32	3,88
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )	0,11	0,04
N — ukupni u %	0,15	0,07
Humus u %,.	2,81	1,81
pH u H <sub>2</sub> O	7,25	7,20
pH u n — KCl	7,15	7,00

Sadržina i raspodjela humusa podjednaka je kao i kod profila 1.

Reakcija ekstrakta tla u vodi u itavom je profilu slabo bazna.

Profil 11 dosta je sličan profilu 10, no kako se nalazi poblje Salinskog zaljeva, sadrži nešto više alkalija.

Seskvioksida sadrži također više, naročito u površinskom sloju; kao i maritimna tla odlikuje se znatno većim

bogatstvom na sumporu od tala centralnog dijela Polja, Aluminija rastvorivog u 5% KOH ima veoma malo.

Profil 11.

Tabela 14.

Rastvoreno u 10% HCl	Tlo iz dubljine od cm	
	5 30	90—120
	s a d r ž i u % — •	
SiO <sub>a</sub>	0,45	0,47
A 1 A + Fe A + P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	4,96	5,03
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2,02	2,29
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	2,85	2,62; .
CaO	21,19	22,33
MgO	1,59	1,63
K <sub>2</sub> O	0,21	0,28
Na <sub>2</sub> O	1,29	1,60
P A	0,09	0,12
SO <sub>3</sub>	0,18	0,21
SiO <sub>v</sub> ) A 1 A J u 5% KOH	4,12	4,80
	0,05	0,11
N — ukupni u %	0,06	0,14
Humus u %	0,65	1,41
pH n H <sub>2</sub> O	7,20	7,30
pH u n — KCl	6,90	6,95

Površinski horizonat ovog profila vrlo je siromašan humusom (0,64%), te je ak siromašniji od horizonata nižih; dosljedno tome sadrže niži horizonti i više dušika; horizonat od 90—120 cm ima skoro 2% puta toliko dušika kao površinski sloj.

Reakcija tla u itavom je profilu slabo alkali na, kao i kod ostalih tala Dinjiškog Polja, što je razumljivo, obzirom na veliko bogatstvo na karbonatima, specijalno na CaCO<sub>3</sub>.

Profil 10. stoji na prelazu izmedju solonaca suvog centralnog dijela i solon aka sjevernog dijela Polja.

Pored reakcije, sadržine humusa i dušika, koje smo odredjivali i u drugim profilima, a koje ne bi imalo svrhe ovdje is

crpnije donositi, jer potvrđuju ve istaknute injenice, određivali smo kod svih profila sposobnost tla da cijepa superoksid vodika ili t. zv. kataliti ku sposobnost tla. U ta beli 15. sakupili smo rezultate tih istraživanja,.

*Kataliti ka sposobnost tala*

**Tabela 15.**

O <sub>0</sub> Q <sub>0</sub>	Tlo iz dubljine od cm	2 gr tla odcjepilo O <sub>2</sub> iz 15 cm <sup>3</sup> 3% H <sub>2</sub> O <sub>2</sub> nakon minuta							
		1	2	3	4	5	10	15	
1	5— 25	4,8	8,8	12,0	15,2	17,8	30,8	41,1	
	100 125	8,2	12,6	16,4	19,4	23,2	35,4	46,8	
	130 140	5,0	9,6	13,0	16,6	20,0	34,6	47,4	
2	5 2 0	9,0	13,4	18,0	22,2	25,6	41,4	53,2	
	45 55	6,4	10,2	13,4	16,2	18,8	29,6	37,6	
	100 120	8,0	11,0	14,0	16,4	18,0	26,8	33,6	
3	5 30	8,6	10,8	13,6	15,2	17,4	25,2	31,4	
	100 120	8,0	11,0	14,6	17,8	20,4	31,2	42,8	
4	45 70	3,4	4,0	5,4	6,0	7,0	9,2	12,8	
	100 120	9,0	11,6	14,6	17,0	19,6	29,2	36,8	
5	10 35	7,4	10,2	12,8	14,8	16,8	25,2	32,6	
	100 120	23,4	41,2	56,4	69,0	81,0	>100		
6	5 2 0	6,2	9,2	11,8	13,2	16,6	27,4	37,0	
	60 80	7,6	11,2	14,8	18,4	21,2	34,6	46,4	
	500 550	7,2	12,2	16,2	21,2	26,2	48,2	66,4	
8	5 30	5,6	9,2	11,4	14,2	16,4	27,8	37,6	
	80 100	10,2	16,2	21,4	26,2	30,8	51,6	71,2	
9	10 30	6,2	6,2	7,0	7,8	7,8	9,2	10,6	
	70 90	12,2	19,2	26,2	32,8	38,8	64,6	86,0	
10	5 25	6,8	8,8	10,8	12,2	13,4	18,6	22,4	
	60 80	5,4	8,0	10,8	12,0	14,2	22,0	27,8	
U	5 3 0	5,6	6,8	8,2	9,0	10,2	16,6	24,2	
	90 120	5,0	8,4	12,0	14,0	16,8	26,8	34,8	

Iz ovih podataka proizlazi:

1.) da je kataliti ka sposobnost tala Dinjiškog Polja u pro sjeku oniska, poprilići onako, kao kod naših slabo podzoliranih tala;

2.) kod tala diluvijalno deluvijalnih ta je sposobnost naj niža u površinskom sloju, a znatno ve a u nižim horizontima, naro ito u dubljini od oko 70 cm;

3.) kod izrazito maritimnih tala najve u kataliti ku sposobnost pokazuju površinski horizonti, dok prelazna tla od maritimnih prema suvljim imaju podjednaku kataliti ku sposobnost u svim horizontima ili tek nešto manju u površinskom sloju.

**Fiziološko kemijska analiza** tala Dinjiškog Polja obavljena po metodi Neubauer Schneiderovoj pokazala je, da su sva 11 a dovoljno opskrbljena fiziološki aktivnim kalijem, a bez izuzetka siromašna fiziološki aktivnim fosforom, (tabela br. 16).

*Fiziološko kemijska analiza*

**Tabela 16**

Broj profila	Tlo iz dubljine od cm	Vrijednosti hraniva, rezobiranih iz 100 gr. tla, po odbitku vrijednosti slijepog pokusa u mg.	
		P A	K <sub>2</sub> O
5	10 35	0,319	24,478
	100—120	1,059	12,446
9	10 30	2,233	28,426
	70 90	1,721	24,570
10	5 25	3,125	15,166
	60— 80	0,000	20,606
11	5— 30	1,085	20,062

Poredimo li u tabeli 16 sakupljene vrijednosti sa vrijedno stima, koje odgovaraju sadržini fosfora i kalija u solno kise lom ekstraktu, tla, onda vidimo, da izmedju jednih i drugih ne ma pravilnog odnošaja. Tako primjerice sva tla sadrže podjed nako fosfora u solnokiselom izvatku tla, ali je fiziološka akti vnost toga fosfora u pojedinim profilima i horizontima dosta raznolika.

Sli ne razlike postoje i u pogledu kalija.

### **Mikrobiološka aktivnost tala Dinjiškog Polja.**

Mikrobiološka aktivnost tla određena je mjerenjem količine ugljičnog dioksida, koju 5 gr tla razvije, kad mu se doda sterilan hranivi supstrat, sastavljen iz podesnog respiracionog materijala (sladora) i mineralnih tvari. Rezultat ovih mjerenja na tri profila (2., 9. i 11.) prikazani su dijagramima 1, 2 i 3.

Na osnovu dobivenih vrijednosti prikazanih u dijagramima dade se zaključiti:

- 1.) da su tla Dinjiškog Polja mikrobiološki aktivna u istom istraživanom profilu;
- 2.) da površinski horizonat pokazuje uvijek znatno veću aktivnost od horizonata nižih;
- 3.) da je maksimum proizvodnje ugljičnog dioksida tala nižih horizonata u pravilu zakašnjavao za maksimum  $\text{CO}_2$  proizvedenog od strane tala površinskih horizonata.

Specijalna mikrobiološka istraživanja nisu vršena.





## VELO BLATO.

Na južnom dijelu zapadne polovice otoka, sjeverozapadno od Vlaši kog Polja, ispunjena je dosta velika depresija, između oniskih kamenitih obronaka, deluvijalnim naplavinama i vodom Velog Blata. To se blato pruža u duljinu od oko 2 km i širinu od oko 1,5 km, sužuju i se smjerom prema SZ.

Svoj opstanak i veli inu zahvaljuje Velo Blato donoj i obrinskoj vodi. Unaokrug Blata uski je pojas kamenitog terena pokriven tankim slojem nepoplavljenog barskog tla. Veli ina nepoplavljene površine blatnog aluvija ovisna je o odnošaju intenziteta priliva vode u blato i isparivanja. Zimi i s proljeća skoro teren leži pod vodom; ljeti se opet veća ili manja površina blata toliko osuši, da postaje pristupna, te može da posluži i za kulturu.

Sa kamenjara, što se spuštaju do u Velo Blato, sapiru jačanje kiše, a naročito jačanje bujice sitno tlo i sanose u bazen blata. Ovo tlo služi kao dobar supstrat i stanište biljnoj submerznoj zajednici iz sveže *Potamion eurosibiricum*. (Horvati 11), koja mjestimice veoma na gusto obrašuje najmoćniji dio Velog Blata. Obamrle biljke padaju u vodu na mineralnu podlogu, a, kako su uvjeti za mineralizaciju organske tvari pod vodom dosta nepovoljni, dolazi do kumuliranja organske tvari i do razvitka prilično debelog sloja organskog tla.

Sliče u estvuje na tvorbi tla zadruga *Scirpeto Phragmitetum* (Horvati 12), koja sukcedira na predjašnjoj zajednici smjerom k rubovima blata. No kako se površine, koje obrašuje ova zadruga, uslijed sniženja nivoa vode ljeti djelomično osuše, barem u svome najgornjem horizontu, to je proces humifikacije kod tala pod ovom zadrugom nešto izrazitiji. Pod terofitskom zadrugom *Juncetum ranarii* (Horvati 12) podliježe organska tvar tla najjače humifikaciji i mineralizaciji; zato organski horizonat postaje smjerom k rubovima Blata sve tanji.

Površina Velog Blata, koja bi se mogla iskoristiti u poljoprivredne svrhe, toliko je malena, da bi se uz postojeće komunikacijske prilike i cijene poljoprivrednih proizvoda, jedva isplatila kakova već investicija u cilju podizanja proizvodne snage ovih tala. Tla Velog Blata od već su interesa s gledišta sistematsko pedološkog.

U daljem opisu u najprije morfologiju i fizionomiju od nekolicina tipičnih profila onog dijela Blata, koji se ljeti toliko osuši, da postaje pristupačan, a nakon toga prikaza u njihovu teksturu, strukturu, te fizikalno-kemijska i biološka svojstva.

### Stratigrafija profila.

Tla Velog Blata pokazuju dosta jednoličnu morfologiju i fiziognomiju. Na litavom terenu nalazimo crnicu; smjerom! k centralnom dijelu Blata pokazuje ova crnica sve izrazitije sa javane makromehaničke elemente, dok je smjerom k rubovima sve bogatija finim organskim disperzijama. Na samim rubovima Blata crnica naglo prelazi u tlo kamenjare.

Profil 25. Oko 100 m zapadno od najsjevernije točke Velog Blata, na terenu obraslom poglavito sa Phragmites communis, kopana je jama do dubljine 80 cm. Vlažna crnica tamne boje, u suvom stanju dosta kompaktna, bogata organskim tvari, ide do dubljine od 60 cm, na što se pojavljuju ove i agregati kamena, između kojih leže male količine žu kasto mineralnog tla, siromašnog organskom materijom. Voda prodire već u dubljini od 35 cm.

Reakcija na CaCO<sub>3</sub> u litavom je profilu pozitivna.

Profil 26. Oko 100 m istočno od najsjevernije točke Blata tlo pokazuje istu fiziognomiju.

Profil 27. Na istočnom rubu Velog Blata nedaleko »staja« tamno sivo mrvičasto tlo, narijetko obraslo vegetacijom, prelazi od 30 cm u horizont nešto zbijenije sivkasto tamne crnice, koja u dubljini od 45 cm leži na slabo istrošenom vapnencu. Nivo donje vode nalazi se u dubljini od 50 cm.

Profil 28. Na najjužnijem rubu Velog Blata tlo ima istu fiziognomiju kao profil 27., jedino je boja tla već od površine nešto zatvorenija. Nivo donje vode leži i ovdje u dubljini od 50 cm.

Profil 29. Oko 80 m istočno od profila 27, na neznatno uzdignutom terenu kamenjare, koji ne stoji pod utjecajem vode Velog Blata, nema kompaktnog sloja tla; između ulomaka vapnenca, ispod busenova vegetacije, nalazimo smeđe tlo.

### Tekstura i struktura tla.

Kao što se već iz prednjeg popisa vidi, tla su Velog Blata, u koliko bi došla u obzir za kulturu, vrlo plitka. S obzirom na mehanički sastav pripadaju vrsti ilova a (po klasifikaciji prof. Kopeckog), bogatih organskom materijom i glinastim esticama. Tabela 17. prikazuje mehanički sastav ovih tala.

**Mehani ki sastav tala****Tabela 17**

Broj profila	Horizontat od cm	Sadržina estica u 0					Teksturna oznaka
		§ S v s	0,01 0,05 mm	0,05 0,1 mm	0,1 2,0 mm	<0,002 mm	
25	5 30	43,66	34,36	11,44	10,54	9,96	jako humozna ilova a
26	5 30	40,88	32,36	15,00	11,76	11,54	„ „ . „
27	5 25	48,70	27,70	12,64	10,96	1,02	„ „ glinasta ilova a
	40—55	38,34	50,96	4,60	6,10	27,72	humozna ilova a
28	35—50	42,58	30,52	14,00	12,90	15,65	„ „
29	5 30	34,70	23,18	16,08	26,04	12,48	jako humozna pjesk. ilova a

Koherencija izme u estica tla, poglavito nižih horizonata, u suvom je stanju neobi no velika; osušeni agregati ne dadu se u ruci ni drobiti ni kidati, vrlo teško u vodi bubre i vrlo se teško i polagano dispergiraju.

Stabilnost struk ture prema tome je veoma velika.

Na fizikalna svojstva ovih tala od naro itog jè utjecaja koloidno stanje organske tvari. Humusne koloide, koji kao što je poznato imaju negativan elektri ni naboj, peptiziraju OH ijo ni teku e faze tla vrlo energi no. Uslijed peptizacije znatno se pove ava dodirna površina estica, a time i koherencija estica u suvom stanju.

Humusni koloidi najja e vežu mineralne estice i najbolje uvaju stabilnost strukture. No u ovom slu aju humusni koloidi toliko pove avaju koherenciju estica u suvom stanju, da tla postaju nepodesna za mehani ku obradu.

Upravo takova fizikalna svojstva ine tla Velog Blata malo podesnim za kulturu, ma da su ina e dosta bogata hranivima, kao što emo vidjeti kasnije. S gledišta teoretsko pedološkog ova tla pružaju interesantan materijal za studij organskog koloidnog kompleksa.

**Kemijski sastav i svojstva.**

U tabeli 18. prikazani su kemijski sastav i svojstva hori zonta 5—30 profila 25, i horizonta 35—50 profila 28.

Crnice Velog Blata vrlo su bogate — kao što se iz tabele vidi — svim biogenim elementima izuzev fosforom, kojega od.

**Tabela 18**

Rastvoreno u 10% HCl	Profil 25 (5 30)	Profil 28 (35 50)
	s a d r ž i u %	
SiO <sub>2</sub>	0,85	0,77
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + FeA + P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	5,91	5,65
AlA	3,29	3,16
FeA	2,51	2,38
CaO	20,92	20,97
MgO	0,78	0,95
K <sub>2</sub> O	0,57	0,46
Na <sub>2</sub> O	1,04	0,99
PA	0,11	0,11
SO <sub>3</sub>	0,47	0,38
N — ukupni u %	0,86	0,73
Humus u o/o	11,01	8,98
pH u H <sub>2</sub> O	7,45	7,40
pH — u n KCl	7,25	7,15

svih odredjivanih elemenata sadrže najmanje. Naročito udara u oči velika sadržina kalcija i alkalija, specijalno natrija. Iako je voda Velog Blata »slatka«, ipak tla sadrže srazmjerno dosta, veliku količinu alkalija, što se bez sumnje ima pripisati općoj pojavi zaslanjivanja tala otoka Paga pod utjecajem slanih vjetrova (posolice).

Humus, kojega ova moćna tla sadrže u velikoj količini, (preko 11%), u itavom je profilu bazama zasićen, što svjedoči jednako alkalija na reakcija ovih tala, kao i veliko prisustvo kalcijskog karbonata.

Srazmjerno velikom bogatstvu tla na humusu odgovara i visoka sadržina dušika. Možemo reći, da tla Velog Blata sadrže prosječno oko 5—7 puta više humusa od površinskih horizonata suvih tala Dinjiškog Polja i poprilično toliko više dušika.

Reakcija je ekstrakta tla u vodi alkalna, a ekstrakta tla u norm. KCl slabopropisna.

Da dobijemo predodžbu o sadržini u vodi rastvorivih soli i o alkalitetu, obavili smo analizu ekstrakta ovih tala u vodi. Rezultati istraživanja profila 28. prikazani su u tabeli 19.

*Analiza ekstrakta tla profila 28 u vodi***Tabela 19**

Horizont nat od cm	Suha tvar	Mineralne tvari	CaO	Na <sub>2</sub> O	K <sub>2</sub> O	Cl	SO <sub>3</sub>	Humus	— " o l i o ^ 03
	u % suvog tla								
5 35	1,039	0,7228	0,0147	0,3550	0,0064	0,1361	0,0305	0,1351	0,2175
35 50	0,4793		0,0500	0,1855	0,0038	0,0326	0,0459	0,0729	0,1449

Iz ovih se podataka vidi:

1. da je vodeni ekstrakt tala profila 28. Velog Blata dosta bogat na sušini i mineralnim tvarima; znatno je bogatiji od profila 9, a siromašniji od profila 2. Dinjiškog Polja;

2. da se sadržina elektrolita u vodenom ekstraktu tala profila 28. s povećanjem dubljine osjetljivo smanjuje; najviše ima NaCl, a znatno manje sulfata, alkalija i zemnoalkalnih kovina, dalje CaCl<sub>2</sub>, Na<sub>2</sub>CO<sub>3</sub> i Ca (HCO<sub>3</sub>)<sub>2</sub>;

3. ukupni alkalitet vodenog ekstrakta znatno je veći nego kod tala Dinjiškog Polja; s porastom dubljine alkalitet se smanjuje;

4. komparirano li vrijednosti u vodi rastvorivih alkalija sa vrijednostima alkalija rastvorivih u 10% HCl, dolazimo do zaključka, da je velik dio alkalija nerastvoriv u vodi, te da je vezan na površini adsorb. kompleksa tla;

5. površinski je horizont osjetljivo bogatiji u vodi rastvorivim humusnim tvarima od horizonta drugog;

6. alkalije su od esteri vezane i na organski dio adsorb. kompleksa.

Katalitička sposobnost tala Velog Blata nije veća od tala Dinjiškog Polja, što je značajno ako se uzme u obzir, da su znatno bogatija organskom materijom. I kod ovih se tala jednako kao i kod vlažnih tala Dinjiškog Polja, katalitička sposobnost sa porastom dubljine smanjuje.

Podaci u tabeli 20 prikazuju količinu oslobođenog O<sub>2</sub> što su ga oslobodila 2 gr tla iz 15 cm 3% H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>, u različitim intervalima vremena.

**Tabela 20**

Profil broj	Tlo iz du bljine od cm	Razvijeno O <sub>2</sub> u cm nakon minuta						
		1	2	3	4	5	10	15
25	5 30	8,6	11,8	13,6	16,0	17,5	25,0	31,0
26	5—30	12,2	17,2	21,2	23,4	26,4	36,8	44,8
27	5 25	8,0	11,8	15,0	17,2	18,8	26,4	31,2
	40 55	7,0	9,6	10,4	11,8	13,3	19,2	25,2
28	5—25	14,6	21,2	26,4	30,2	34,4	50,6	63,4
	35 56	7,4	11,0	13,2	15,2	17,4	25,6	32,2
29	5 30	21,2	34,0	44,0	52,6	60,2	85,0	100

Svojstvo tla da cijepa H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> pokazalo se i kod ovih istraživanja kao dobro diagnostičko sredstvo za diferenciranje tala. Vidimo primjerice, da tlo br. 29, koje ve prelazi u tla kamenjara, pokazuje znatno ve u katalitičku sposobnost od crnica, ma da se nalazi u neposrednoj blizini Blata.

**Mikrobiološka aktivnost** manifestira se skoro jednakim intenzitetom kao i kod tala Dinjiškog Polja, s tom razlikom, što se za laboratorijskih istraživanja aktivnost ispoljava ve nakon dva dana u dosta velikoj mjeri; horizonti, koji stoje pod stalnim utjecajem vode pokazuju znatno slabiju aktivnost. Dijagram br. 4 prikazuje mikrobiološku aktivnost od dva horizonta profila br. 28.

**Hranidbeno fiziološka svojstva** (istraživana po metodi Neubauerovoj) vrlo su povoljna u pogledu kalija, a znatno manje u pogledu fosforne kiseline. U 100 gr. tla nadjeno je 45,69 mg K<sub>2</sub>O biljkama lako pristupnog i 7,77 mg P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>.

Svojevremeno je vlasnik Velikog Blata vadio crnicu s nakanom, da je s obzirom na bogatstvo hranivima prodaje kao gnojivo. Me utim analiza crnice jasno pokazuje, da je procentna sadržina hraniva u njoj premalena, a da bi mogla postati tržišno kurentnim gnojivom i na samome otoku Pagu.

Ta bi crnica bila doduše odličnim gnojivom za žive pijeske, jer bi vrlo uspješno vezala pokretljive estice pijeska svojim humusnim koloidima. No preveliki troškovi transporta, kao i činjenica, da te crnice ima u Velom Blatu srazmjerno malo, glavni su prigovori protiv pokušaja u inih tržišnim gnojivom.

### MALO BLATO.

Velo Blato dijeli na sjeverozapadu omanja uzvisina kame njare od depresije, što se u istome smjeru spušta sve do mora pod imenom Malo Blato. Depresija Malog Blata podjednaka je onoj Velikog Blata, ali su poplavljena površina, kao i dubljina bazena znatno manje; otuda i ime Malo Blato.

Ispunjeno je plitkim slojem mineralno organskog tla, a od centralnog svog dijela sve do mora i vodom, koja pokriva sad ve e sad manje površine. Malo Blato ima karakter brakicne vode, jer svoj postanak zahvaljuje osim gornjoj i donjoj još i morskoj vodi. Teren Malog Blata dosiže jedva 1 m nadmorske visine; sa sjeverozapadne strane ulazi u more, a s morem ga veže i jedan umjetni kanal, koji se pruža do preko sredine Blata. Kontinuirani sloj vode prekriva velik dio površine Blata samo zimi i s proljeća; ljeti je ograničen obično na centralni dio Blata ili ga pak potpuno nestaje u vegetacijskom pokrovu. Za Malo Blato od naročito je značajna asocijacija vrsta *Juncus maritimus* — *Scorzonera Candollei*, koja vrlo jednoliko obrađuje manje moćni dio blata; ona prema tome i najizrazitije utječe na razvoj organskog dijela ovih tala. Na najvažnijim mjestima obrađuju ovo Blato fragmenti za druge *Scirpetum maritimo litoralis* (Horvati i2)



Sli no kao i u Velom Blatu razvija se na itavom podru ju Malog Blata sloj mo varne crnice, ija debljina raste smjerom prema sredini Blata. U prosjeku ovaj je sloj kod Malog Blata znatno tanji. Smjerom k rubovima Blata sve ja e proviruje ka menita baza ispod vegetacijskog pokriva.

### Stratigrafija profila.

Profil 12. Oko 150 m isto no od morske obale i 80 m sjeverno od kanala, na slabo kamenitom terenu ispod gustog pokriva biljaka *Juncus maritimus* i *Scorzonera Candollei*, otvoreni profil pokazivao je ovakovu fiziogno miju: Površinski horizont tamno smēdje, jako humozne, slabo pjeskovite ilova e, maksimalno nasi en vlagom, leži na ove im agregatima vapnenca, što se pojavljuju ve u dubljini od 30 era. Nivo vode leži u dubini od 25 cm.

— P r o f i l 13. Oko 350 m jugoisto no od profila 12, profil 13 pokazuje istu fiziognomiju. Kameniti supstrat po inje od 35 cm; voda prodire ve kod 20 cm.

Profil 14, 15, 16, 17, 18, 19 i 20, koji su otvoreni na raz li itim mjestima polja ne pokazuju skoro nikakove razlike u morfološkim svojstvima.

Najdublji je profil 18, kod kojega sloj sitnog humoznog tla siže do dubljine od 60 cm. Ina e se kod ostalih profila po javljuje vapnen eva baza u dubljini od 25—45 cm. Vrijedi pr avilo, da su tla prema sredini Blata nešto dublja, dok su prema rubovima plitka i prelaze dosta naglo u tla kamenjara. Nivo vode nalazio se za vrijeme naših istraživanja u septembru 1930 god. oko 20—30 cm ispod površine tla, a u samom centralnom dijelu Blata oko 10 cm iznad površine tla.

Karakteristi no je za Malo Blato, da još nema diferencira nog, vidljivo razvijenog pravog mineralnog sloja. Boja zrako suvog tla obi no je tamnosmeda, vlažnog smeđe crna. Jedino donji horizonat profila 18 pokazuje i u suvom stanju nešto tam niju niansu nego ostala tla.

### Tekstura i struktura tala.

Tla Malog Blata možemo ubrojiti među jako humozne, slabo pjeskovite ilova e, dosta bogate esticama ma njim od 0,002 mm (tabela broj 21).

**Tabela 21**

Broj profila	Horizontat od cm	Sadržina estica u %					Teksturna oznaka
		< 0,01	0,01 - 0,05	0,05 - 0,1	0,1 - 2,0	> 2,0	
12	5 2 0	21,72	42,14	21,44	14,70	7,37	slabo pjeskovita ilova a
13	5 3 0	39,12	22,26	13,40	25,22	18,58	pjeskovita ilova a
15	5 3 0	38,44	26,58	13,92	21,06	19,64	»
16	5 2 5	33,66	28,42	15,70	22,22	1,43	
17	5 3 0	35,80	26,60	14,80	22,80	15,20	»
18	5—30	42,80	21,94	17,10	18,16	19,49	slabo pjeskovita ilova a
	4 6 6 0	35,74	22,62	15,14	26,50	15,76	pjeskovita ilova a
19	5 2 5	32,94	30,26	15,86	20,94	8,60	»

Odlikuju se dosta velikom koherencijom u suvom stanju; suvi agregati zadržavaju u vodi vrlo dugo svoj prvobitni oblik, ne raspadaju se i imaju stabilnu strukturu.

Usljed velikog bogatstva ovih tala na organskoj tvari, odlikuju se visokim kapacitetom za vodu i vazduh.

### **Kemijski sastav i svojstva.**

Tla Malog Blata imaju kemijska svojstva slična svojstvima tala Velog Blata; to naročito vrijedi za tla isto ne polovice, što se nalaze više pod utjecajem gornje i donje, nego morske vode.

U tabeli br. 22 prikazao sam kemijski sastav jednog tla, na čiji razvoj ima dosta velik utjecaj morska voda (profil 13.) i jednog tla centralnog dijela Blata (prof. 18.), na koje nešto manje utječe more, a znatno više gornja i donja voda.

Profil 13 sadrži podjednaku količinu humusa kao i profil 25 Velog Blata, ali se razlikuje od ovoga: dvostruko veća sadržinom seskvioksida ( $\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Fe}_2\text{O}_3$ ), skoro četiri puta manjom sadržinom kalcija, i dvostruko veća sadržinom alkalija. Natrija ima skoro dva i pol puta više, a kalija oko jedan i pol puta više nego u tlu profila 25. Fosfora ima u oba tla podjednako malo, magnezija nešto više, a silicija i sumpora nešto manje nego u tlu Velog Blata.

Reakcija tla profila 13. vrlo je slabo bazna, dok je reakcija tla Velog Blata dosta bazna.

Tabela 22

Rastvoreno u 10% HCl	Profil 13 (5-30)	Profil 18 (5-30)
	sadrži u % od suvog tla	
$\text{SiO}_2$	0,71	0,49
$\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{P}_2\text{O}_5$	11,27	7,65
$\text{Al}_2\text{O}_3$	6,65	4,24
$\text{Fe}_2\text{O}_3$	4,50	3,22
CaO	5,48	13,37
MgO	0,68	0,09
K <sub>2</sub> O	0,76	0,46
Na <sub>2</sub> O	2,45	1,06
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0,12	0,19
$\text{SO}_3$	0,33	0,81
$\text{SiO}_2$ ) Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> } u 5X KOH	8,73	4,35
N — ukupni u %	0,37	0,18
Humus u %	0,69	1,57
pH u H <sub>2</sub> O	10,36	24,51
pH u n — KCl	7,10	6,10 (Horizontat 45-60 cm pH 7,50)
	6,80	5,80

Profil 18. (najdublji profil na Malom Blatu), odlikuje se više nego dvostruko ve om sadržinom humusa (24,51%), a do sljedno tome i znatno ve im bogatstvom na dušiku nego profil 13.

Kalcija ima oko dva i pô puta više, a magnezija deveti i pô puta manje nego u profilu 13. Sadržina je saskvioksida znatno manja, jednako kao i siC>2, te alkalija, dok fosfora a naro ito sumpora imade znatno više. Bogatstvo na fosforu i sumporu stoji o ito u izravnoj vezi s visokom sadržinom organske tvari, u kojoj su oni vezani, kao biogeni elementi.

Zanimivo je, da je reakcija površinskog horizonta profila 18. slabo kisela, ma da je tlo dosta bogato vapnom; dublji horizonat (45—60 cm) imade opet izrazito bazi nu reakciju. Ta se pojava daje protuma iti injenicom, da je Ca u površinskom sloju dobrim dijelom vezan u onoj masi, što izgrađuje ku ice puževa, kojih Ovdje ima u obilju — a ije rastvaranje te e i previše polagano, a da bi se mogle brzo neutralizovati sve ful vokiseline, što se iz organskog kompleksa ovoga tla tvore.

Ina e crnice Malog Blata imaju ponajve ma bazi nu reakciju. (pH — 7,10 —T 7,70) (Vidi tabelu br. 23.)

Tabela 23

Broj profila	Dubljina tla od cm	pH u		Reakcija na CaCO <sub>3</sub>	Sadržina humusa u %
		H <sub>2</sub> O	KCl		
12	5—20	7,60	7,25	tf	8,26
15	5 30	7,60	7,30	tt	5,22
16	5 25	7,70		t+t	—
17	5—30	7,65	7,30	tt	11,38
19	5 25	7,55	7,25	tt	14,10

*Analiza ekstrakta tla u vodi. (Profil 13)*

Tabela 24

Horizonat od cm	$\frac{d}{v} X \frac{G}{33}$	Miner. tvari u %	CaO X	N <sub>a</sub> 0 %	K <sub>a</sub> O	Cl <sub>b</sub> u %	sg %	H <sub>pr</sub> tus %	Ukupni alkali. HCO <sub>3</sub> '
5 30	0,9466	0,6166	0,0520	0,2443	0,0226	0,1710	0,0706	0,2962	0,1305

Ekstrakt tla u vodi (horizonta od 5—30 cm, profila 13.) odlikuje se dosta visokom postotnom sadržinom suve tvari. Razlikuje se od vodenog ekstrakta diluvijalno mrgitimnih tala Dinjiškog Polja, znatno ve om sadržinom organskih, a manjom mineralnih tvari. Od svih istraživanih tala otoka Paga profil 13. sadrži najve u koli inu! u vodi rastvorivih organskih tvari. Uku\* ipni aikalitet ovih tala osjetljivo je ve i nego od tala Dinjiškog 'Polja. • " ; ; • ~ i

S obzirom na dosta veliko bogatstvo na natram ± kalcium ijonima, možemo tla Malog Blata uvrstiti medju barske natrij ; sko kalcijske solon ake .

U pogledu kataliti ke sposobnosti tla su Malog Blata vrlo sli na tlima Velikog Blata; ta je aktivnost i ovdje srazmjerno dosta niska uza sve bogatstvo na organskoj tvari. Najnižu sposobnost cijepanja superoksid vodika pokazuje do nji horizonat profila 1&. U tabeli br. 25 prikazane su koli ine  $O_2$ , što ga je otcjepilo 2 gr tla iz 15 cm 3%  $H_2O_2$ , tokom 15 minuta. .

Tabela 25

Broj profila	Tlo iz du bljine od cm	Razvijeno $O^{\wedge}$ u ccm nakon minuta						
		r j k ;	2	3	4	5	10	15
12	5 20	6,2	8,4	9,8	10,8	11,6	15,8	19,0
13	5 30	12,2	16,6	19,4	22,2	25,0	34,6	42,4
; 15	5 30	13,6	20,0	25,6	30,4	34,4	52,0	65,8
16	5 25	9,0	14,6	19,6	24,6	28,8	46,0	59,4
17	5 30	7,0	10,2	12,6	14,4	16,6	25,2	33,2
18	5 30 45 60	12,0 5,8	19,0 7,2	23,8 8,0	28,8 9,4	33,6 9,4	53,0 10,0	69,0
19	5 25	8,6	12,4	13,6	16,2	19,4	33,2	43,4

Krivulja **mirkobiološke aktivnosti** ima skoro isti tok kao i kod tala Velog Blata, što se vidi iz vrijednosti sakupljenih u ta beli br. 26.

Tabela 26

Profil broj	Tlo iz dubljine od cm	Porast visine stupca žive u manometru u mm nakon dana						
			2	3	4	5	6	10
13	5—30	0	14,2	36,6	45,0	35,8	33,5	27,0
18	5—30	0	6,9	29,2	35,4	33,0	30,6	24,2
	45 60	0	0	10,3	16,0	17,8	18,8	13,9

**Fiziološko kemijskom** analizom tala Malog Blata po Neubaueru dokazano je, da su siromašna na fiziološki aktivnom fosforu, a vrlo bogata na aktivnom kaliju. Tako su utvrđene vrijednosti za profil 13 (5—30): 0,829 mg  $P_2O_5$  i 61,06 mg  $K_2O$ . Ova vrijednost za kalij podjedno je maksimalna vrijednost koju sam za istraživanja tala otoka Paga konstatovao.

### KOLANSKO BLATO I KOLANSKO POLJE.

Od zapadnog podnožja najvišeg paškog brda sv. Vid smjerom k sjeverozapadu pruža se duga Kolanska dolina; provla i se najprije uskim klancem, koji se ispo etka slabo, a kasnije, ispod sela Kolane, naglo proširuje, spuštaju i se kao Kolansko Polje, a onda preko Slatine kao Kolansko Blato, sve do mora.

Bokovi kolanske doline izgradjeni su iz rudistnih vapnenača gornje krede, dok je dno doline ispunjeno ispod sela Kolane obronanim kršjem i brekijama, a dalje k sjeverozapadu neogenim tvorevinama, kao što su pješani žu kasti, sivkasti i smeđi glineni laporni škriljevi, sa tanjim slojem ilovastog tla; u sjevernoj polovici doline, zvanj Kolansko Blato, ispunjuju dno deluvijalni nanosi, koji su se pod utjecajem oborinske i morske vode, te vegetacije, razvili u tipi na slatinska tla.

Braki na voda ispunjava sjeverni dio Kolanskog Blata. Kao i kod ostalih paških blata nivo vode oscilira tokom godine; obino je najniži ljeti.

Kolansko Blato obraslo je na svojoj periferiji sastojcima asocijacije *Scirpetum maritimo litoralis*, koja je razvijena u razliitim faciesima. Na ovu nadovezuje na samoj obali jezera uski pojas vegetacije, koji pripada asocijaciji *Junetum maritimo acuti* (Horvati 12).

Ispod mo varne zadruga *Scirpetum maritimo* i *itoralis* razvija se dosta debeo sloj tamno smeđeg organskog tla, u kojem su dobro usuvani mehanički elementi obamrlih biljaka, što je znak, da rastvaranje organske tvari u ovim tlima te je vrlo polagano. Sa smanjenjem vlažnosti terena zamjenjuje ovu zadrugu zadruga *Junectum maritimo acuti*, a paralelno s time umanjuje se i debljina humoznog sloja i procentna sadržina organske tvari u površinskom sloju; na prelazu između Kolanskog Blata i Polja, tla gube tamnu boju, a poprimaju žu kasto, sliče nu boji tala Dinjiškog Polja. Razumljivo je da ova prelazna tla sadrže manje organske tvari, jer su tokom ljeta primjereno vlažna, pa se mikrobiološki procesi humifikacije i mineralizacije organske tvari mogu odigravati srazmjerno dugo vremena, dosta velikim intenzitetom.

### Stratigrafija profila.

Profil 21. Na terenu »Knežija« ispod pokrova *Junceus acutus*, *Juncus maritimus*, *Carex extensa* i dr. lanica vegetacijskog pokrova otvoreni profil pokazuje ovu fiziognomiju: korijenje prorašuje površinski sloj žu kasto okerne glinenaste ilovace, koja se pod rukom drobi u agregate orašaste strukture. Ovaj horizont ide do dubljine od 55 cm, nešto po inje horizont zbijenog glinenog tla, zatvorenije zelenkasto žu kaste boje, koja seže do dubljine od 100 cm. U dubljini od 1 m prodire donja voda (23. IX. 1930.). Ovo je tlo bušeno američkim tanjurastim svrdlom do 150 cm, ali se nije naišlo na kamenitu podlogu.

Profil 22. Na livadi zvanj »Blatnica«, nešto поближе najmo varnijeg dijela Blata, otvoreni profil 22. pokazuje ovu fiziognomiju: dosta teška žu kasta glina, prorasla korijenjem, dosta zbijena, prelazi u dubljini od 70 cm u vrlo tešku glinu, boje zelenkasto žute, u vlažnom stanju vrlo ljepljive, bogate kućicama puzeva; ve u dubljini od 70 cm prodire voda.

Profil 23. Na livadi »Deli«, još bliže pravog mo varnog terena, tlo pokazuje skoro ista morfološka svojstva kao profil 22. Donja voda prodire ve u dubljini od 25 cm.

Profil 24. »Pod Slatinama«, dosta vlažan teren, obrastao nagusto vrstama *Phragmites communis*, *Thyphangustifolia* i *T. latifolia*; tlo je od površine žuto smeđe, glineno ilovasto, dosta bogato organskom tvari; od 20 cm slijedi horizont žu kasto žu kasto sivkasto tog tla, koje ve u dubljini od 25 cm maksimalno navlažava donja voda

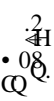

Profil 31. Poblíže centralnog dijela područja obraslog vrlo nagusto zadrugom Scirpetum maritimo litoris, nalazimo organogeno tlo, razvijeno mjestimice i do dubljine od 70 cm (obično nešto pliće), na glineno ilovastom odnosno na glinenom, žukasto do žukasto zelenkastom mineralnom sedimentu. Korijenje Phragmites a i ostalih laticinica zadruga vrlo nagusto prorašuje humozni horizonat. Profil 31 karakterističan je za dio Kolanskog Blata, koji postaje samo ljeti i to na vrlo kratko vrijeme pristupan.

### Mehanički sastav i fizikalna svojstva tla.

U području Kolanskog Blata prevladavaju poglavito teška glinena do glineno ilovasta tla; prva tla nalazimo više u moćnom dijelu, dok glinasto ilovasta tla prevladavaju na rubovima blata, ali i ovdje ponajviše u površinskom horizontu. Prema tome na Kolanskom Blatu nalazimo najteža tla otoka Paga. Tla Kolanskog Polja nešto su lakša. Kao što se vidi iz podataka sakupljenih u tabeli br. 27, odlikuju se tla Blata dosta visokom sadržinom estica manjih od 0,002 mm, dakle estica koloidnih i onih, koje se svojom veličinom približuju dimenzijama koloida.

### Mehanički sastav tla

Tabela 27

	13 	Sadržina estica u % sitnog tla					Teksturna oznaka
		< 0,01 mm	[ 0,01 0,05 mm	0,05 0,1 mm	0,1 2,0 mm	< 0,002 mm	
21	5 25	47,82	42,56	4,46	5,16	1,40	glinasta ilova a
	70 90	62,62	31,44	3,78	2,16	8,69	» n
22	5 25	69,06	20,62	5,40	4,92	14,56	glineno tlo
	70 90	77,10	20,22	1,82	0,86	4,58	
23	5 25	60,24	31,08	4,90	3,78	6,44	glineno tlo
34	5 20	55,30	28,10	10,30	6,30	14,70	„ ilovasto
31	2 20	49,94	22,96	12,96	14,14	20,76	glin. ilova a

Sasma je razumljivo, da se veliko prisustvo glinenih estica manifestira i u fizikalnim svojstvima ovih tala; na vazduhu



osušena odlikuju se bez razlike vrlo velikom koherencijom, dok se u vlažnom stanju osjetljivo razlikuju: humozna tla imaju dosta postojanu strukturu t. j. pod utjecajem vode strukturu se agregati ne raspadaju, ve dugo uvaju oblik i veličinu, naprotiv mineralna tla, na prelazu iz Blata u Polje, kao i izrazito mineralni horizonti mo varnih terena, imaju malo stabilnu strukturu.

Poroznost je ovih tala, naročito mo varnih dosta velika; abs. kapacitet za vodu je dosta visok, dok je abs. kapacitet za vazduh esto nizak.

Tla sadrže premalo vazduha, odnosno slobodnog kisika ne samo zato što je kapacitet za vazduh nizak, ve i zato što voda istiskuje skoro sav vazduh, zauzimaju i njegovo mjesto u kapilarnim i nekapilarnim šupljikama.

U suvljem su dijelu Blata abs. kapacitet za vodu i vazduh, primjereni.

*Fizikalna svojstva tala*

**Tabela 28**

Profil broj	Tlo. iz dubine od cm	Spec. težina		Volumen pora u %	Apsolutni kapacitet za		Stabilnost ve ih agregata u dest. vodi
		fakt.	vo lumna		vodu	vazduh	
21	10 17	2,54	1,38	45,66	34,46	11,20	raspadaju se u sitne agregate „ „ dosta brzo
	80 87	2,61	1,43	45,21	35,54	9,67	
24	8—15	2,52	0,89	64,28	55,96	8,32	ne raspadaju se ni nakon dulj.vremena

**Kemijski sastav i svojstva tala.**

Tla Kolanskog Blata i Polja pokazuju u pogledu kemijskog sastava i svojstava sličnost sa tlima ostalih paških polja i blata u toliko, što sadrže veliku količinu alkalija, spec. Na, i zemno alkalnih kovina, spec. Ca, siromašna su na fosforu, te imaju alkalnu reakciju.

U tabelama 29. i 30. prikazao sam sastav solno kiselog izvatka, dalje procentnu sadržinu humusa i dušika, te reakciju tala nekih tipova njih profila Kolanskog Blata (Profili 21, 23 i 24). Profil 21. predstavnik je manje vlažnog tipa tla, profil 24. reprezentira skupinu vlažnih tala, što je izrazito or

ganogenom barskom tipu, dok profil 23. stoji izmedju profila 21. i 24.

Profil 21. obiluje saskvioksidima; sa dubljinom tla njihova procentna sadržina raste. Kalcija ima u površinskom sloju više nego u nižem horizontu, magnezija opet preko 3 puta manje. Alkalijama, fosforom i sumporom površinski je horizont znatno siromašniji.

Humusa ima u površinskom horizontu nešto više, nego u dubljini od 70—90 cm, jednako i dušika. Karakteristična je za ovo tlo dosta visoka sadržina humusa u nižim horizontima. Silicij rastvorivog u 10% HCl ima neznatno više, a  $\text{SiO}_2$  rastvorivog u 5% KOH znatno manje u donjem horizontu.

Profil 21

Tabela 29

Rastvoreno u 10% HCl	Tlo iz dubljine	
	5 25 cm	70 90 cm
	sadrži u % suvog tla	
$\text{SiO}_2$	0,51	0,65 * ff
$\text{Al}_2\text{O}_3 + \text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{P}_2\text{O}_5$	7,82	9,60
$\text{Fe}_2\text{O}_3$	3,91	5,43
Al A	3,83	4,01
CaO	25,40	17,13
Mgo	0,44	1,41
$\text{K}_2\text{O}$	0,31	0,56
$\text{Na}_2\text{O}$	0,63	1,28
$\text{P}_2\text{O}_5$	0,08	0,16
$\text{SO}_3$	0,22	0,54
$\text{SiO}_2$ , I	5,60	8,02
$\text{Al}_2\text{O}_3$ , J [ u 5X KOH	0,14	0,11
N ukupni u %	0,29	0,21
Humus u %	3,03	2,11
pH u H <sub>2</sub> O	7,40	7,30
pH u n KCl	7,15	7,10

Profil 23, ima skoro isti sastav kao donji, vlažni hori zonat profila 21, Sadrži naime podjednaku koli inu seskviok sida, kalcija, natrija, kalija, humusa, dušika i silicija; osjetljive razlike postoje samo u sadržini fosfora i sumpora, kojih ima kod profila 23. dva puta manje.

**Tabela 30**

Rastvoreno u 10X HCl	Profil 23 (2 25 cm)	Profil 24 (5 20 cm)
	sadrži u % suvog tla	
SiO <sub>2</sub>	0,56	0,54
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	11,05	11,54
Al <sub>2</sub> A	5,10	6,92
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	4,86	5,50
CaO	17,33	1,62
MgO	0,25	0,71
K <sub>a</sub> O	0,44	0,51
Na <sub>2</sub> O	1,29	1,31
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0,09	0,12
SO <sub>4</sub>	0,24	0,16
SiO <sub>a</sub> I	8,04	7,18
Al <sub>2</sub> A } <sup>u</sup> K <sub>2</sub> O H	0,14	0,07
N ukupni u %	0,21	0,53
Humus u %	2,59	7,05
pH u H <sub>2</sub> O	7,45	7,8Q
pH u n KCl	7,20	7,40

Profil 24., kao prelazno tlo centralnom mo varnom ti pu, odlikuje se preko 1 Ys puta ve om sadržinom humusa i du šika (u površinskom horizontu) nego profil 23., oko jedanaest puta manjom sadržinom kalcija, dok je u pogledu alkalija i fo sfora tek neznatno bogatiji. U sadržini SiO<sub>2</sub> ne postoji osjetljiv vija razlika između oba ova profila.

Za tla Kolanskog Blata, kao i za ostala tla otoka **Paga** karakteristična je visoka sadržina  $\text{SiO}_2$ , a niska  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , rastvorivih u 5% KOH. Fiksacija  $\text{SiO}_2$  ima se pripisati stabilizacijom djelovanju Na ijona, kojima su paška tla vrlo bogata.

Reakciju nekih tala Kolanskog Blata, te reakciju na  $\text{CaCO}_3$ , i sadržinu humusa, prikazuje tabela 31.

**Tabela 31**

Broj profila	Tlo iz dubljine od cm	pH u		Reakcija na $\text{CaCO}_3$	Sadržina humusa u %
		$\text{H}_2\text{O}$	n KCl		
22	5—25	7,20	7,05	t	3,18
	70—90	7,30	7,10	t t	2,20
31	2—20	5,20	4,90	—	35,11 J

Reakcija tala Kolanskog Blata ponajviše je alkalna; čamo mjestimice, naročito na vrlo vlažnim mjestima blata reakcija je tla kisela, jer se tvore velike količine huminskih kiselina, tipa fulvo kiselina. Međutim, zemnoalkalni karbonati kojih u ovim tlima ima mnogo, dobrim dijelom neutraliziraju ove kiseline, tvore i s njima lako rastvorive humate.

Profil 31, predstavnik centralnog močvarnog tipa, pravi je tresetnim tлом. Do dubljine od 35 sadrži 35,11% humusa.

Analiza ekstrakta u vodi tala profila 21, i 24, pruža uvid u sastav tekuće faze ovih tala. (Tabela 32).

**Sastav ekstrakta tla u vodi:****Tabela 32**

Profil broj	Horizont od cm	Suva tvar %	Mineralne tvari %	CaO %	Na <sub>2</sub> O %	K <sub>2</sub> O %	Cl %	SO <sub>4</sub> %	Humus %	Ukupni alkalitet (HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup> )
21	5—25	0,2720	0,1619	0,0300	0,0981	0,0034	0,0138	0,0212	0,0369	0,0960
	70—90	0,3650	0,2750	0,0325	0,1108	0,0048	0,0229	0,0952	0,0242	0,0884
24	5—20	2,2062	1,8726	0,0525	0,9000	0,0274	1,0417	0,0938	0,1338	0,1415

Prije svega proizlazi, da je profil 24. ve u površinskom sloju 10 puta bogatiji u vodi rastvorivim mineralnim tvarima nego profil 21, drugim riječi ima, da je koncentracija teku e faze profila 24. skoro devet puta ve a od koncentracije teku e faze profila 21. Ta je injenica s gledišta ekološkog od naro ite važnosti, jër ö koncentraciji teku e faze ovisi ne samo inten zitet razvoja, ve i samo pojavljivanje biljaka.

Na osnovu analiza solnokiselog izvatka od ova dva tla ne može se niti naslutiti, da postoje ovako velike razlike u sastavu njihova vodenog ekstrakta. Na sastavu mineralnog dijela vo denog ekstrakta tla participiraju najve im procentom NaCl, manje  $MgSO_4$ ,  $CaSO_4$ ,  $K_2SO_4$ , KCl i  $CaCl_2$ .

Poredimo li sastav vodenog ekstrakta tla profila 21. i su vljivih tala diluvijalno deluvijalnih Dinjiških Polja (profil 9.) vidimo, da je profil 21. vrlo sli an ovim tlima. Postotna sadrži na suve tvari, kao i tvari mineralnih skoro je podjednaka. Sadr žina mineralnih tvari sa dubljinom raste, što je dokaz, da i ov de oborinska voda. ispire lako rastvorive soli iž viših horizonta ta u niže. Postoje ipak neke razlike: sadržina Cl, a naro ito sumpora u površinskom horizontu profila 21, znatno je ve a, a sadržina humusa osjetljivo manja, nego u profilu 9. Dinjiškog Polja.

Ukupni aikalit et ve i je doduše u horizontu od 5 do 25 cm profila 21, ali je u horizontu od 70—90 cm jednak alka litetu horizonta 70—90 cm profila 9.

Prema tome vidimo, da je profil 21. kao prelazni tip od su vih tala polja k izrazito vlažnim mineralnim tlima blata, veoma sli an suvim diluvijalno deluvijalnim tlima Dinjiškog Polja. Ka ko nije osobito bogat na mineralnim tvarima rastvorivim u vo di, ubraja emo tla Kolanskog Polja medju alka lijsko kalc ijske sol once.

Profil 24. sli an je opet veoma vlažnim diluvijalno ma ritimnim tlima Dinjiškog Polja, sadrži vrlo veliku koli inu u vodi rastvorivih mineralnih i organskih tvari i tvori prelaz od mineralnih natrijsko kalc ijskih solon aka k izrazito barskim sol on a. Ukupni aikalit et ovog profila ve i je nego kod tala Dinjiškog Polja.

Kataliti ka sposobnost nije malena kod tala ma nje vlažnih, dok je u vlažnim horizontima i izrazito barskim ti povima dosta slaba.

Najmanju sposobnost cijepanja  $H_2O_2$  pokazuje tresetno tlo (profil 31). Upravo ova istraživanja jasno pokazuju, da kataliti ka sposobnost tla ne raste s por a stom bogatstva na humusu. Površinski horizonat

*Kataliti ka sposobnost tla***Tabela 33**

Broj profila	Tlo iz dubljine od cm	2 gr tla razvilo O <sub>2</sub> iz 15 ccm 3% H <sub>2</sub> O <sub>2</sub> u ccm nakon minuta						
		1	2	3	4	5	10	15
21	5—25 70—90	12,4	18,4	23,6	27,8	32,0	50,2	62,6
22	5 25 70 90	17,6 7,4	31,0 10,4	40,8 13,2	50,2 15,4	57,2 16,8	84,8 24,0	—
23	5 25	12,8	20,4	27,8	34,4	41,2	69,4	97
24	5—20	10,6	16,4	21,0	24,6	28,0	41,4	50,4
31	5 35	5,0	5,4	5,4	6,0	6,0	7,4	8,4

profila 31. sadrži 16 puta više humusa od površinskog horizonta profila 23, pa je ipak kataliti ka sposobnost ovog posljednjeg tla 10 puta veća.

**Fiziološko kemijska analiza** utvrdila je, da su tla Kolanskog Blata ponajvećma vrlo bogata fiziološki aktivnim kalijem, a slaboposkrbljena biljkama pristupnim fosforom. (Tabela br. 34.)

**Tabela 34**

Broj profila	Tlo iz dubljine od cm	Rezorbirano iz 100 gr tla u mg	
		P <sub>4</sub> O <sub>5</sub>	K <sub>2</sub> O
21	5—25	1,914	31,146
	70—90	1,595	32,782
24	5 20	1,376	11,222

Mikrobiološka aktivnost profila 21., izražena količinom CO<sub>2</sub> što ga tlo izdiše nakon izvjesnih intervala vremena, prikazana je u tabeli broj 35.

*Mikrobiološka aktivnost tla*

Tabela 35

Broj profila	Tlo iz dubljine od cm	Porast visine stupca žive u manometru nakon dana u mm						
		1	2	3	4	5	6	10
21	5 25	—	20,0	45,2	61,0	48,5	38,8	—
	70 90	—	14,0	36,0	52,4	33,0	20,6	—
24	5—20	—	0	8,6	15,0	22,5	27,1	26,3

**TLA KAMENJARA.**

Najve u površinu zauzimlju na Pagu kamenjare, pod kojima razumijevamo kamenite terene, obi no ravni, a u manjoj mjeri strmine, kojih je najve i dio površine dosta jednoli no pokriven vezanim ili nevezanim kamenom. Mjestimice prekriva kamen do 98% od ukupne površine kamenjare. Izme u slabo rastrošenog kršja viri tu i tamo ponešto sitnog tla.

Ove kamenjare dižu se o obe strane centralnog pašskog korita: na isto noj polovini otoka prostiru se ponajve ma kao ravnije, puste i gole terase, koje se' strmo ruše U more Planin skog Kanala; kamenjare zapadnog dijela otoka, isprekidane na nekoliko mjesta blatima i poljima, spiištaju se ponajve ma po lagano prema moru.

Paške kamenjare nose ime pašnjaka, jer najve i dio terena služi za pašu; samo je neznatna površina obrasla zimzelenim škarama (makijom) i šumom.

Kserofilna vegetacija zadruga *Brometo Chrysopogonetum asphodeletosum* i *Drypetum Jacquinianae* (Horvati 12), koja dominira paškim kamenjarama, ima tako malu pokrovnost, da ni malo ne ublažuje bijednu sliku gole paške pustoši. Vegetacijski pokrov ne samo da je rijedak, ve mnoge biljne vrste pokazuju tipične znakove nanizma, uvjetovanog oskudnim životnim uvjetima. Sav život na kamenjari odaje prilagodjivanje dominantnim prirodnim faktorima života: buri, posolici, i suši.

Kamenit supstrat, iz kojega se razvijaju tla paških kamenjara, izgradjen je ponajve ma iz rudistnog vapnenca gornje

krede, a samo se na rubovima rudistnog vapnenca, smjerom prema koritima, proteže obi no uzak pojas alveolinskog vapnenca, na koji dalje smjerom ka koritu nadovezuje pojas na mulitnog vapnenca. Na tri mjesta zauzima male površine kre dne dolomit i to na sjev. dijelu isto ne i južnom dijelu zapadne polovice Raga.

Iz kamenitog substrata kamenjara razvija se sitno tlo po glavito kemijskim i mehani kim radom oborinske vode.

Medjutim najve i dio tla, što se fizikalnim radom buji ne vode razvije, za kamenjaru je izgubljen, jer ga ista voda odno si u depresije: polja i blata.

Trošenje kamena biološkim putem ovdje je vrlo slabo, ra di oskudnog razvoja vegetacijskog pokrova. Ipak se ne da po re i, da sitno tlo zahvaljuje ovoj vegetaciji ne samo jedan dio sastavnih materija, ve i svoj opstanak na kamenjari.

Kemijski u inak vode na tvorbu sitnog tla stoji poglavito U rastvaranju vapnenca. Prema jednom našem istraživanju ru distni vapnenac otoka Paga vrlo je ist, sadrži naime 99,68% karbonata, a to e re i da nakon rastvorbe 100 kg toga vap nena zaostaje samo 0,32 kg nerastvorivog ostatka. Oborinska voda otoka. Paga obi no je siromašna na  $\text{CO}_2$ ; pored  $\text{CO}_2$  sa drži esto i manju koli inu alkalija. U istoj oborinskoj vodi vapnenac se tek neznatno rastvara (0,003 gr u 100 gr vode). Ako uzmemo da na Pagu padne kao i na Rabu oko 1132 mm oborina, padne u godini na 1 ha oko 11,320,000 l, u kojima bi se teoretski uzeto moglo rastvoriti 339,60 kg vapnenca; zaostalo bi 1,19 kg nerastvorivog ostatka — sitnog tla. Ako uzmemo, da je volumna specifi na težina tla kamenjara 1,52, onda zna i, da je 1 ha tla do dubljine 10 cm težak 1,320.000 kg. Za tvorbu 10 cm sitnog tla trebalo bi prema tome 1 milijun godina.

Stvarno mi na kamenjarama nigdje ne nailazimo kontinui rani sloj tla debeo 10 cm, ve je sitno tlo rastrušeno u pukoti nama i mikrodepresijama kamenite baze, prekrito i zašti eno ulomcima i busenima vegetacije.

### **Fiziognomija i morfologija tala.**

32. K o š l j u n. Ispod borove šume, nalazimo nešto dublje kamenito tlo. Sitno tlo boje je žu kasto sme e, sitno mrvl a ste strukture. U dubljini od 25—30 cm po imlju vezane vapnen eve stijene.

33. N o v a l j a — L u n. Kamenjara s obje strane puta Novalja Lun, iz koje samo mjestimice strše ve i žbunovi Juni



perus oxycedrus i Euphorbia Wufenii, pokrivena je ve im i manjim ulomcima vapnenca, izme u kojih sa mo sporadi no viri smeđe, sitno, mrvasto tlo. Uzorak tla od 1 kg nije mogao biti uzet na jednom mjestu, nego je sakupljen sa površine od 20 m<sup>2</sup>.

36. Povijana — Malo Blato. Kamenjara, što se od Povijane mirno spušta prema Malom Blatu i moru, razlikuje se od predašnje neznatno ve om površinom ogoljenog sitnog tla; boje je sme e sa neznatno crvenkastom nijansom. Oko 95% od ukupne površine pokriva vezani kamen. Na uzvisini od oko 60 m n. v. sa exp. sjeverne, uzet je uzorak tla za analizu. Reakcija je sitnog tla na CaCO<sub>3</sub> negativna.

Sa duge kamenite terase, što se stere od nasjevernije do najjužnije ta ke isto ne polovine Paga, uzeto je nekoliko uzoraka tla za analizu i to:

50. Kod Šari a. Na uzvisini, povrhnju najjužnije ta ke Dinjiškog Polja, na podlozi od alveolinskog vapnenca (ispod oskudnog pokrova busena Heiichrysum italicum, Carlina corimbosa, Teuerium polium, Dactylis hispanica, Koeleria gracilis i dr.) razvija se sme e tlo, sitno mrvasto strukture; oko 98% površine pokriva kamen. Sa površine od 1 m<sup>2</sup> jedva je mogu e nakupiti ^ kg sitnog tla.

51. Iznad Stare Vaši. U maloj reljefskoj depresiji kamenjare iznad Stare Vasi razvio se 20—35 cm debeo sloj sivkasto smeđeg tla, na rudistnom vapnencu. Iz tla vrlo nagusto strše glavice vapnenca.

Ovdje, kao i svugdje u zatvorenim depresijama kamenjara, nalazimo nešto više sitnog tla.

52. Iznad Vri a. Sjeveroisto no od Vri a, na kamenjari iz rudistnog vapnenca, tlo pokazuje istu fiziognomiju i jmorfologiju kao i tlo iznad Šari a.

53. Pe ane. Kamenjara od rudistnog vapnenca iznad Gorice; 99% terena pokriveno kamenom. Sitno tlo ne može se «koro nigdje zapaziti na površini, a [u koliko ga uop e ima leži pod kamenom; praškasto je, boje je tamno sme e, a samo mjestimice, gdje tla ima nešto više, boje je žu kasto sme e. Reakcija je na CaCÛ<sub>3</sub> negativna.

54. Nad Goricom. Na prelazu izme u pojasa alvelionskog vapnenca prema numulitnom vapnencu razvio se dosta debeo sloj sivo žu kastog glinenog tla, bogatog šljunkom i kamenom (60—70%).

Reakcija na CaCO<sub>3</sub> izrazito pozitivna.

55. P a g. Na uzvisini iznad mjesta Paga, na strmom tere nu pošumljenom borom, izme u ve ih blokova kamena i kršja razvija se sitno tlo. Ispod 2—3 cm debelog sloja iglica bora po javljuje se tamno sme e grudi asto tlo, izmješano sa ulomci ma kamena; ve u dubljini od 20 cm po inje mati ni kameniti supstrat, koji je samo mjestimice rastrošen i u pukotinama is punjen žiljem bora. Sa terena ekspozicije Z i inkl. od 10° uzet je uzorak tla za analizu.

56. Ispod borove plantaže. Povrh Paga na obro na nom kršju i brek ijama, razvijen je nešto deblji sloj žu kas tog tla, izmješanog s mnoštvom šljunka i kamena.

Boja tla paških kamenjara u velikom je pro sjeku sme a i samo rijetko poprima niansu žu kastu, crvenkastu ili tamnu. Crvenice se na ovim terenima nigdje ne razvijaju.

#### Tekstura i struktura.

Kao što se iz podataka u tabeli 36 vidi, sitno tlo kamenja ra tvore cio niz prelaza od slabo pjeskovitih do glinastih ilo va a.

Sitno tlo kamenjara razvijeno iz rudistnog vapnenca odli kuje se obi no dosta visokom sadržinom estica manjih od 0,002 mm, dok je tlo obrona nog kršja i brek ija koloidnim estica ma znatno siromašnije.

**Tabela 36**

»03.	Tlo iz dubljine od cm	Procentna sadržina estica u sitnom tlu u % veli ine u mm					Teksturna oznaka
		< 0,01	0,01 0,05	0,05 0,1	0,1—2,0	< 0,002	
33	8 30	48,04	29,36	10,20	12,40	10,87	glinasta ilova a
36	5—20	44,72	25,34	10,32	19,62	19,83	ilova a
50	2 18	52,22	21,62	8,50	17,66	18,36	glineno ilovasto
51	4 25	44,34	31,26	11,34	13,06	11,62	ilova a
52	2—18	42,68	20,04	7,30	29,98	14,10	pjeskovita ilova a
53	2 15	35,62	19,12	10,86	34,40	9,67	pjeskovito gli nasto ilovasto
54	5 30	72,26	16,76	4,14	6,84	2,12	glina
55	3 25	37,34	27,44	10,02	25,20	26,32	slabo pjesko vita ilova a
56	5 20	29,48	14,36	8,96	47,20	4,73	pjeskovito gli nasto ilovasto

Struktura tla sitno je mrvi asta i dosta stabilna.

Tla paških kamenjara u pravilu su vrlo plitka, nerazvijena, izrazito skeletna.

### Kemijski sastav i svojstva.

Rezultati kemijske analize ovih tala, prikazani su u tabe lama 37. i 38.

Sva se tla odlikuju dosta velikom sadržinom seskvioksida, naro ito tla br. 33., 53. i 55. Odnosaj  $Al_2O_3 : Fe_2C > 3$  ne poka zuje nikakovu pravilnost.

Ma da se tla razvijaju iz vapnenca, sadržina je kalcija do sta malena kod svih tala, što se razvijaju iz rudistnog i alveo linskog vapnenca, a na ravnijim terenima. Jedino tla obrona nog kršja i brek ija, te tla na numulitnom vapnencu, kao i šumsko tlo na Košljunu, pokazuju veliko bogatstvo na vapnu (profil 32., 54. i 56.). Magnezija sadrže tla dosta velike koli ine. Od naro itog je interesa injenica, da i ova skeletna.tia, koja svaka malo ja a kiša te meljito ispere, obiluju alkalijima; u pravilu sa drže preko 1% alkalija rastvorivih u 10% HCl, a neka tla i pre ko 2%. Udara još napose u o i, da je odnosaj  $Na_2O : K_2O$  kod tla profila 33, 50, 51 i 53 manji od 1, a samo kod tri tla (52, 54 i 55) osjetljivo ve i od 1.

U ova kao i u ostala paška tla, dospijevaju a l k a l i j e s l a n i m vjetrovima. Kako rasprašena morska voda, koja zaslanjuje cio Pag sadrži više Na nego K, dalo bi se o ekivati, da e i tla sadržati znatno više natrija nego kalija. Što to nije slu aj, tre ba pripisati ja oj sorpciji kalijum ijona u tlu s jedne strane, te ja em ispiranju Na s druge strane.

F o s f o r a i s u m p o r a ima u tlima kamenjara više ne go u suvljim tlima Dinjiškog Polja, što se bez sumnje ima pri pisati injenici, da je tlo kamenjara bogatije organskom tvari; fosfor i sumpor vezani su dobrim dijelom u organskom kom pleksu tla.

Kao što se iz podataka tabela 37. i 38. vidi, v a r i r a s a d r ž i n a h u m u s a u o v i m t l i m a i z m e u 4,58—7,70%, a samo lakše pokretljiva tla obrona nog kršja i brek ija sadrže ga nešto manje. Tla kamenjara bogata su i dušikom ali duši kom organski vezanim. Jednako humusom, kao i dušikom bo gatija su od tala paških polja.

## Tla kamenjara isto ne polovine otoka Paga

Tabela 37

Rastvorljivost u 100% HCl	Broj profila i oznaka horizonta							
	50 2 18 cm	51 4 25 cm	52 2 18 cm	53 2 15 cm	54 5 10 cm	55 3 25 cm	56 5 20 cm	
SiO <sub>2</sub>	0,87	0,89	0,79	0,96	1,09	0,92	0,62	
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	9,60	8,00	11,96	14,09	6,74	14,74	7,68	
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	4,35	3,77	5,69	5,98	3,21	7,74	3,78	
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	3,11	4,09	6,10	8,07	3,45	6,88	3,82	
CaO	0,73	0,70	0,69	0,76	26,85	0,63	7,57	
MgO	0,69	0,12	0,66	0,44	1,22	0,36	0,59	
K <sub>2</sub> O	0,57	0,50	0,74	0,60	0,37	0,71	0,30	
Na <sub>2</sub> O	0,52	0,39	1,03	0,31	1,44	1,30	0,48	
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0,14	0,14	0,17	0,04	0,08	0,12	0,08	
SO <sub>3</sub>	0,18	0,19	0,28	0,29	0,18	0,21	0,18	
Šio <sub>2</sub> y Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> j u 5% KOH	5,42	5,39		5,87	5,95	4,92	5,75	
	0,65	0,49		0,29	0,24	0,33	0,25	
Humus u %	4,90	4,80	—	4,58	2,23	6,49	3,50	
N u %	0,33	0,56	—	0,52	0,20	0,50	0,40	
pH u H <sub>2</sub> O	6,55	7,05	6,65	6,60	7,80	6,90	7,20	
pH u n KCl	6,30	6,60	6,20	6,20	7,05	6,75	7,00	

Kao i ostala tala otoka Paga, odlikuju se i tla kamenjara srazmjerno dosta visokim procentom SiO<sub>2</sub>, a malom sadržinom Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> rastvorivog u 5% KOH.

U pogledu reakcije, tla se paških kamenjara znatno razlikuju od ostalih tala na otoku Pagu. Reakcija ekstrakta, sitnog tla u vodi, razvijenog »in situ«, slabo je kisela do neutralna, dok je reakcija tala obrona nog kršja i brekija nastalih mehani kim usitnjavanjem, radom kretaju se vode, sli no kao i tla depresija, — slabo bazina.

**Tabela 38**

Rastvoreno u 10% HCl	Broj profila i oznaka horizonta	
	32 5—30 cm	33 2—15 cm
ŠIO*	0,29	1,43
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> + P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	7,67	16,46
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	3,40	12,75
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	4,14	3,63
CaO	25,38	0,80
MgO	0,47	0,54
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0,13	0,08
K <sub>2</sub> O	0,50	0,82
Na <sub>2</sub> O	1,00	0,69
SO <sub>3</sub>	0,16	0,24
SiO <sub>2</sub> ai <sub>2</sub> O <sub>3</sub> u m k o h	4,61 0,36	6,69 0,24
Humus u %	2,98	7,60
N u V»	0,29	0,67
pH u H <sub>2</sub> O	7,40	7,00
pH u n-KCl	7,20	6,60

**Tabela 39**

Broj profila	Horizont od cm	Suva tvar %	CaO 10-	Na <sub>2</sub> O %	K <sub>2</sub> O 10	Cl 10	SO <sub>3</sub> %	Humus %
50	2-18	0,1693	0,0255	0,0840	0,0128	0,0016	0,0226	0,0312
52	2-18	0,1095	0,0255	0,0510	0,0119	0,0012	0,0166	0,0407
53	2-15	0,1360		0,0620	0,0024	0,0013	0,0317	0,0622

Ova je konstatacija od osobite važnosti, jer nam pokazuje tendenciju razvitka tala uz klimske i vegetacijske prilike, koje na otoku Pagu vladaju.

Da dobijemo predodžbu o fiziološki najaktivnijem dijelu paških tala, obavili smo i analizu ekstrakta tla u vodi od nekoliko profila.

Analiza vodenog ekstrakta tala kamenjara pokazala je, da se ova tla po sadržini uvodi rastvorivih mineralnih i organskih tvari potpuno razlikuju od tala Dinjiškog Polja. (Tabela 29.).

Mineralnih tvari rastvorivih u vodi ima manje nego u ije dnom drugom paškom tlu; tako ih ima 17 puta manje nego u natrijsko kalcijском solon aku (profil 24.) Kolanskog Blata. Naprotiv, u vodi rastvorivim organskim tvarima ova su tla relativno dosta bogata, jer ih ima podjednako, kao i u suvljim tlima Dinjiškog i Kolanskog Polja. Ali ako usporedimo sadržinu ukupne i u vodi rastvorive organske tvari u obe ove skupine tala, onda dolazimo do zaključka, da se kod tala paških polja znatno ve i postotak organske materije rastvara u vodi, nego kod tala kamenjara. Sadržina klorida vrlo je niska; sulfata ima više od klorida, sli no kao i u profilu 21. Kolanskog Blata, samo što je profil 21. znatno bogatiji i jednim i drugim.

Poredimo li sadržinu alkalija u solno kiselom i vodenom izvatku tla vidimo, da je najve i dio Na i K sorbiran, a da samo manji dio prelazi u rastvor. Zaključujemo iz toga, da ijoni alkalija pored Ca ijona zasi uju apsorbcijski kompleks mineralnog i organskog dijela tla.

Kako su ova tla bogata alkalijama, a njihov vodeni ekstrakt relativno siromašan, možemo ih ubrojiti medju nerazvijena skeletno solončasta tla.

Kataliti ka sposobnost. Tla kamenjara odlikuju se vrlo velikom sposobnoš u, da cijepaju vodikov superoksid, za razliku od tala paških polja i blata, ija je kataliti ka aktivnost znatno slabija (Tabela br. 40).

**Fiziološko kemijska analiza.** Analizom je ovih tala po metodi Neubauerovoj utvrđeno, da su vrlo bogata fiziološki aktivnim kalijem, dok je sadržina fiziološki aktivnog fosfora znatno manja, no ipak u prosjeku ve a, nego u ostalim tlima otoka Paga. (Tabela 41).

Fiziološka analiza jasno pokazuje, da je dio kalija, što je vezan na površini apsorb. kompleksa — pristupa an biljkama.

**Tabela 40**

Profil broj	Horizontat u cm	2 gr tla otcjepilo O, iz 15 ccm 3% H <sub>2</sub> O, nakon minuta						
		1	2	3	4	5	10	15
36	5 20	42,0	65,8	83,4	95,6	> 100,0		
50	2—18	40,2	63,4	79,6	92,0	> 100,0		
51	4 25	30,0	42,6	51,6	58,8	64,4	85,6	100,2
52	2 18	37,4	65,0	82,8	100,0			
53	2—15	38,4	56,0	69,8	79,4	88,2	100	
54	5 30	23,6	24,8	27,6	30,0	32,6	40,0	46,0
55	3 25	36,6	54,0	67,0	76,8	85,2	100,0	
56	5 20	27,0	37,0	44,6	51,2	57,4	77	91,4

**Tabela 41**

Broj profila	Tlo iz dubljine od cm	Resorbirano iz 100 mg tla u mg	
		P, O <sub>s</sub>	K <sub>2</sub> O
36	5 20	4,56	35,91
51	4—25	4,15	48,62
54	5—30	7,14	14,00

**Mikrobiološka analiza.** Krivulja mikrobiološke aktivnosti utvrđena je na osnovu laboratorijskih istraživanja intenziteta disanja tla; razlikuje se od krivulja vlažnijih paških tala time, što njen uspon po inje tek 4. ili 5. dan istraživanja (dijagram 5), te dosljedno tome postizava i svoj optimum nekoliko dana kasnije.

Dijagram 5. pokazuje krivulju mikrobiološke aktivnosti profila 51.

## DINAMIKA, PEDOGENEZA I SISTEMATIKA PAŠKIH TALA.

U pre ašnjim poglavljima upoznali smo se sa morfološkim, fizikalnim, kemijskim i biološkim osebinama paških polja, blata i kamenjara; ostalo je još, da objasnimo život tih tala, dakle dinamiku njihovih glavnih životnih procesa, njihovu genezu i kona no da im odredimo sistematsku pripadnost.

**+ /ha, TV**

Najvažniji faktor života i razvoja paških tala bez sumnje je klima; njezin utjecaj na procese tvorbe i razvitka tla dominantan je na paškim poljima i kamenjarama, dok je na blažim tlima zaštićen od ekstremnih specijalnim hidrološkim i vegetacijskim prilikama, koje tamo vladaju. Dakako, da na dinamiku paških tala imaju utjecaj i njihova sadanja fizikalna i kemijska svojstva, orografske prilike, svojstva matičnog supstrata itd.

Vidjeli smo već iz uvodnog prikaza klimskih prilika, da otok Pag, u smislu klasifikacije Langsove, spada u područje toplih, humidne klime.

Pored humidnosti i topline ima još jedan važan klimski faktor, koji procesima razvitka tala na otoku Pagu daje specifičnu tendenciju: to su slani vjetrovi. Ovi slani vjetrovi uvjetuju trajno zaslanjivanje matičnog otoka.

Postoje dakle dva osnovna procesa u razvoju paških zonalnih tala:

1. proces ispiranja i
2. proces zaslanjivanja (salinizacije) tala.

Oba ova procesa dolaze u punoj mjeri do izražaja samo na paškim poljima i kamenjarama; na barskim tlima proces ispiranja znatno je oslabljen, dok se proces zaslanjivanja vrši u



još ve o j mjeri. Kod vlažnih tala paških polja, uz morske obale, kao i kod nekih barskih tala (Kolansko i Malo Blato) proces zaslanjivanja tala poja an je još i salinizacijom od strane mor ske vode.

U barskim tlima pridružuje se procesu z a s l a n j i v a n j a još i proces z a b a r i v a n j a.

S obzirom na genezu mogli bi sVa tla otoka Paga podije liti na 4 karakteristi ne skupine:

1. tla kamenjara (sme e solon asta tla kamenjara),
2. suva .tla polja, (solon asta tla),
3. vlažna tla polja (mineralna solon asta tla) i
4. tla blata (barska solon asta tla).

U daljem prikaza emo glavne dinamske procese od ove 4. skupine tala, njihovu genezu i kona no tendenciju daljega raz vitka. •

Tla kamenjara (Skeletna, sme a solon asta tla).

Ova skupina tala zahvaljuje svöj postanak i razvoj u prvo me redu utjecaju klimskih, a u drugome redu bioloških agena sa tvorbe tla na kameniti supstrat. Najja i je kemijski agens tvorbe tla voda, koja fizikalno i kemijski djeluje na raspada , nje i trošenje kamenitog supstrata. Oborinska voda rastvara us trajno iako sporo  $\text{CaCO}_3$  vapnen evih stijena i odnosi ga sa kamenjare kroz pukotine u podzemne tokove, ili po površini, u nepropusne relijefske depresije. Na kamenjari zaostaje samo nerastvorivi dio vapnenca, koji se sastoji od . seskvioksida, ( $\text{Al}_2\text{O}_3 \wedge \text{Fe}_2\text{O}_3$ ),  $\text{SiO}_2$ , te "od esti od  $\text{CaO}$ ,  $\text{MgO}$ ,  $\text{K}^0$ ,  $\text{NO}$  i. dr. Koli ina toga residiuma neznatna je u relaciji s koli inom rastvorenog vapnenca, što je razumljivo, kad uo imo, da je va pnenac vrlo ist, da sadrži oko 99—99,7%  $\text{Ca.CO}_3$ .

Proces dekalifikacije vapnenca te e i zato veo : ma sporo, jer je rästvorivost kalcijskog karbonata u istoj obo rinskoj vodi jako malena. Upravo toj injenici ima se pripisati,, da se ni na ravnijim paškim kamenjarama nije razvio makar i; tanji, ali kompaktan sloj sitnog tla, ni nakon mnogo hiljada go , dina. Klimski agensi utje u doduše i fizikalno na trošenje vap nenca, ali s druge strane upravo mehani kim radom tih agensa kamenjare trajno osiromašuju na sitnom tlu. Ja e kiše premje štaju sitno tlo nose i ga iz mikro i makrorelijefskih uzvisina u mikro i makro relijefske depresije. — Pod utjecajem oborinske. vode vrši se trajno dekalifikacija i kamenitog supstrata i sav

mog tla. Interesantno je, da u sitnom tlu  $\text{CaCO}_3$  skoro uopće nema, a u koliko ga ima, nalazi se u obliku vrlo grubih disperzija. Reakcija vodenog ekstrakta sitnog tla uvećana je slaba i jeva slabo kisela do neutralna, što je opet dokazom tendencije osiromašivanja tla na bazama. U koliko je reakcija mjestimice slabo bazna, ima se to pripisati prisustvu grubljih disperzija vapnenca, koje se prilikom ekstrakcije djelomično rastvaraju.

Proces salinizacije tala kamenjara vrši se dosta velikim intenzitetom pod utjecajem posolice.

Sadržina slobodnih alkalija vrlo se mijenja tokom godine; najmanja je obično za vrijeme zimskih kiša, a najveća s proljeća i za posolice, ako nastupi suho vrijeme.

Apsorpcijski kompleks tala dobrim je dijelom zasićen ijomima Na i K. Proces zasićenja apsorpcijskog kompleksa alkalijama naročito je potpomognut dosta jakim procesom dekalifikacije; nakon dekalifikacije tala joni Na i K ne moraju voditi borbu sa jionima Ca. Utvrđena interesantna činjenica, da su mnoga tla kamenjara znatno bogatija kalijem nego natrijem, ma da prilikom posolice dospijeva u tlo enormno više natrija nego kalija, da se objasniti može sorpcijom kalijumijona. I ako je koncentracija natrijumijona nakon posolice znatno veća od koncentracije Kijona, ta se relacija veća nakon prvih jačih kiša potpuno mijenja; slobodni se joni natrija iz plitkog tla vrlo lako i brzo ispiru, a sanjo se od njih vežu, dok se Kijoni znatno jače vežu na površini apsorpcijskog kompleksa.

Upravo radi plitkosti i propusnosti, te dosta jakog ispiranja, ne može doći do trajnog nagomilavanja slobodnih alkalija. Zato tla kamenjara imaju danas, a imaju i u dalekoj budućnosti svojstva nerazvijenih, skeletnih smeđih solončaka.

Na procesima tvorbe tla paških kamenjara uzimaju učestvo i agensi biološki, specijalno vegetacija. Fiziološka suvost kamenjara, uvjetovana poglavito plitkosti tla, razlogom je, da je razvoj vegetacije na kamenjarama, a dosljedno tome i proizvodnja organske tvari, vrlo slaba. S istih razloga i samo rastvaranje organskih tvari te je vrlo sporo. Tome relativno sporom rastvaranju organske tvari ima se pripisati, da je sadržina humusa u tlima kamenjara veća nego u tlima paških polja.

## 2. Suva tla polja. (Solončasta tla).

Kao tvorevine diluvijalno deluvijalne odlikuju se ova tla znatnom debljinom i velikim bogatstvom na kalcijemskom karbonatu. Slično kao i kod tala kamenjara podliježu ispiranju

pod utjecajem oborinske vode, ali se proces ispiranja ovdje znatno slabije zamje uje. Ispiranje  $\text{CaCO}_3$  daje se zapaziti tek kod nekih profila, koji nisu izvrgnuti u inku periodi njih bujica; bujice naime nanose sa uzvisina i bokova paških polja sitno, vapnom bogato tlo, i odlažu ga na nekim mjestima polja, naj eš e u reljefskim depresijama.

Ipak, nema sumnje o tome, da se pod utjecajem oborinske vode vrši rastvaranje i ispiranje  $\text{CaCO}_3$  iz tala paških polja, odnosno njegovo translociranje iz viših horizonata u niže. Ali proces dekalifikacije paških polja te e, a i te i e u budućnosti relativno dosta sporo, radi gomilanja novih deluvijalnih nanosa, bogatih kalcijem karbonatom, na površini polja.

Bogatstvo tala na  $\text{CaCO}_3$  razlogom je njihove dosta velike kemijske stabilnosti. Kalcijem ioni zašt i uju aluminat ferisilikat ni dio tla pred destrukcijom i raspadanjem.

Ve ina je tala ove skupine dosta povoljnih fizikalnih svojstava, radi ega postoji mogućnost premještanja ne samo molekularnih ve i koloidnih disperzija iz viših horizonata u niže.

Proces salinizacije ovih tala odigrava se isključivo pod utjecajem posolice. Kako su tla dosta duboka, to se alkalije, koje dospijevaju u tlo, ne ispiru svakom ja om kišiom, nego samo premještaju iz viših horizonata u niže. Na prelazu od vlažnije u suvlju periodu vraćaju se soli od est i kapilarnim usponom iz nižih slojeva u više. Jedino tokom vrlo vlažnih perioda dolazi do ja eg ispiranja u vodi rastvorivih alkalijem soli.

Kompariramo li postotnu sadržinu alkalija u solnokiselom i vodenom ekstraktu tla, dolazimo do zaključka, da je najve i dio alkalija sorbiran u tlu, dakle vezan na površini apsorpcijskog kompleksa, dok se mali dio nalazi slobodan u rastvorima tla. Na osnovu takvog stanja stvari i s obzirom na injeniću, da su tla ponajve ma bogata na  $\text{CaCO}_3$ , zaključujemo, da je apsorpcijski kompleks ovih tala zasi en ionicima alkalija i kalcija. Kako su tla dosta siromašna u vodi lako rastvorivim solima alkalija, možemo ih ubrojiti među alkalijem kalcijem soli.

Kakova tendencija postoji u daljem razvoju ovih tala?

Za tuma enje tendencije razvoja ovih tala potrebno je da se zadržimo prije svega kod samog procesa salinizacije i objasnimo u inak soli, što dospijeva posolicom u ova tla.

Analiza vodenog ekstrakta pokazala je, da se u ovoj skupini tala nalazi nešto slobodnih Na, Ca, K,  $\text{SO}_4$  i Cl iona. Koncentracija Na u teku ojoj fazi kod svih je istraživanih tala ve a od koncentracije Ca, što je razumljivo, jer je najve i dio Ca

vezan u  $\text{CaCO}_3$ , a samo se mali dio nalazi u rastvoru kao  $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$  i  $\text{CaCl}_2$ , odnosno  $\text{CaSC} > 2\text{H}_2\text{O}$ .

Prilikom posolice koncentracija  $\text{NaCl}$  i dr. alkalijских soli ti teku oј fazi tla toliko poraste, da one intenzivno ulaze u reakcije sa apsorbcijским kompleksom tla: tom prilikom  $\text{Na}$  i  $\text{K}$  ijoni istiskuju  $\text{Ca}$  ijone sa površine kompleksa, vežu i se na adsorbens, dok se  $\text{Ca}$  ijoni vežu sa klor^ijonima alkalijских klorida na  $\text{CaCl}_2$ . Kalcijски klorid podliježe sli no kao i neadsorbirane alkalije ispiranju iz tla, tokom vlažnih perioda. I tim putem dolazi do siromašenja tala na kalciju.

Nakon duljih vlažnih perioda, pošto oborinska voda u dosta dobroj mjeri ispere alkalije, i prije nego što je tlo osoljeno novom posolicom, dolazi do novih promjena na površini apsorbcijskog kompleksa. Kalcijски karbonat, u rastvorima tla na si enim ugljini dioksidom, prelazi u bikarbonat, koncentracija  $\text{Ca}$  ijona raste i kada postigne dovoljnu koncentraciju potiskuje jedan dio alkalija sa površine apsorbcijskog kompleksa, zamjenjuju i s njima svoje mjesto; alkalije prelaze u rastvor tvore i bikarbonate. Prilikom prve je posolice dolazi ponovno do poveanja koncentracije alkalija i potiskivanja kalcija.

Prema tome u alkalijско kalcijским soloncima suvih paških polja vodi se neprestana borba izme u alkalijских i kalcijških ijona oko apsorbcijskog kompleksa tla.

Kona no e ipak pobijediti ijoni alkalija, jer oborinska voda i posolica kao klimski faktori vrše dekalifikaciju paških tala ustrajno i ako sporo. No taj proces dekalifikacije trajati e još veoma dugo. Kada kalcij bude iz tla ispran, zapo e e borba izme u vodikovih i alkalijških ijona oko zasivanja apsorbcijskog kompleksa. Naizmjenice e se vršiti proces zaslanjivanja, a paralelno s time i destrukcija mineralnog kompleksa. U zatvorenim depresijama sukcedira e na ova tla, vrlo vjerojatno, tla blata.

Sli na svojstva i tendenciju razvoja, pokazuju i deblja tla obronaka, pa ih zato možemo pri laniti ovoj skupini.

### 3. Vlažna tla polja (Mineralna solonasta tla).

Pored klimskih faktora ima na razvoj ove skupine tala odluan utjecaj još i morska voda, što prilikom plime poplavljuje jedan dio terena ili stoji sa tlama ove skupine u kontaktu u njihovim dubljim horizontima. S obzirom na bogatstvo morske vode na solima, odigrava se proces salinizacije ovih tala znatno ja e i brže nego kod skupine suvih tala paških polja. To se

lijepo manifestira u sastavu vodenog ekstrakta, koji je kod ovih tala do 10 puta bogatiji mineralnim tvarima. Naročito mnogo ima Na i Cl iona, dalje SO<sub>4</sub> i Ca, a znatno manje K lona.

Apsorpcijski kompleks ovih tala dobrim je dijelom zasićen alkalijama, a od estri i vapnom, kao i kod prethodne skupine tla. Koncentracija alkalija tekuće faze tla vrlo je visoka, ali je i koncentracija Ca iona, iako niža, ipak toliko visoka, da alkalije ne mogu potpuno istisnuti Ca ione sa površine apsorpcijskog kompleksa. S obzirom na to, kao i na veliko bogatstvo ovih tala solima rastvorivim u vodi, možemo ih uvrstiti u skupinu alkalijско-kalcijskih solonaka.

Umjerena vlažnost ovih tala tokom ljetne periode znatno potpomaže procese humifikacije i mineralizacije organske tvari, što je razlogom, da su relativno dosta siromašna humusom.

#### 4. Tla blata (Barska solonasta tla).

Dva su glavna procesa, koji daju biljeg razvoju tala paških blata i to: 1. proces zabarivanja i 2. proces salinizacije.

Proces zabarivanja, po mome mišljenju, stoji u najužoj vezi s procesom salinizacije.

Već sam ranije pokazao, da je apsorpcijski kompleks paških kamenjara dobrim dijelom zasićen natrijum i kalijum ionima. Prisustvo natrija na površini apsorpcijskog kompleksa od odlučnog je utjecaja na fizikalno stanje anorganskih i organskih koloida; tu je pojava temeljito izučena ruski pedološki istraživač Gedroic (8). Gedroic je dokazao, da je tlo, čiji je apsorpcijski kompleks zasićen Na ionima, »više koloidno« od tla koje je zasićeno sa kalcijum i magnezijum ionima. Ta kova djelovanje adsorbiranog natrija na koloide tla treba pripisati činjenici, da rastvor tla u slučaju zasićenja sa Na sadrži uvijek izvjesnu količinu hidroksilnih iona, koji peptiziraju njegove negativno nabite koloide; koagulativna sposobnost natrija znatno je naime slabija od disperzivne sposobnosti OH iona. — Alkalitet rastvora može porasti i uslijed tvorbe sode; prilikom mineralizacije organske tvari oslobođeni se natrij veže sa ugljičnom kiselinom na sodu.

Promjena fizikalnog stanja tala uslijed zasićenja apsorpcijskog kompleksa sa Na ionima, za dalji je život tla od presudnog znaenja. Volumen tla u vlažnom stanju znatno se povećava, jednako kao i ukupna površina tla i kapacitet tla za vodu. Koherencija tla u suvom stanju toliko poraste, da se suvi agregati

uopće nedaju rukama kidati. Nekapilarnih pora takoreku po sve nestaje ako se radi o kakvom težem tlu, a dosljedno tome i propusnost tla za vodu približuje se ili čak postaje jednaka nuli.

Kad ovakovo tlo, primjerice s paških kamenjara, dospije na kameniti teren depresije, prekrije ono dno depresije, tvoreći nepropustan sloj, koji onemogućuje gornjoj vodi da se ocedjuje kroz inače propusnu vapnenicu podlogu. Ako oborinska voda nema mogućnosti da oteče kao gornja voda po površini, onda dolazi do nagomilavanja vode i do zabarivanja terena. Vrlo je vjerojatno dakle, da proces zabarivanja paških blata stoji, i da je u prošlosti stajao u najužoj vezi sa procesom zaslanjivanja.

Salinizacija paških blata odigrava se uglavnom na dva načina i to: pod isključivim utjecajem posolice (Velo Blato) i pod zajedničkim utjecajem posolice i morske vode (Malo i Kolansko Blato). Salinizacija paških blata teče mnogo brzinom nego kod tala suvih paških polja i to i onda, kada se zaslanjivanje vrši pod isključivim utjecajem slanih izvora. Tako je analiza tla Velog Blata pokazala, da je vodeni ekstrakt ovog mnogo bogatiji mineralnim tvarima od ekstrakta tala suvih paških polja.

Moglo bi se pomišljati na dva tumačenja ove pojave: ili dno bazena Velog Blata stoji u vezi s morem, ili se soli što do spijevaju posolicom u blato ne ispiru radi nepropusnosti bazena.

Stvarno je već sama visina blata tolika, da je direktno prodiranje morske vode vrlo malo vjerojatno; nije nam međutim poznata dubljina dna centralnog dijela blata, a da bi o tome mogli stvoriti tačan sud. Ali analiza vodenog ekstrakta pojedinih horizonata profila pokazala je, da u površinskom "horizontu" ima relativno znatno više mineralnih soli nego u dubljim slojevima, što bi moglo poslužiti kao dokaz, da se obogaćivanje ovih tala solima vrši odozgo, a ne odozdo.

Zaključujemo na osnovu svega, da kod tala Velog Blata postoji tendencija sve jačeg zaslanjivanja.

Salinizacija Malog i Kolanskog Blata vrši se izravno i trajno pod utjecajem mora i periodički posolicom. Dokazano je, da su ova tla vrlo bogata u vodi rastvorivim solima, pa ih možemo ubrojiti među barske alkalijско-kalcijske soli natrijeve. Jednako kao u Malom Blatu tako i u Kolanskom Blatu postoji tendencija sve jačeg zaslanjivanja. No salinitet ovih tala vjerojatno neće biti nikada veći od saliniteta morske vode, jer će se koncentracije soli od izvjesnog momenta po etički izjednačavati.

U najmo varnijim djelovima Blata, koji su itavu godinu pod vodom, razvio se srazmjerno dosta debeo sloj treseta na dno tla. Vegetacija iz godine u godinu odlaže svoja mrtva tijela ili pojedine organe na dno blata. Uslijed nedovoljnog pristupa kisika organska se materija nesavršeno i vrlo polagano rastvara; znatno više biljne tvari obamre nego što se može rastvoriti. Posljedica je toga, da sloj treseta iz godine u godinu postaje sve deblji; u budućnosti porasće do visine današnjeg nivoa i prema tome zauzeti sav slobodan prostor, koji danas zaprema voda.

U tlima paških blata gomilaju se dušikovi i bezdušikovi spojevi, koji teško podliježu mineralizaciji; srazmjerno dosta velika količina tih humusnih tvari nalazi se u koloidnom odnosno molekularno dispergiranom stanju. Dokaz za to pruža žućkasto tamna boja, kao i sama analiza vodenog ekstrakta ovih tala. Dok tla siromašna humusnim tvarima rastvorivim u vodi, daju potpuno svjetlo vodeni ekstrakt, boja je vodenog ekstrakta paških blata u svim slučajevima izrazito žućkasto tamna. Znači, da kalcijum, ma da se od njega nalazi u rastvorima ovih tala, ne uspijeva da veže sve huminske kiseline u kalcijске humate. Veliki dio huminskih kiselina veže se s alkalijama na alkalijске humate, koji su u vodi rastvorivi, pa je to zapravo glavni razlog, da u ovim na solima bogatim tlima, nalazimo veliku količinu molekularno dispergiranih humusnih materija. Ovo tumačenje u skladu je sa rezultatima istraživanja Gedro ić prema kojima voda može ekstrahirati iz karbonatskih solonca jednaku količinu humusa, kao i iz solonca, u kojima nema karbonata.

Huminske kiseline, koje se u ovim tlima tvore u velikoj mjeri, utječu bez sumnje na mineralni dio tla, posebno na aluminosilikatni apsorpcijski kompleks. U glavnom vodi se bori između alkalijškog i zemnoalkalijškog, ali od njega i u vodi kovim ionima, oko zasićenja apsorpcijskog kompleksa. Za jednake koncentracije najjače su adsorbirani vodikovi ioni, a redom sve slabije Ca, Mg, K i Na ioni. Ipak za sada u ovim tlima prevladavaju u borbi oko apsorpcijskog kompleksa alkalni i zemnoalkalni ioni, jer je koncentracija H<sup>+</sup> iona srazmjerno veoma niska, radi bogatstva tala na CaCO<sub>3</sub>.

### **SMJERNICE ZA MELIORACIJU PAŠKIH TALA.**

Kod izradjivanja smjernica rada za bonifikaciju poljoprivrednih prilika otoka Paga treba prije svega uzeti, da su glavni prirodni inoci, koji ograničuju biljnu i životinsku proizvodnju

vodnju i ine je nesigurnom, te op enito prije e bolji život na roda na otoku Pagu: bura, posolica i suša.

Perene kulture na paškim kamenjarama — jednako niže raš e, kao i osamljena stabla, — svojim habitusom jasno manifestiraju teške prirodne uslove života, koje na otoku vladaju. Drve e i grmlje, poprimilo je tipi an razvoj u smjeru sjevero isto nog vjetra, a niže, izrazito kserofilno raš e esto pokazuje znakove nanizma ili borbe sa vjetrom i sušom (vidi sliku 1. i 2.; foto V. N ovak).

#### Sl. 1. Borove kulture u Košljunu.

Poljoprivredne kulture iz godine u godinu stradavaju usli jed posolice, suše i vjetra. Vjetar valja žito i upa trsove, od nosi vlagu, te kona no soli i biljke i tlo. U jednom jedinom danu posolica može uništiti itavu žetvu, pogotovo ako se po javi ljeti, kada je vegetacija u punom razvoju. Štetno djelova nje posolice ne stoji toliko u pove anju koncentracije teku e faze tla, koliko u izravnom ošte enju biljnih stanica. Jer ako sô padne na vlažno liš e bujne vegetacije, onda se na liš u tvo re hipertoni ke koncentracije soli, koje uvjetuju plazmolizu, smanjenje turgescenosti, koagulaciju plazmatikih Jkoloida, te napokon i obamiranje biljnih stanica. Biljke ugibaju, kao da su spržene.

Štete od vjetra i posolice toliko su velike, da je paški se ljak i sam posvetio najve u brigu borbi protiv tih prirodnih



neprijatelja vegetacije, dižu i obrambene nasipe i žive ograde od trstike i tamariska, na rubovima svojih polja.

Sama ta okolnost dovoljno dokazuje, da je centralni problem bonifikacije poljoprivrednih prilika na otoku Pagu borba protiv posolice i vjetrova uopće. Današnja borba protiv tih prirodnih inioća od slabe je koristi, jer je ograničena samo na male, kultivirane površine. Potrebna je organizacija jedne šire borbe, koja bi se sastojala poglavito u pošumljivanju otoka, i to tako, da se na paškim kamenja^ama podižu šumski pojasevi, okomito položeni na smjer sjeveroisto njaka (bure).

## Sl. 2. Divlje masline" na Lunu.

U tome pravcu stečena su zadnjih decenija vrijedna iskustva, naročito u Italiji, gdje se radovi na bonifikaciji najzapaštenijih krajeva vrše s velikim uspjehom.

Prof. A. Pavari izvijestio je na XIII međunarodnom poljoprivrednom kongresu u Rimu 1927. god. o uspjesima obrane od vjetrova, što su postignuti u Italiji. Prije svega dokazano je, da su šumski pojasevi, široki najmanje 20 m i rasporedjeni u prikladnim razmacima, mnogo prikladniji od drvoreda, jer se stabla međusobno štite, a debla ostaju ravna.

Šuma zadržava vjetar i usporuje njegovu brzinu sve do visine, koja je 4—5 puta veća od visine stabla; naročito je prikladna za obranu od slanijih vjetrova, jer u krošnjama zausta

vlja sô. Najbolji uspjesi postignuti su u Italiji pošumljavanjem sa *Pinus Pinaster Sol.*, *Pinus halepensis*, *Pinus pinea L.*, a naročito se eukaliptusima *Eucalyptus rostrata* i *E. resinifera*, za koje je utvrđeno, da su bolje od bilo koje druge vrste šumskog drveća, jer ne samo da brzo rastu, već i odlično odolijevaju slanim vjetrovima. Međutim pokusi koji su u injenici kod nas u Dalmaciji i Hrv. Primorju sa *Eucalyptus globulatus* u većini su slučajeva dali nepovoljne rezultate; u Dalmaciji vjerojatno radi nedostatka vlage, a u Hrv. Primorju u radi hladnih vjetrova. *Eucalyptus rostrata* i *Eucalyptus resinifera* bili bi možda pogodni za zaklonjene poljske terene. Za solončaste kamenite terene pokazali su se kao dosta otporni *Pinus nigra* i *Pinus halepensis*, dalje maslina (*Olea europaea*), *Quercus ilex* i dr. Po mišljenju Pavarija mediteranski su borovi doduše otporni, ali rastu odviše polagano, a da bi već kroz nekoliko godina mogli razviti potreban jači obrambeni zid. Nameće se stoga pitanje nebi li ipak bilo potrebno uzgojiti jednu otpornu vrstu Eucalyptusa za naše krajeve.

Radovi na podizanju šumskih pojaseva od opće su koristi; imaju karakter dugogodišnjih poduzimanja, pa je razumljivo, da troškove oko njihovog izvodjenja treba da snosi u cjelosti ili skoro u cjelosti, država.

Pavari priznaje, da je zapravo pošumljivanje primorske zone vezano uz velike poteškoće, zbog sterilnosti tla, škodljivog djelovanja vjetera i soli i šteta, što ih čine divlji zečevi, no zaključuje, da će ustrajnošću u kojem društvo za sardinske bonifikacije uz pomoć kraljevskih eksperimetalnih šumarskih stanica u Firenci nastavlja pokuse, sve poteškoće biti svladane.

»Važnost radova i golemi troškovi što ih ti radovi iziskuju, dokazuju, da se oni moraju ubrojiti u red velikih poslova agrarne preobrazbe, kao što god ovamo spadaju i hidrotehnički, cestogradjevni radovi, kod kojih bez iznimke sudjeluje financijalno država. Obrana od vjetera kod bonifikacija mora dakle biti uključena u planu integralne bonifikacije, budući da ona spada u kompleks svih onih radova, kojima se nastoji pretvoriti divlju i neplodnu zemlju u cvatuću i srednjeg gospodarstvo, izvor rada i blagostanja«.

Pošumljavanje otoka Paga osnovni je dakle prirodnoznanstveni i tehnički problem, čijem rješavanju treba pristupiti u prvom redu.

Od edafskih faktora, koji postavljaju granice biljnoj proizvodnji na otoku Pagu bez sumnje najpresudnije značenje ima koncentracija tekuće faze tla. Salinizacija otoka dovodi do trajnog porasta koncentracije soli u tekućoj fazi

tala blata, a povremenog povećanja koncentracije kod suvih tala polja. Salinitet paških tala nije konstantan. Nakon posolice i uz malu vlažnost tla, koncentracija je tekuće faze najveća i obrnuto, tlo maksimalno navlaženo, odnosno nakon duge vlažne periode ima relativno najmanju koncentraciju soli. S gledišta ekološkog odnosa su naročito maksimalne i minimalne koncentracije soli tokom vegetacijske periode. Naša su istraživanja pokazala, da solončasta tla paških polja sadrže oko 0,1—0,25% mineralnih soli rastvorivih u vodi, drugima ima, da se koncentracija soli tekuće faze tla, u stanju kada je tlo zasićeno vodom do apsolutnog kapaciteta, kreće između 0,3—0,75%. Sa smanjenjem vlažnosti ovih tala koncentracija soli raste. Kako ona naročito tokom ljetnih perioda gube velik dio vlage, to je izvan svake sumnje, da koncentracija mineralnih soli tekuće faze ovih tala dosegne 1,0—1,5%.

Tla Velog Blata sadrže do preko 1%, tla Malog i Kolanskog Blata te vlažnih paških polja do 2,40% u vodi rastvorivih tvari, što znači, da koncentracija tekuće faze, kada su tla zasićena vodom do apsolutnog kapaciteta iznosi u Velom Blatu preko 2%, a u Malom i Kolanskom blatu te vlažnim tlima paških polja i do preko 5,00%,

Kako paška tla, naročito kamenjara i polja, imaju ljeti znatno manju vlažnost od one, koja odgovara apsolutnom kapacitetu, to je koncentracija soli njihove tekuće faze u to vrijeme još znatno veća.

Općenito se uzima, da koncentracija hranivog rastvora viša od 0,5% djeluje štetno na razvoj velike većine kulturnih biljaka. No utjecaj koncentracije soli na biljne stanice još je uvijek premalo istražen, a da bi se već danas moglo postaviti jedno općenito pravilo.

Prije svega od velikog je značaja sam kemijski sastav rastvora. Različiti joni imaju vrlo različitu fiziološku djelovanost, pa je razumljivo, da se rastvori soli s većom fiziološkom aktivnošću djelovati nižim koncentracijama toksičnima, nego rastvori soli slabije aktivnosti. Tako je primjerice toksičnost koncentracija  $\text{FeCl}_3$  bitno znatno niža od toksičnosti koncentracije  $\text{NaCl}$ .

Na osnovu brojnih istraživanja znamo dalje i to, da je fiziološka aktivnost soli u istom rastvoru znatno veća, nego u prisustvu još jedne ili više soli. Pojava se objašnjava jedinstvenim fiziološkim antagonizmom jiona, drugičim sniženjem intenziteta rezorpcije jiona u prisustvu jedne druge soli.

Prema tome ovisi fiziološka aktivnost o absolutnoj količini i kvantitativnom odnošaju jiona u rastvoru tla.

Néma sumnje o tome, da je koncentracija soli je dan od glavnih faktora pojaljiyanja biljnih vrsta i razvoja gajenih kultura na ovim tlima. Samo one kulture, koje podnose jmaksimalne koncentracije rastvora tla, što tokom véégé tacijske periode u tlu nastaju, mogu da žive na paškim tlima; ostale propadaju.

Analiza naših tala pokazala je, da relativno najviše ima Na, Ca, Cl i  $SO_4$  ijona u rastvorima tla. Utjecaj natrijskih soli na razvitak kulturnih biljaka istraživan je naro ito mnogo od strane ameri kih i ruskih istraživa a; ponajve ma je izu avan utjecaj istih rastvora soli kao NaCl, Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> i Na<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>.

Rezultati istraživanja nisu jednozna ni. Naveš u nekoliko opažanja R. H. Loughridge a (10), koji jerkonstatovao, da najviše koncentracije soli, koje još biljke podnose nisu ve e od koli ine soli dodanih tlu (u postocima), koje prikazuje ta bela 42.

Tabela 42

Biljka	NaCl	Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	Na <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	Ukupno soli
pšenica	0,007	0,095	0,009	0,108
je am	0,003	0,075	0,076	0,160
lucerka mlada	0,005	0,07	—	0,082
„ stara	0,036	0,641	—	0,690
še erna repa	0,034	0,329	0,025	0,375
jabuka	0,008	0,089	0,004	0,101
badem	0,015	0,142	0,009	0,166
maslina	0,042	0,192	0,018	0,252

Kao. što se iz ovih podataka vidi, naše su kulturne biljke, naro ito žitarice, vrlo osjetljive naprama NaCl i Na<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>. Oso bito je osjetljiv kukuruz, koji ugiba ve na slabo zasolje nom tlu, dok proso, prema rezultatima istraživanja dobive nim u Rusiji, (22.) odli no uspijeva i na sodnim tlima. Legu m i n o z e su takodjer vrlo osjetljive, jedino *Vicia villosa* i *Melilotus alba* podnose dosta dobro i nešto ve u koncen

traciju soli. Raž je za naših laboratorijskih pokusa rasla dobro na svim suvim paškim tlima, barem u prvo vrijeme vegetacije.

Nije isključeno, da ima sorata i vrsta kulturnih biljaka, koje uspijevaju dobro i na slanim tlima. Takove su primjerice sve one kulture, što se ve od starine gaje na otoku Pagu. Selekcijom bi se dale uzgojiti nove bolje sorte. Na slanim tlima otoka Paga trebalo bi naročito uzgajati oficinelne halofitne biljke, kao što je primjerice *Sualeda maritima* i dr.

Pored koncentracije tekuće faze tla jednako je važan faktor vegetacije na otoku Pagu i voda.

Dok se voda kao faktor života biljaka nalazi na tlima blata skoro za itave vegetacijske periode u škodljivom maksimumu, dotle tla kamenjara i suvih paških polja ne sadrže estoni fiziološki minimum vode. Prema tome je pitanje odvođenjanja blata i opskrbe suvih tala vodom tokom vegetacijske periode, jedan od glavnih problema melioracije paških tala.

Ukupna količina oborina, što padne na otoku Pagu nije malena, ali je gubitak vlage iz tla ocjedjivanjem, isparivanjem i transpiracijom vrlo velik. Trebalo bi tehnički riješiti problem translokacije vode iz paških bazena specijalno iz Velog Blata na suva polja, naročito Dinjiško Polje, u cilju navodnjavanja, tokom suvih ljetnih mjeseci.

Opskrba tla hranivima. Paška tla bez iznimke su veoma bogata kalijem, kako ukupnim tako i fiziološki aktivnim, jednako kao i kalcijem i magnezijem, radi čega im nije uopće potrebno dodavati ta hraniva u gnojivim materijama.

Najveće siromaštvo iskazuju u pogledu fosfora; ukupna je sadržina fosfora malena kod većine paških tala, izuzev tala blata, gdje je vezan u nešto većoj mjeri u organskoj tvari, iz koje se dosta teško mobilizira, radi nepovoljnih uvjeta za njenu humifikaciju i mineralizaciju. Posolicom dospijeva u tlo neznatna količina  $P_{2O_5}$ . Prema Rabenu (16) sadrži morska voda u 1 litri svega oko 0,1 mg  $P_{2O_5}$ .

Sadržina fizioloških aktivnih fosfornih spojeva u svim je tlima tako malena, da biljke u pravilu trpe nedostatak fosforne hrane. Prema tome je opskrba paških tala fosforom jedna od važnih mjera njihove poljoprivredne melioracije. Kod izbora fosfornog gnojiva treba naročito imati u vidu fizikalna i kemijska svojstva tala, poglavito visoku koncentraciju tekuće faze, bogatstvo na  $CaCO_3$ , alkaliteta reakciju i svojstva samog gnojiva. Superfosfat, koji sadrži fosfornu kiselinu u vodi ras-

tvorivog monokalcijskog fosfata, poveća koncentraciju tekućine u fazi, ukoliko monokalcijski fosfat pod utjecajem  $\text{Ca}^{2+}$ , ne predje u dikalcijski fosfat ( $\text{CaHPO}_4$ ).

Dikalcijski fosfat bio bi dosta podesnom formom fosforne hrane, jer se prilično rastvara u vodi nasićenom ugljikovim dioksidom. Naprotiv trikalcijski fosfat surovih fosfata manje je podesan za ova tla, s obzirom na bogatstvo kalcijem i alkalijom reakciju tala; ista nepogoduje mobilizaciji  $\text{P}_2\text{O}_5$  iz tog fosfata. Znatno povoljnijim vrelom fosforne hrane bili bi željezni i Al fosfati, čija rastvorivost raste u alkalnoj sredini. Kako žuti dalmatinski fosfati sadrže  $\text{P}_2\text{O}_5$  vezan i u obliku fosfata željeza, držim da bi se s uspjehom mogli upotrebljavati za gnojenje pašnjaka fosforom. U svakom slučaju bilo bi potrebno obaviti s fosforom gnojivima egzaktne pokuse.

Sumpora ima u pašnjacima relativno dosta u fiziološki aktivnom obliku, i onda, kada ukupna sadržina sumpora u tlu nije velika; sumpor naime dospijeva u tlo posolicom, poglavito u obliku  $\text{MgSO}_4$ ,  $\text{CaSO}_4$  i  $\text{K}_2\text{SO}_4$ , pa ga zato biljke nalaze u dovoljnoj mjeri na raspoloženju.

Dušik. Tla blata i kamenjara bogata su na dušiku, dok su suva i vlažna tla polja znatno siromašnija. Najmanje dušika sadrže suva tla polja; ima ga i ovdje tako malo, da kulture na tim tlima pokazuju vidljive znakove gladi na dušiku. Odakle pašnjacima dušik? Vrlo vjerojatno dospijeva u tlo posolicom i kišom; potječe dakle i iz mora. Prema Rabenu (17) ima u prosjeku u 1 lit. morske vode 1 mg N. Pored toga dospijeva dušik i iz atmosfere u obliku amoniaka, te  $\text{HNO}_2$  i  $\text{HNO}_3$  sa oborinama u tlo. Ukoliko se pašnjaci obogaćuju dušikom radom nitrogenih bakterija, teško je zaključiti bez naročite traživanja.

Lipmann (15) je izučavao u inak natrijskih soli na nitrogene bakterije, te je našao, da su one mnogo rezistentnije naprama visokim koncentracijama soli, nego ostale grupe bakterija. Tako je utvrdio, da tek 0,5—0,6%  $\text{NaCl}$ , više od 1,25%  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  i 0,4—0,5%  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  djeluju toksično na ove mikroorganizme. Bokor je međutim konstatovao potpuno otkustvo ovih bakterija u soloncima, ali je podjednako utvrdio, da u melioriranim alkalijom tlima uspijevaju nitrogene bakterije dobro, u prisustvu dovoljnih količina organske tvari.

Amonifikacija i nitrifikacija, kao procesi mikrobiološki, još su znatno ovisniji o koncentraciji soli. Po Lipmannu (14) djeluju toksično na ove procese različite natrijske soli u ovim koncentracijama:

	NaCl	Na <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>
na nitrifikaciju	0,1%	0,025%	0,35%
na amonizaciju	0,1—0,2%	2,00%	0,40%

Naša su gruba istraživanja mikrobioloških svojstava pokazala, da je mikrobiološka aktivnost paških tala osrednja unato njihove slanosti; potrebno bi bilo još mikrobe determinirati i utvrditi, koliko od njih otpada na nitrogene, nitrifikacijske i amonizacijske bakterije.

Ukoliko se paškim tlima budu dodavala duši na hraniva, a to će biti svakako potrebno barem za suva tla paških polja, treba dati prednost takvim gnojivima, koja osjetljivije ne povećavaju koncentraciju tekuće faze tla, a specijalno koncentraciju alkalija. Natrijski nitrat (ili ilska salitra) bi će svakako malo podesan za teža tla, jer je fiziološki alkalan; jednako je nepodesan i vapnodušik radi alkali ne reakcije, dok su relativno podesniji amonijjski sulfat i mokra evina. No ni ova dva gnojiva nisu najbolja, jer su paški solonci i solonaci vrlo bogati kalcijevim karbonatom, pa može doći do velikih gubitaka amonijevog dušika. Bi će najbolje dodavati dušik ovim tlima u stajskom ili zelenom gnoju. Treba dakako najprije utvrditi, koja je lepinjača, kao biljka za proizvodnju zelenog gnoja, najbolje odgovara edafskim i klimskim prilikama otoka Paga.

Ukoliko se budu rabila gnojiva s hranivim materijama u vodi rastvorivim, trebat će ih primjenjivati u manjim količinama.

### LITERATURA.

1. Bokor R. vitez: Die Mikroflora der Szik (Alkali) Böden mit Rücksicht auf ihre Fruchtbarmachung. Erdészeti Kisérletek 30 Sopron 1928.
2. Gorjanovi Kramberger K.: Klimazonen Bodenkarte des Königreichs Kroatien Slavonien. Verhandlungen der II. internationalen Agrogeologenkonferenz. Stockholm 1910.
3. Gračanin M.: Die Salzböden des nordöstlichen Adriagebietes als klimatische Bodentypen. Ein Beitrag zur Kenntnis ihrer Zusammensetzung, Genesis, Dynamik und systematischer Stellung. Bodenkundliche Forschungen Bd. IV. (1934), No. 1.
4. Gračanin M.: Pedološka istraživanja vriština Ličkog polja. Poljoprivredna knjižnica kraljevske uprave savske banovine. Znanstveni radovi. A. Sv. 1. Zagreb 1931.

5. Gra anin M.: Pedološka istraživanja Senja i bliže okolice. Glasnik za šumske pokuse broj 3 Zagreb 1931.
- € Gra anin M.: Pedološka istraživanja fakultetskog dobra Maksimir Zagreb, 1929. (U rukopisu.)
7. Gedroic K.: Chemische Bodenanalyse, Berlin 1926.
8. Gedroic K.: Osolodenie po v. 1926. Leningrad i Der absorbierende Bodenkomplex 1929 Dresden.
9. Hara i A.: L'isola di Lussin il suo clima e la sua vegetazione. Lussin piccolo 1905.
10. Hilgard E. and Loughridge: Nature, value and utilisation of alkali lands and tolerance of alkali by cultures. Sacramento 1906.
11. Horvati S.: Istraživanje vegetacije otoka Paga u god. 1931. Ljetopis »Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti« za godinu 1930/31. knj. 44. Str. 130—139.
12. Horvati S.: Flora i vegetacija otoka Paga. Prirodnoznanstvena istraživanja Kraljevine Jugoslavije, Jugoslavenska Akademija Znanosti i Umjetnosti, Sv. 19. Zagreb 1934.
13. Lang R.: Verwitterung und Bodenbildung als Einführung in die Bodenkunde. Stuttgart 1920.
14. Lipmann C. B. Sharp L. T.: Toxic effects of alkali salts on soil bacteria I. Amonification. II. Nitrification. Centralbl. f. Bakt. II. 32, S. 58—64 i 33, S. 305—318, 1912.
15. Lipmann C. B. Sharp L. T.: Toxie effects of alkali salts on soil bacteria III Nitrogen Fixation. Centraiblatt f. Bakt. II. 35 S. 647 bis 655. 1912.
16. Raben E.: cit. kod K. Brandt.: Quantitative Bestimmung der im Meereswasser gelösten Phosphorsäure. Wissenschaftl. Meeresuntersuchungen. Kiel 1916.
17. Raben E.: cit. kod K. Brandt.: Stickstoffverbindungen im Meere. Wissenschaftl. Meeresuntersuchungen. Kiel 1927.
18. Stebut A.: Pedološka karta kraljevine Jugoslavije. Zbirka karata geografskog društva br. 1. Beograd 1931.
19. Stremme H.: Allgemeine Bodenkarte Europas, Danzig 1927.
20. Schubert R.: Geologija Dalmacije, Zadar 1909.
21. Schubert R. i Waagen L.: Gruppe Nr. 115 Pago Zone 28 Kol. XII. Wien 1913.
22. Trockij D. F.: Trudi Drabovskogo raion. opit polja Vip. I. 1913.



## ZUSAMMENFASSUNG.

Im vorliegenden kroatischen Text wurden die Resultate der bodenkundlichen Forschungen der längsten Insel des kroatischen Küstenlandes — der Insel Pag, — ausführlich dargestellt. Eine kurze Mitteilung über die Zusammensetzung, Genesis, Dynamik und systematische Stellung dieser Böden erschien schon in deutscher Sprache in den »Bodenkundlichen Forschungen« 1934., No. 1; ich verzichte deswegen auf ausführliche Wiederholung schon bekannter Tatsachen, und verweise auf diese Arbeit. Nun möchte ich in folgenden Zeilen vornehmlich über die Richtlinien für die Melioration dieser Böden berichten.

Auf der ganzen Oberfläche der Insel Pag entwickeln sich heute die Salzböden, als klimatogene oder maritime Bodentypen. Die klimatogenen Salzböden verdanken ihre Existenz dem Einflüsse salziger Winde, speziell dem Winde des nord-östlichen Quadrantes (Bora); dieser Wind, der mit einer gewaltigen Wucht von den Gebirgen des nahe liegenden Festlandes (spez. von Velebit) ins Meer (Planinski Kanal) herabstürzt, zerstäubt das Meerwasser, trägt es fort über die Insel Pag und versalzt so seine ganze Oberfläche. — Die maritimen Salzböden verdanken ihre Versalzung nicht nur den salzführenden Winden sondern vornehmlich dem Meerwasser, das periodisch das Terrain überflutet oder mit ihm beständig im Kontakt steht. Wir können auf der Insel Pag folgende vier Bodengruppen unterscheiden:

1. Skelettböden mit brauner solonetzartiger Feinerde;
2. Solonetzböden der Poljen;
3. Solontschakböden der Poljen;
4. Solontschakartige Moorböden.

Die ersten zwei Gruppen gehören zu den klimatogenen, und die zwei letzten zu den maritimen Bodentypen. Alle diese Bodengruppen sind Verwitterungsprodukte der Kalke, nur in geringem Masse auch der Dolomite.

Die Skelettböden mit brauner solonetzartiger Feinerde stellen den verbreitetsten Bodentypus der Insel Pag vor; etwa 4/5 der ganzen Inseloberfläche nehmen diese Böden ein. Bis 96% der Oberfläche des Terrains, das hier den Namen »Pašnjak« (Weide) trägt, ist mit gebundenem und losem Gestein bedeckt; feine Soloneterde bildet nirgends kompakte Schichten und reicht gewöhnlich höchstens bis zu einer Tiefe von 10—25 cm. Demnach sind diese Böden von minimaler absoluter

und physiologischer Wasserkapazität. — Die Steinböden von Insel Pag tragen vornehmlich eine sehr spärliche, ausgesprochen xerophyle Vegetation.

Der prozentuelle Gehalt dieser Böden an Humus und Nährstoffen ist ziemlich hoch, aber der absolute Gehalt der Nährstoffe für gutes Gedeihen der Vegetation allzu niedrig. Die Böden haben eine neutrale bis schwach saure Reaktion und zeigen von allen pagschen Böden den geringsten Gehalt an wasserlöslichen Salzen. Der verhältnismässig niedrige Gehalt an Salzen wird durch starke Entsalzungsprozesse dieser seichten Böden durch Niederschlagswasser bedingt.

In den offenen Depressionen haben sich »Poljen« und in den geschlossenen Moore entwickelt. Die erhobenen trockenen Terrains der Poljen nehmen Solontze und die Feldränder, inwiefern sie unter den periodischen Befeuchtung des Meerwasser stehen, die Solontschake ein.

Die Solonetz- und Solontschakböden der Poljen sind sehr tief; die ersten dienen als Kulturböden dem Feld- und Gartenbau oder als Weiden, die zweiten liegen entweder unkultiviert oder werden auch als Wiesen benützt, während die moorigen Salzböden nur isoweit als Wiesen dienen können, inwiefern sie im Sommer austrocknen und zugänglich werden.

Diese drei Bodengruppen haben gewöhnlich eine schwach alkalische Reaktion (pH 7,1—7,8). Der gesamte Alkaligehalt ist bei diesen Böden grösser als bei den Skelettböden; bei Solonetzböden übertrifft er 1,5%, bei Solontschakböden stellenweise bis über 3%.

In bezug auf den Gehalt des physiologisch aktiven Anteils der Nährstoffe konnte folgendes konstatiert werden: alle Bodengruppen sind sehr arm an physiologisch aktiver Phosphorsäure (oft auch arm an Gesamtposphorsäure), dagegen ziemlich reich bis sehr reich an physiologisch aktiven Kali. Skelettböden, als auch Solonetz- und Solontschakböden der Poljen zeichnen sich auch durch einen niedrigen Gehalt an physiologisch aktiven Stickstoffverbindungen, während die solontschakartige Moorböden einen höheren Gehalt dieser Verbindungen aufweisen. Physiologisch aktive Schwefel- und Eisen, besonders aber Kalzium und Magnesium sind sogar in allen Böden in genügendem Masse vorhanden.

Vom pedologischen und besonders vom ökologischen Standpunkt aus ist von grossem Interesse die Form, in welcher die Alkalien in diesen Salzböden vorkommen. Wir haben festgestellt, dass sich in den Solonetzböden steiniger Terrains und Poljen der grösste Teil der Alkalien in wasserunlöslicher resp. schwer löslicher Form befindet; die Alkalien sind teilweise an

den Absorptionskomplex gebunden. Die Solontschake der Poljen und Moore enthalten dagegen fast die Hälfte, manchmal auch über die Hälfte aller Alkalien in wasserlöslicher Form. Da die Alkalien dieser Böden direkt oder indirekt aus dem Meere herkommen, ist es verständlich, dass sie in denselben in Form von Chloriden und Sulfaten, weniger in Humaten (in Moorböden) und nur in geringem Masse auch als Karbonate vorkommen. Alle Böden, ausser den Skelettböden, enthalten in der Regel mehr Gesamtnatrium als Kalium, nur in diesen findet man oft mehr Kalium als Natrium, was u. E. der grösseren Sorption des Kaliumions in diesen Böden zuzuschreiben ist. Ich weise auf die Angaben in den Tabellen 37 und 38 im kroatischen Text hin. Es muss jedoch zu diesen Angaben bemerkt werden, dass sie sich auf einige Bodenmuster beziehen, die nach teilweiser Entsalzung der Böden durch Niederschläge gesammelt worden sind. Der Salzgehalt der pagschen Salzböden ist aber nicht konstant, er ist vielmehr die Resultante des Salinisationsprozesses, der sich unter dem Einflüsse salzführender Winde, eventuell auch des Meeres vollzieht und des Desalinisationsprozesses, dessen Intensität von der Niederschlags-Menge, — Dauer und Intensität abhängt. Der Entsalzungsprozess erreicht vom Spätherbst bis in den Frühling sein Maximum, da in dieser Periode die grösste Menge der Niederschläge fällt. Dié Skelettböden unterliegen wegen ihrer Seichte am stärksten der Auswaschung und demzufolge auch der Entsalzung. Aus Solonetzböden der Poljen werden die wasserlöslichen Salze durch Niederschläge nur selten vollständig ausgewaschen, öfter aber werden diese auf höheren in die tieferen Horizonte verlagert. Beim Übergang von einer feuchteren in eine trockenere Periode steigen die Salze auf kapillarem Wege aus den tieferen in die höheren Horizonte empor. — Am wenigsten unterliegen der Auslaugung die Solontschake, insbesondere die moorigen weswegen diese auch den grössten Gehalt an wasserlöslichen Salzen aufweisen.

Die Versalzung, die sich unter periodischen Einfluss der Salzwinde abspielt, kann auch in Skelettböden und Solontzen der Poljen zeitweilig eine empfindliche Erhöhung der Konzentration löslicher Salze bedingen. Wir haben zwar keine genaue Daten über die Intensität der maximalen Versalzung der Solonetzböden, jedoch die photographischen Aufnahmen der mit Salz bedeckten Pflanzen nach der Versalzung, als auch nach der beständigen Salzigkeit der oberirdischen Vegetationsorgane kann man schliessen, dass hier die Versalzung der Böden als wichtigster pedologischer und ökologischer Faktor anzusehen ist.

Unter dem Einflüsse der Salze, die periodisch auf diese Terrains gelangen, kommt es: 1. zur Erhöhung der Auswa-

schungsintensität resp. der Verlagerung des  $\text{CaCO}_3$  und teilweise auch der Sesquioxyde, 2. zur zeitweiligen Konzentrationserhöhung der flüssigen Bodenphase bis zur Grenze die für viele Kulturpflanzen als toxisch bezeichnet werden kann und 3 zur Absterbung oberirdischer Vegetationsorgane, insbesondere der Blätter.

Gelegentlich der Versalzung kann die Konzentration der Alkalien im Boden so anwachsen, dass die Alkali-Ione die Calcium-Ione von der Oberfläche des adsorbierenden Bodenkomplexes teilweise verdrängen und ihren Platz einnehmen, während sich die Calcium-Ione mit Chlor- und Sulfat-Ione der Alkalien verbinden. Zu Zeiten der feuchten Perioden kommt es dagegen teilweise wieder zu einem Austausch der Alkali-Ione gegen Calcium-Ione, aber auch zur Auslaugung des leicht löslichen  $\text{CaCl}_2$ , dass sich in der Versalzungsperiode gebildet hat. Es ist ausser Zweifel, dass die Salinisation den Dekalkifikationsprozess dieser Böden begünstigt. Dieser Prozess wird aber infolge des grossen Reichtums der meisten Böden an  $\text{CaCO}_3$  ziemlich lang dauern und deswegen verdient er heute in bezug auf die Melioration dieser Böden vielleicht unsere geringste Aufmerksamkeit.

Vom ökologischen und wirtschaftlichen Standpunkt aus haben die Konzentrationsänderungen der flüssigen Bodenphase im Laufe des Jahres, insbesondere aber während des intensivsten Lebensperioden der Vegetation eine noch viel grössere Bedeutung. Es wurde schon hervorgehoben, dass der Salzgehalt der Böden, wie er in Tabellen im kroatischen Text dargestellt ist, dem maximalen Salzgehalt dieser Böden nicht entspricht. Wenn wir aber nur diesen niedrigen, vom maximalen weit entfernten Salzgehalt berücksichtigen, so kommen wir zum Schlüsse, dass hier von den edaphischen Faktoren die Konzentration der flüssigen Bodenphase die grösste ökologische Rolle spielt. Eine besondere physiologische Bedeutung haben die Konzentrationsmaxima der flüssigen Phase, die während der Entwicklungsperiode der Pflanzen entstehen. Wenn wir annehmen, dass die Solonze unserer trockenen Poljen etwa 0,1—0,25% im Wasser löslicher Mineralsalze enthalten, so folgt daraus, dass die Konzentration der flüssigen Phase dieser Böden im Feuchtigkeitszustande der ihrigen maximalen Wasserkapazität entspricht, etwa bis 0,75% erreicht. Mit der Verminderung des Feuchtigkeitsgrades dieser Böden wächst jedenfalls die Salzkonzentration in der flüssigen Bodenphase, wenn auch nicht proportionell mit dieser.\*) Da diese Böden im Laufe des

\*) Bei der Beurteilung der Konzentrationschwankungen muss man jedenfalls auch vom Schwarmwasser Rechnung tragen, worauf in neuester Zeit von Vageier mit Recht hingewiesen wurde.

Sommers den grössten Teil ihrer Feuchtigkeit verlieren, liegt es nahe zu vermuten, dass die Mineralsetze eine Konzentration von über 1% erreichen. In Solontschakböden erreicht die Konzentration der flüssigen Phase bei Bodensättigung bis zur absoluten Wasserkapazität bis 2,4% und bei solontschakartigen TVoorböden bis über 5,0%.

Cewöhnlich nimmt man an, dass Nährlösungen mit einer Konzentration über 0,5% auf den grössten Teil der Kulturpflanzen schädlich wirkt. Es ist sehr wahrscheinlich, dass die Kulturpflanzen, die heute auf der Insel Pag gebaut werden, eine grössere Widerstandsfähigkeit gegen die hohen Salzkonzentrationen besitzen, als gleichartige Kulturen der salzlosen Terrains. Diese Widerstandsfähigkeit ist aber ziemlich begrenzt, da hier die Getreide- Garten- und andere Kulturen sehr oft von der Salinisation leiden.

Der schädliche Einfluss der Salinisation offenbart sich auf der Insel Pag viel merklicher an oberirdischen Vegetationsorganen als an den Wurzeln; jedenfalls bedeutet das nicht, dass die Pflanzenwurzeln die höhere Salzkonzentrationen überhaupt besser vertragen. Unsere Wasserkulturversuche haben im Gegenteil festgestellt, dass die Wurzeln in Salzlösungen hoher Konzentration viel schneller absterben, als die oberirdischen Organe derselben Pflanzen. Die direkte Salinisation der grünen Organe ist aber bedeutend gefährlicher als die Versalzung des Bodens selbst. Wenn Salz auf die feuchten Blätter der Kulturpflanzen fällt entstehen auf denselben hypertonische Salzkonzentrationen, die\* zuerst Turgorabnahme, dann Plasmolyse der grünen Zellen, Koagulation des Plasmas und endlich ein ziemlich schnelles Absterben der grünen Organe zur Folge haben. Die Pflanzen sehen wie verbrüht aus.

Die Schäden, die durch Versalzung auf diesem Wege entstehen, sind so gross, dass die Landwirte dieser Insel dem Kampfe gegen die salzführenden Winde viel Sorge widmen, indem sie Schutzwälle und lebende Hecken von Rohr und Tamaris aufführen.

Ohne Übertreibung kann man behaupten, dass hier das Zentralproblem der Bonifikation der Pflanzenproduktionsverhältnisse in der Bekämpfung des Salzanfluges der Pflanzen liegt.

Die heutige Bekämpfung ist von geringen Nutzen, weil sie auf nur kleine kultivierte Terrains beschränkt ist. Die Lösung des Problems liegt vor allem in der Organisation einer breiteren Bekämpfung, die in der Bewalvdung der Terrains mit Waldgürteln, die senkrecht zur Richtung des nord-östlichen Windes liegen, bestehen wird. Wir halten, dass die Erfahrungen, die in Italien bei der Abwehr der Terrains vom Winde gemacht wor-

den sind und über welche am XIII Internationalen Landwirtschaftlichen Kongresse zu Rom 1927. Prof. P a v a r i referierte, auch bei der Abwehr unserer Terrains von salzführenden Winde von Nutzen sein könnte. Die wenigstens 20 m breite Waldgürtel, die in entsprechenden Entfernungen voneinander aufgepflanzt werden, schwächen nicht nur die Stärke des Windes ab, sondern halten auch in ihren Kronen das Salz auf, womit sie niedrigere landwirtschaftliche Kulturen die zwischen den Baumreihen gebaut werden, genügend schützen. Wir sind auch der Ansicht, dass die Waldgürtel in keinem Falle die landwirtschaftlichen Kulturen gefährden werden, denn hier, wie auch überall im Mediterran, besteht kein Mangel an Insolation.

Die Begründung von schützenden Waldgürteln auf der Insel Pag wird jedenfalls eine grosse technische und wissenschaftliche Arbeit in Anspruch nehmen, sie ist aber unumgänglich wenn man eine integrale Bonifikation der Lebensverhältnisse auf dieser Insel vollziehen will.

Mit Rücksicht auf die Tatsache, dass die Salinisation klimatisch bedingt wird, ist es klar, dass auch nach der Errichtung von Waldgürteln dieselbe nicht ganz beseitigt, sondern nur teilweise beeinflusst bzw. reguliert wird. Von dieser Erkenntnis ausgehend, halte ich es für notwendig, die Pflanzenzucht den edaphischen Verhältnissen, spez. dem Salzfaktor, möglichst besser anzupassen. Man wird jedenfalls maximale Erfolge mit jenen Kulturen erzielen können, die hohe Salzkonzentration insbesondere der Alkalisalze, gut vertragen.

Das Bodenwasser ist endlich ein gleichwichtiger edaphischer Vegetationsfaktor, der sich in unseren Salzböden sehr oft im Minimum befindet. Im Laufe des Sommers, wenn das Wasserbedürfnis der Pflanzen am grössten ist, leidet die Vegetation auf Steinböden und Solonetzböden der Poljen an völligem Wassermangel, so dass sich hier nur typische Xerophyten erhalten können. Deswegen ist eine ebenso wichtige Vorbedingung zur Intensifikation des Pflanzenbaues wie die Errichtung von Waldgürteln, die Bewässerung des Terrains. Die Insel Pag zeichnet sich durch einen ziemlichen Reichtum an Gesamtniederschlägen (cca 1000 ccm pro Jahr), nun fällt aber der grösste Teil dieser Niederschläge vom Herbst bis zur Frühling, also in einer Zeit, in der die Vegetation das Wasser am wenigsten benötigt. In der Sommerperiode, wenn die Pflanzen grosse Mengen Wasser zur Deckung ihre physiologischer Bedürfnisse brauchen und als sie den Boden um einen grossen Teil des Wassers vor allem durch die Transpiration berauben und der Boden selbst infolge Trockenheit der Atmosphäre sehr viel Wasser abgibt, zeigen die Böden den kleinsten Wassergehalt. Die Folge davon ist, dass die Pflanzen zur Erzeugung neuer lebendiger Substanz nur in kleinem Masse die Energie der Sonnenstrah-

lung, die ihnen um diese Zeit optimal zur Verfügung steht, ausnützen können. Die Besorgung dieser Böden mit Wasser während der Sommerperiode ist darum die zweite Bedingung zur Melioration ihrer Produktionskraft. Das Niederschlagswasser, das sich zum Teil in Depressionen anhäuft und Moore bildet, könnte zum Bewässern der Solonchböden der Poljen und eventuell der Steinböden benützt werden. (Das Wasser von Velo Blato zeigt die niedrigsten Salinität und eignet sich am besten zu Zwecken der Bewässerung). Auf diese Art würde man neue Ackerflächen in der Umgebung der heutigen Moore erzielen.

Wie schon hervorgehoben wurde, zeichnen sich alle pagische Böden durch Armut an Phosphorsäure; demnach ist die Zufuhr der Phosphorsäure zu diesen Böden eine wichtige Massnahme für die Steigerung ihrer Fruchtbarkeit. Die Solonetz- und Solonchböden der Poljen sind auch sehr arm an physiologisch aktiven Stickstoffverbindungen, weswegen auch die Versorgung dieser Böden mit Stickstoff als wichtige Massnahme ihrer Melioration angesehen werden muss. Bei der Versorgung der Böden mit Nährstoffen wird es nötig sein besonders darauf Acht zu geben, dass sie keine ungünstige Erhöhung der Gesamtkonzentration der flüssigen Bodenphase hervorrufen.

*m*



PROF. DR. A. LEVAKOVI :

# ANALITI KI OBLIK ZAKONA RASTENJA

(ANALYTISCHE FORM DES WACHSTUMSGESETZES).

SADRŽAJ (INHALT):

- A.) Uvod — Einleitung.
- B.) Funkcije priraš ivanja — Zuwachsfunktionen.
  - i Osnovna funkcija priraš ivanja — Primäre Zuwachsfunktion,
    - 1. Izvod — Herleitung.
    - 2. Analiti ka verifikacija — Analytische Verifikation.
    - 3. Gornja vremenska granica priraš ivanja — Obere Zeitgrenze der Zuwachsaktivität.
  - II. Funkcije priraš ivanja sa beskona nom gornjom vremenskom granicom — Zuwachsfunktionen mit unendlicher oberer Zeitgrenze.
    - 1. Kollero va funkcija Funktion von Koller.
    - 2. Piš eva funkcija Sfa Funktion des Verfassers.
      - a) Izvod Herleitung.
      - b) Analiti ka verifikacija • — Analytische Verifikation.
- III. Primjedbe k funkcijama priraš ivanja — Bemerkungen zu den Zuwachsfunktionen.
- C.) Funkcije rastenja — Wachstumsfunktionen.
  - I. Kollero va funkcija — Funktion von Koller.
  - II. Piš eve funkcije — Funktionen des Verfassers.
    - 1. Osnovna funkcija — Primäre Funktion
    - 2. Pojednostavnjeni oblik funkcije — Vereinfachte Funktionsform
- D.) Izra unavanje parametara — Parameterberechnung
  - I. Izra unavanje po metodi elementarnoj — Berechnung nach der Elementarmethode.
  - II. Izra unavanje po metodi najmanjih kvadrata — Berechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate
    - 1. Za funkciju 94 — Für die Funktion 94
    - 2. Za funkciju 88 — Für die Funktion 88
  - III. Rezultati ra unanja za jedan konkretni primjer — Berechnungsergebnisse für ein konkretes Beispiel.
- E.) Modifikacija s obzirom na rasteње u debljinu — Modifikation mit Rücksicht auf das Dickenwachstum.
- F.) Op enitiji obuhvat problema — Verallgemeinerung des Problems.
- G.) Literatura — Literaturübersicht.
- H.) Zusammenfassung,

## A) UVOD.

Visina, debljina i drvena sadržina (drvena masa) pojedinog stabla ili prosje no i cijele sastojine pove a va se (raste) tokom vremena, naravski uz izvjesne (zimske i no ne) stanke. Iznos pove anja, koji nastane u izvjesnom intervalu vremena, nazivlje se prirastom.

Rastenje spomenutih dimenzija doti no drvene sadržine traje kod pojedinog individua sve dotle, dok za to postoje biološki uslovi, t. j. u prvom redu potpunost i vitalnost terminalnih i perifernih organa stablovih. S obzirom na ovo pove a vanje tokom vremena izlazi (kod pojedinog individua) svaka od spomenutih veli ina kao izvjesna, svakako ali kontinuitetna funkcija vremena doti no starosti stabla. Kontinuitetna je ova funkcija zato, što fiziološko rastenje, samo po sebi, ni kako ne spada među procese, koji po inju i (bez naprasitog umješavanja u život stabla) prestaju iznenada ili koji bi u svome toku pokazivali iznenadne i oštro prekinute skokove.

Ali kako se rastenje, pa prema tome i priraiš ivanje mora ipak da mijenja tokom vremena, to ovo svojstvo kontinuitetno funkcionalne zavisnosti od vremena pripada naravski i prirastu. Tek pri tom izme u same visine, debljine i drvene mase kao funkcije vremenai, t. j.

$$y = f(x) \quad \dots \dots \dots (1)$$

i njenog prirasta kao tako er funkcije vremena, t. j.

$$/ = / ' ( * ) \quad \dots \dots \dots (2)$$

postoji razlika u toliko, što je visina itd. osnovna, a njen prirast derivirana funkcija vremena, koja se (kao što omo još vidjeti) izražuje u formi kvocijenta.

Zapravo uzevši, prirast u prvobitnom smislu rije i nije kvocijenat, ve sasvim obi na diferencija:

$$\Delta y = y_1 - y_2 \quad \dots \dots \dots (3)$$

izme u iznosa  $y_1$  na po etku i iznosa  $y_2$  na koncu izvjesne prirasne periode, koja zapravo (najop enitije uzevši) može da bude sasvim povoljno duga ka doti no kratka, pa naravski i beskona no kratka. U zadnjem slu aju mora dakako i iznos prirasta da padne ispod svake mjere, t. j. da se beskona no približuje nuli kao grani noj vrijednosti. Kako u tom slu aju ne može uop e da bude govora o kakvoj bilo izmjeri prirasta, to se uvijek onda, kad imamo želju da izvjesni konkretni iznos prirasta baš utvrdimo (više manje pouzdano), moramo nužno da ograni imo na kona ne intervale vremena.

S obzirom na izvjesne (poznate) okolnosti može kod stabala da kao najmanji, još nekako ustanovljivi, iznos prirasta do e u obzir redovno samo puni jednogodišnji prirasni iznos. Prema tome i kao najmanji interval vremena, koji praktički može kao prirasna perioda još da do e u obzir, važi redovno tek puna jedna godina. No iz poznatih nekih razloga (i tehničkih i ekonomskih) izlazi u pravilu i puni jednogodišnji interval vremena kao prirasna perioda zapravo nedovoljne još dužine. Stoga smo redovno prisiljeni da i cijeli jednogodišnji iznos prirasta ustanovljujemo ne sam za sebe i u formi spomenute obične diferencije, već kao prosječni godišnji iznos unutar izvjesne periode znatno duže od jedne godine, da ga dakle ustanovljujemo u formi kvocijenta:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

gdje vremenska diferencija iznosi obično 10 i rijetko kada manje od 5 godina. Praktična provedba ustanovljivanja godišnjeg prirasta u šumarstvu zapravo se dakle tako reći uopće ne osvrće na jednadžbu 3, već samo na jednadžbu 4, pa prema tome i na prirasne periode znatno duže od jedne godine. No ipak ako se radi o tome, da se sam tok prirašivanja utvrdi analitički, t. j. u smislu jednadžbe 2, ne možemo a da svaki pojedini interval vremena ( $\Delta x$ ) ne skratimo do u beskonačnost, pri čemu on dobiva poznatu oznaku  $dx$  (diferencijal vremena), dok njemu pripadni (također beskonačno maleni) iznos faktičnog prirasta dobiva sada oznaku  $dy$  (diferencijal funkcije, osnovne naravski). Jednadžba 4 poprima uz taj uslov poznati oblik:

$$\dots \dots \dots (5)$$

koji zapravo nije drugo, već detaljizirani oblik jednadžbe 2. Kvocijenat sadržan u jednadžbi 5, tzv. diferencijalni kvocijenat (derivacija) osnovne funkcije, ma da je sastavljen samo od beskonačno malenih veličina, može ipak da bude konačan, kao što to redovno i biva (osim u prvom momentu stablova života ili za vrijeme tzv. vegetacione stanke). On stoga može da predstavlja puni jednogodišnji iznos prirasta, samo naravski na način obrnut, nego li je to slučaj kod jednadžbe 4. Prema jednadžbi 4 izlazi naime jednogodišnji prirast kao posljedica rasta tokom vremena znatno dužeg od jedne godine, dok prema jednadžbi 5 izlazi on kao posljedica rasta tokom vremena beskonačno kraćeg (razmjerno uzevši) od jedne godine. U prvom je slučaju prema teoriji osnovni iznos jednogodišnjeg

prirasta veli ina nepodvržena promjeni tokom izvjesnog broja godina, dok u drugom sluaju izlazi on — sve i unutar granica jedne te iste godine — kao vanredno varijabilan, ve prema intenzivnosti (doti no postojanju ili nepostojanju) raste nja u pojedinom diferencijalu vremena.

Prema tome godišnji prirast prema jednadžbi 5 izlazi kao prirast, koji je doduše nastao tek u jednom (ovom ili onom) diferencijalu vremena, ali kojega je iznos prera unana jedinicu vremena (jednu godinu). S obzirom pak na beskona nu kratko u pojedinog diferencijala vremena smatra se u duhu diferencijalnog ra una, da je taj prera unani iznos prirasta dospio (uslijedio) baš to no u onoj ta ki vremena (x), iza koje neposredno slijedi doti ni diferencijal vremena. Taj na vremenski interval od jedne godine prera unani (pove ani) iznos prirasta mijenja se dakle svakog pojedinog momenta. On drugim rije ima te e besprekidno, pa mu zato zapravo pripada naziv te ajni godišnji besprekidni prirast za razliku od te ajnog godišnjeg prekidnog prirasta, koji se mijenja samo od godine do godine i poznat je pod ne potpunim nazivom »te ajni godišnji prirast«.

Jednostavni matemati ki izraz ovoga posljednjega sadržan je u jednadžbi 3, dok mu analiti ki izraz izlazi iz jednadžbe 5 i glasi:

(6)

gdje xi ozna uje starost stabla na po etku, a xi starost stabla na svršetku pojedine iz života stablova baš u obzir uzete go dine.

Ma da, kao što rekoh, zbiljna krivulja rastenja kod poje dinog individua ne može da bude diskontinuitetna, ipak je ona oblikom svojim takova, da se u svim svojim detaljima nikako ne da obuhvatiti ma kakovom analiti kom jednadžbom, koja bi — recimo — visinu stabla u kojojgod ta ki njegova života sasvim strogo povezivala u funkcionalni odnos sa vremenom kao nezavisnom varijabilom. Nije to mogu e iz ovih razloga:

1. Zbiljna krivulja rastenja ima zapravo (radi mirovanja vegetacije u zimsko i no no doba) stepeni ast oblik, i to dvo struko stepeni ast, t. j. i sa dnevnim i sa godišnjim stepeni cama, kojima su uglovi naravski zaobljeni, a povezne linije iz me u dnevnih horizontala nagnute i krivuljaste.

2. I širina i visina pojedinih tih stepenica (i dnevnih i go dišnjih), jednako kao i forma spomenutih poveznih linija, pod uplivom je ogromnog mnoštva raznih i nutarnjih i vanjskih

imbenika (n. pr. sad povoljnijih, sad opet nepovoljnijih atmosferskih i uopće prehrambenih prilika, sad raznih oboljenja i eventualno potom ozdravljenja itd. itd.) kao i raznih njihovih povoljnijih ili nepovoljnijih kombinacija. Radi toga je i širina i visina pojedinih tih stepenica, jednako kao i forma spomenutih poveznih linija, vanredno nestalna, i to tako da se apsolutno ne da uzeti ni u kakav račun.

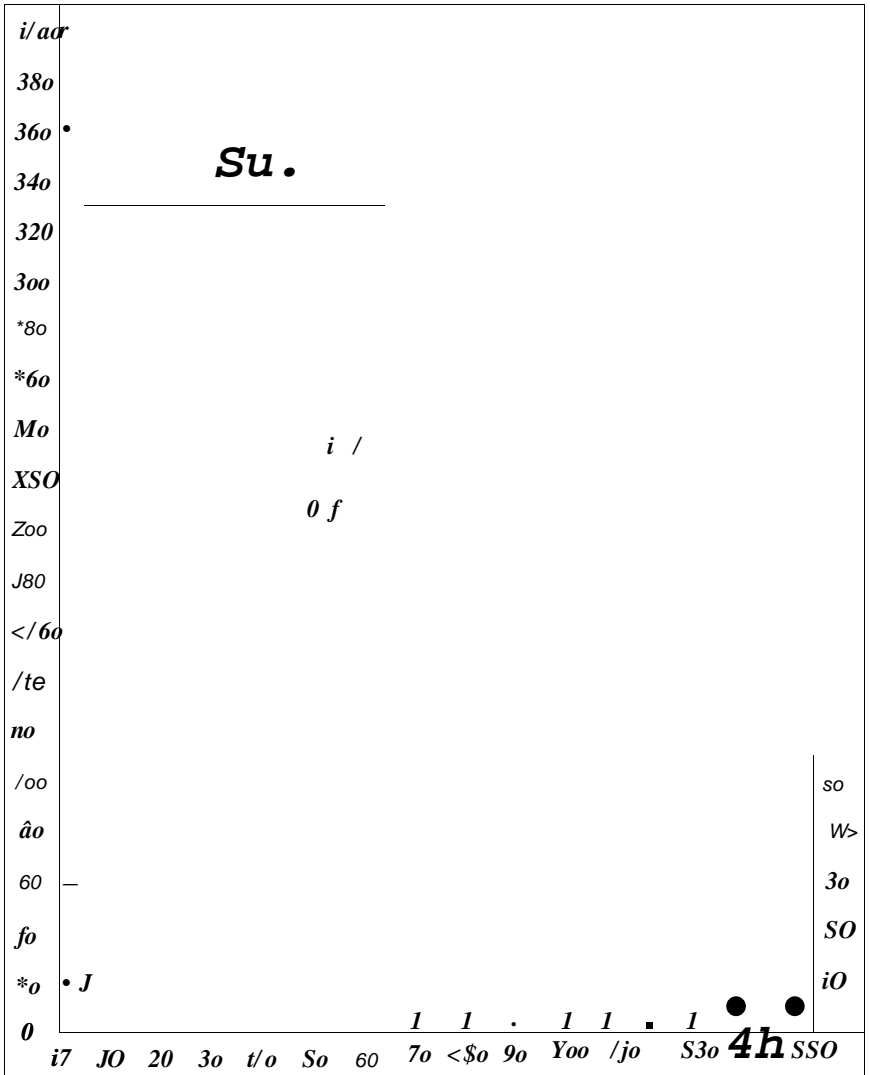
S obzirom na ove okolnosti, a jednako i s obzirom na neizbježive pogreške mjerenja (kojih je utjecaj skopčan sa sličinim posljedicama), ne može dakako o pravoj »jednadžbi (funkciji) rasteња« da bude ni govora. To me utim još ne zna i potpunu našu nemo s obzirom na analitičku definiciju toka rasteња. Nas uostalom sa ekonomskog gledišta ni ne interesuje baš fakti ni razvoj svakog pojedinog individuala, pa još u intervalima vremena sasvim kratkima. Što nas interesuje, to je prosječni individualni razvoj unutar cijelih skupina stabala dotičnih sastojina kao i prema godišnjim prosjecima unutar intervala znatno većih od jedne godine. Za taj je pak razvoj poznato iz iskustva, da se fakti ne ve dade predstaviti prilično jednostavnom y-krivuljom, kao što je npr. ona na slici 1, koja predstavlja tok rasteња u visinu i kojoj je krivulja sadržinskog rasteња posve analogna.

Krivulja rasteња na si. 1 nacrtana je prema — na iskustvu osnovanim — podacima prof. Guttenberga i (iz pregleda literature vidi br. 16, str. 45). Ona, kao što vidimo, pokazuje, da rasteње visine i sadržine po inje sa iznosom  $y \geq 0$  (u starosti  $j_c = 0$ ), da je po etni smjer toga rasteња tangencijalan na apscisnu os, da je zatim do izvjesne starosti rasteње ubrzano, da nakon toga prolazi kroz tzv. infleksionu tačku i biva zatim sve više usporeno. Ovaj zadnji dio krivulje mora da se konačno završi u smjeru paralelnom sa apscisnom osi.

Krivulja prirašivanja, koja (s obzirom na visinu i sadržinu) izlazi iz prosječne krivulje rasteња, ima u glavnom oblik krivulje  $y'$  na slici 1, nacrtane također prema spomenutim podacima. Ona dakle, kako nam to redovno pokazuje iskustvo, izlazi iz ishodišta koordinata u smjeru tangencijalnom na apscisnu os, te e zatim spoetka konveksno (sa konveksnošću, kod visinskog prirasta, kadšto i sasvim neprimjetljivo), a onda konkavno prema toj osi, pri em u izvjesnoj vremenskoj tački postigne kulminaciju. Nakon toga iz konkavnog smjera prelazi pomalo opet u konveksni i na kraju krajeva ulazi pomalo u samu apscisnu os — i to u smjeru tangencijalnom na tu os.

Ova krivulja ima prema tome jednu kulminaciju i dvije infleksione tačke (vidi Guttenberg, isto djelo, str. 17, 18), dok krivulja rasteња nema prave kulminacione tačke, jer se

završuje u smjeru paralelnom sa apscisnom osi. Ina e krivulja pokazuje jednu naru itu karakteristiku, a to je asimetrija prema ordinati kulminacione ta ke.



Napomenutim krivuljama bile bi potpuno sli ne i krivulje,, što ih prosje no pokazuje rastenje i priraš ivanje debljine, kad bi se ova veli ina mjerila baš to no pri zemlji. No kako se iz poznatih važnih razloga debljina mjeri obi no u visini prsiju (1.3 m iznad zemlje), to se doti ne krivulje ne mogu da od

nose na cijeli život stabla (i na najraniju mladost), pa nisu sto ga potpune. Ipak i one unutar onoga vremena, za koje uop e mogu da dodu u obzir, pokazuju (kao što je poznato) punu analogiju sa spomenutim ve krivuljama (visinskim i visinsko prirasnim doti no sadržinskim i sadržinsko prirasnim) izu zevši naravski jedino prvi po etak ovih dviju vrsti potpunih krivulja. Toga radi (s obzirom na ovaj izuzetak) analiti ki za kon, koji može da okarakteriše rastenje visine i sadržine, ne može da se sasvim bez daljnjege protegne i na rastenje deblji ne, ve mora u tu svrhu da se ponešto modificira. O toj modifikaciji bit e govora<sup>1</sup> pri kraju ove radnje, dotle pak ograni it u se pri istraživanjima o analiti kom obliku zakona rastenja samo na rastenje (i priraš ivanje) visine i sadržine.

Oblik krivulja rastenja i priraš ivanja, kako se on pro sje no o ituje kod šumskih stabala i sastojina i kako on danas važi kao (u prosje nom pogledu naravski) ispravan, poznat je ve pred više od pola stolje a. Pitanje pak, kakove bi jed nadžbe mogle da prosje ni tok rastenja i priraš ivanja oka rakterišu što potpunije i bolje, interesuje šumarske stru njake (sa ve im ili manjim prekidima) ve kojih sto godina. Karl Breymann (br. 1, str. 60 i d.) veli, da su se šumarski stru njaci ve prije 1837. godine bavili s pitanjem zavisnosti pri rasta od starosti. Navode i neke od tih funkcija dokazuje Breymann njihovu neispravnost, te postavlja i obrazlaže novu jednu, danas me utim bespredmetnu funkciju.

Daljnje publikacije šumarskih stru njaka, koje se bave ovim pitanjem, navedene su pod rednim brojevima 2—23 spo menutog pregleda, koji naravski nema pretenzija na posve mašnju potpunost.

Ni danas još nije spomenuto pitanje sišlo sa dnevnoga re da, a u novije doba po eli su njime da se bave i agronomi, pa ak i isti biolozi (br. 25—37). Sa izvjesnim prekidima prou a vam i ja ovo pitanje ve duže vremena, pa sam 1930. godine (br. 24) objelodanio u tom pogledu jedno prethodno saop enje, u kojem sam (bez izvo enja) priop io jednu »jednadžbu raste nja« i ujedno demonstrirao njenu prilagodljivost na konkretan jedan tok rastenja. Sada me utim ho u da obuhvatim cijelo ovo pitanje iz temelja, pa u pri tom morati da se pozabavim i sa poznatim ve jednim zakonom, koji sa zakonom, što u ga ovdje razviti, stoji u izvjesnoj rodbinskoj vezi.

## B) FUNKCIJE PRIRAŠ IVANJA.

### I. OSNOVNA FUNKCIJA

#### Ī. Izvod.

Krivulja raste nja, kako je prikazuje si. 1, znatno je jednostavnija od krivulje priraš ivanja, a ipak nam za direktan i samostalan izvod njene jednadžbe manjka zapravo svaki oslonac. Naprotiv se jednadžba priraš ivanja daje izvesti direktno, strogo i u potpunosti ve sama za sebe i to na bazi spomenute injenice, da krivulja priraš ivanja izlazi iz aps cisne osi (iz ishodišta koordinatskog) i da se opet u nju pot puno vra a (na kraju života stablovog doti no sastojinskog). Iz te injenice izlazi naime jedna važna posljedica, t. j. da sve (teoretski uop e mogu e) prve derivacije prirasne krivulje, dakle:

$$f' = f'' (*) = \wedge jr. \quad \dots \dots \dots \quad \langle \rangle$$

koje jedna za drugom slijede po evši od lijevog kraja krivulji nog (od ishodišta koordinatskog) pa sve do njene kulminacije, imaju pozitivan predznak, a sve ostale (t. j. odatle pa do desnog krivuljinog kraja) da imaju negativan predznak. Kad to važi za krivuljine derivacije (diferencijalne kvocijente), onda važi i za njene diferencijale ( $dy'$ ), pošto svi — me usobno jednaki — diferencijali vremena mogu da budu samo pozitivni. A kako je suma svih pozitivnih diferencijala krivuljnih (kojih naravski, kao beskona no malenih, ima beskona no mnogo) isto tako velika kao i suma svih negativnih njenih diferencijala, jer je naime i jedna i druga jednaka maksimalnoj ordinati krivuljinoj, to suma obiju tih suma mora naravski da bude jednaka nuli. Ako prema tome pojedine (me usobno besko na no blize) ordinate krivuljine, po evši od lijevog pa do desnog njenog kraja, ozna imo redom  $y_1', y_2', \dots, y_n'$ , onda iz re enoga izlazi jednadžba:

$$dy_x' \cdot dy| \cdot \dots, \quad dy| \quad r|$$

a iz ove i druga, s ovom ina e potpuno identit na, t. j.

$$\begin{aligned} & \dots \dots \dots \quad .GV)^p x, \quad + \\ & + , \quad (\gg n) \quad X_n \quad dx \quad On)^p \quad x_n dx = O \quad \dots \dots \quad (8a) \end{aligned}$$



gdje  $p$  može da bude ma koji realni i kona ni broj (pozitivni ili negativni, cijeli ili slomljeni), uklju ivši ovamo i nulu.

Obje ove jednadžbe važe bezuslovno za svaku krivulju, koja i izlazi iz apscisne osi i opet se u nju vra a, bez obzira da U je krivulja prema maksimalnoj ordinati (pozitivnoj narav ski, jer ovdje može dai bude govora samo o pozitivnim ordi natama) simetri na ili asimetri na kao i bez obzira na sam po ložaj ordinatne osi, t. j. da li ova prolazi baš kroz samo izla zište krivuljino iz apscisne osi ili kroz kojugod drugu ta ku krivuljinu (t. j. iz me u oba njena kraja).

Mi emo ovdje prethodno suponirati:

1. da je krivulja simetri na prema maksimalnoj svojoj or dinati;
2. da se ova ordinata nalazi baš u samoj ordinatnoj osi.

U tu svrhu podvr i emo posljednju jednadžbu uslovu, da svi njeni slomljeni faktori budu me usobno jednaki, t. j. da svaki od njih (ozna en op enito, bez indeksa) bude jednak iz vjesnom od nule razli itom, kona nom i konstantnom iznosu  $k$ , dakle:

$$(y) P_j r \quad dx$$

U tom slu aju iz jednadžbe 8 a izlazi neposredno jed nadžba:

$$(v,')? \quad dx + \cdot \cdot \cdot + (J_{>_n}')^{p * \frac{dx}{n}} * \cdot \cdot \cdot \quad (10)$$

koja fakti no i važi strogo u slu aju funkcija (krivulja) simet ri nih prema ordinatnoj osi. Uz supstituciju:

$$p = 1 - y \quad \cdot \cdot \cdot \quad (11)$$

slijedi iz jednadžbe 9 jednostavna diferencijalna jednadžba

$$(y') \quad dy' = kx, \quad dx \quad \cdot \cdot \cdot \quad (12)$$

gdje  $r$  u smislu spomenutog ograni enja za  $p$  iznose može da zauzme kojugod realnu vrijednost (pozitivnu ili negativnu), isklju ivši jedino nulu. Mi emo ipak ograni iti  $r$  samo na ko na ne vrijednosti.

Integracijom zadnje jednadžbe i daljnjim jednostavnim transformacijama dobiva se:

gdje je  $c$  integraciona konstanta. Nju ćemo ograničiti na iznose različite od nule i konačne, ali sa predznakom još neodređenim.

Svi dakle parametri ove zadnje jednačbe imaju još neodređene predznake, pa bi u tom pogledu mogla a priori da se očekuje mogućnost raznih kombinacija. No kako  $y$  može, kao što rekoah, da bude samo pozitivno, to se iz prvog jednačbinog faktora vidi već na prvi pogled, da u slučaju pozitivnog  $r$  može i  $c$  da bude samo pozitivno i obrnuto: u slučaju negativnog  $r$  mora da bude negativno i  $c$ . Mi ćemo ovdje uzeti samo prvi slučaj, t. j. pozitivne vrijednosti za  $r$  i  $c$ . Stavili se sada  $x = 0$ , onda iz zadnje jednačbe izlazi:

$$\ddot{A} \cdot \dots \dots \dots (14)$$

t. j. iznos, koji u smislu obijua naših osnovnih supozicija mora da bude veći od maksimuma kojeg drugog  $y'$  iznosa. Otud pak (a s obzirom na jednačbu 13) slijedi, da  $k$  mora svakako da bude negativno. Stavili se dakle:

$$\frac{1}{k} \dots \dots \dots < 0$$

onda jednačba 13 dobiva sasvim jednostavni oblik:

$$\frac{1}{k} = (\dots \dots \dots W$$

prema kojem se  $x$  može da giblje između u konačnih i jednakih granica  $(+g)$  i  $(-g)$ , dok  $y$  zauzima pri tom dva puta sve moguće vrijednosti između  $0$  i  $a$

To bi bila funkcija prirašivanja, kad bi prirasna krivulja bila simetrična prema maksimalnoj svojoj ordinati, što me u tim (kao što vidjesmo) nije slučaj. Okolnost, da se maksimalna ordinata prema toj funkciji nalazi baš u samoj ordinatnoj osi, sasvim je sporedna s obzirom na luku mogućnost transformacije funkcijine s pomoću nove ordinatne osi postavljene baš točno na lijevi kraj krivulje.

Jednačba 16, sama po sebi, nije dakle ono, za čim mi ovdje težimo, ali nam ona daje ipak vrsto uporište za postignuće cilja, t. j. za dedukciju funkcije, koja o asimetriji prirasne krivulje strogo vodi računa. Ona naime može da se napiše i u obliku:

$$y=0 \left(1+f\right)^r \left(1-f\right)^r 1 \dots \dots (16a)$$

koji uz izvjesne, sasvim neznatne izmjene u pogledu parametara poprima op enitiji oblik, sposoban isto tako za karakterizaciju krivulja asimetričnih kao i krivulja simetričnih. Po trebno je u tu svrhu samo to, da se parametri  $g$  i  $r$  u drugom binomskom faktoru zadnje jednadžbe označe u principu kao različiti od onih u prvom binomskom faktoru, pri čemu zadnja jednadžba poprima formu:

op enitiju, kao što rekoah, od forme prethodnije. Op enitija je ona u toliko, što u principu važi za krivulje asimetrične, ali može ujedno da bude primijenjena i na krivulje simetrične, pri čemu veće ipso, t. j. skroz automatski, dolazi do isteznu a gornjih razlika u istoimenim parametrima.

Smjer i stepen asimetrije, a isto tako i položaj maksimalne ordinate prema ordinatnoj osi može prema jednadžbi 17 da bude vrlo različit. Zavisiti to o konkretnim iznosima parametara, koji naravno mogu vrlo da variraju, ali prema dosadajnim pretpostavkama moraju ipak svi da budu pozitivni.

Pri izvodu funkcije 16 suponirali smo, da se maksimalna ordinata krivuljina nalazi baš u samoj ordinatnoj osi. Prema tome i ta funkcija sadrži izričito isti taj princip, dok naprotiv funkcija 17 dopušta, kao što rekoah, i drugačiji položaj maksimalne ordinate. Mi ćemo ipak i za nju prihvatiti onaj raniji princip, t. j. koincidenciju maksimalne ordinate sa ordinatnom osi, jer samo uz taj uslov može funkcija 17 da se kasnije transformira sasvim po volji, već prema potrebi pojedinog konkretnog slučaja.

Prije ma kakove transformacije treba dakle gornja funkcija da ima spomenuto kardinalno svojstvo, t. j. da joj se kulminaciona tačka nalazi baš u samoj ordinatnoj osi. No šta otud izlazi u pogledu parametara funkcijinih? Do bismo odgovorili na ovo pitanje, treba najprije da utvrdimo izraz za apscisu kulminacione tačke funkcijine. Utvrditi ovaj izraz znači, kao što je poznato, diferencirati funkciju po  $x$ , zatim taj diferencijalni kvocijental staviti jednakim nuli i onda ovu zadnju jednadžbu riješiti po  $x$ . Na taj način, t. j. putem jednadžbe  $y'' = 0$  izlazi iz funkcije 17 jedno jedino' riješenje za  $x$ , t. j.

$$r_1 + r_2 \dots \dots \dots (18)$$

Stavi li se sada  $x = 0$ , onda odovud izlazi:

$$\sqrt{S_z} = r_z \quad \text{ff.} \dots \dots \dots (19)$$

a odovud dalje:

$$\frac{r_1}{ff} = \frac{r_2}{Q_s} \dots \dots \dots (20)$$

Ako dakle kulminaciona ta ka funkcijina pada baš u samu ordinatnu os ( $x = 0$ ), onda grani ni i eksponentnski parametri funkcijini stoje jedni prema drugima u proporciji određenoj jednadžbom 20. S pomo u ovoga normalnog odnosa izme u parametara možemo ve iz samog pogleda na funkciju 17 (a na osnovi konkretnih iznosa za  $g_x$  i  $g_2$ ) lako da prosudimo, koji ogranak krivulje ima da bude duži, a koji kra i: da li onaj s li jeva od ordinatne osi ili onaj s desna. Obrnuto pak, ve prema obliku krivulje  $y'$  na si. 1 možemo odmah lako da konstatu jemo, da bi kod prirasnih krivulja (ako bismo kod njih ordi natnu os postavili baš kroz samu kulminacionu ta ku) imalo da bude  $g_2 > g_1$ , pa prema tome (i to u istom omjeru) tako er  $r_2 > r_x$ .

Zornog prikaza radi uzmimo npr. za parametre funkcije 17 iznose:  $a = 100$ ,  $r_x = 2$ ,  $g_x = 4$ ,  $r_2 = 5$ ,  $g_2 = 10$ . U prilože noj tabeli 1 složene su pregledno glavnije koordinate funkci jine, dok si. 2 daje grafi ki prikaz njenog toka.

Tabela 1.

$x$		$x$	$Q \ \&K \ O$	$:\ %$	$y'$	$x$	$k \ y'$	$x$	$y'$
— 4	∞	— 1	90 6	+ 2	73 7	+ 5	15 8	$U^*$	0'3
3	23'2	0	100 0	+ 3	51 5	+ 6	6 4	+ 9	o oi
— 2	62 2	+ 1	92 3	+ 4	31 1	; 7	1 8	+ 10	o oo

Funkcije 16 i 17 postavio je svojedobno (1895. god) ve engleski statisti ar K. P e a r s o n, ali u sasvim druge svrhe, na sasvim drugoj bazi, pa prema tome i uz sasvim druga iji na in izvo enja. Doti ne njegove izvode donosi (jama no u skra e noj formi) prof. C z u b e r na str. 25—29 djela navedenog pod br. 38.

Funkcija 17 može sada lako da se transformira ne samo u prvu narednu formu, koja je za nas ovdje od direktnog in teresa, ve i u još neke forme, kojih krivulje ne samo da po kazuju asimetriju prema maksimalnoj ordinati, ve i izlaze iz

samog ishodišta koordinatskog, pa imaju prema tome punu analogiju sa 37- krivuljom na si. 1. Uzme li se naime ova funkcija u razmatranje s obzirom na ordinatnu os  $F_2'$  postavljenu lijevo od prvobitne osi ( $Ft'$ ) i to u udaljenosti  $g_x$  od ove (si. 2), onda iz nje neposredno izlazi:

$$\gg \quad , \quad x - t/iV_i^* \quad x - fftV^*$$

Odovod pak nakon nekoliko jednostavnih operacija izlazi dalje:

$$v^- \_ \quad x^t > U \_ - \_ - \_ - f \quad \bullet \quad \bullet \quad (22)$$

a odovud uz pojednostavnjenja odnosno zamjene:

$$\begin{aligned} & \gg \frac{(g_0 + g^*Y^*)}{g^{1/2} g^{*Tt}} \\ & \qquad \qquad \qquad r_t \qquad B \\ & \qquad \qquad \qquad g. + \wedge^2 \qquad C \\ & \qquad \qquad \qquad r^* \qquad D \end{aligned} \quad (23)$$

izlazi napokon:

$$y = Ax^A \Gamma^B / t' - \wedge \quad (24)$$

To bi dakle u principu bio oblik tražene funkcije priraš i vanja. Prema cijelom toku izvoda moraju i njeni parametri svi da budu pozitivni. Iz nje izlazi odmah na prvi pogled, da  $y'$  mora da bude jednako nuli ne samo pri apscisi  $x = 0$ , ve i pri apscisi  $x = C$ . Vremensko podru je od  $O$  do  $C$  imalo bi dakle na elno da uklju i u sebi sve karakteristi ne pojave priraš i vanja.

Naravski da ova jednadžba, sasvim formalno uzeto, do pušta za  $x$  i iznose ve e od  $C$ , pa i iznose negativne. No ovi iznosi apscisa ne dolaze za nas uop e u obzir, pošto mi proma tramo samo ordinate unutar vremenskih granica  $O$  i  $C$ . Tako er bi ordinate ovih besmislenih za nas apscisa bile uostalom (kao što je to ve u pogledu jednadžbe 17 istaknuo Czub er, a jama no ve i P e a r s o n) najve im dijelom imaginarne s obzirom na to, da oba eksponenta jednadžbina moraju u pravilu da budu slomljeni brojevi.

## 2. Analiti ka verifikacija.

Da jednadžba 24 može potpuno da okarakteriše prosje ni tok priraš ivanja, pokazat e nam razmatranja njenih analiti kih svojstava. Ta se razmatranja svode u glavnom na prvu i drugu njenu derivaciju. Prva njena derivacija glasi:

$$y = Ax \quad \bullet \quad (25)$$

Uvrsti li se ovamo iznos  $x = 0$ , onda odovud izlazi ili  $y'' = 0$  ili  $y'' = \infty$  ili napokon  $y'' = A$ , ve prema tome, da li je  $B$  ve e od 1 ili manje od 1 ili napokon = 1.

U prvom slu aju ( $B > 1$ ) predstavlja funkcija 24 krivulju, koja iz ishodišta koordinata izlazi tangencijalno na apscisnu os, dakle krivulju, o kojoj je bilo govora pri spominjanju krivulje  $y'$  na si. 1. To je dakle slu aj, koji za krivulje priraš iva nja fakti no i jedini dolazi u obzir.

U drugom slu aju ( $B < 1$ ) izlazila bi krivulja 24 iz ishodišta koordinatskog u smjeru tangencijalnom na ordinatnu os, t. j. pod pravim kutem, dok bi u slu aju  $B = 1$  izlaz krivulje 24 iz ishodišta koordinatskog bio pod izvjesnim šiljatim kutem sa iznosom  $A$  kao faktorom smjera. No ova dva slu aja, ma da su po jednadžbi još mogu i, ne dolaze kod prirasta zapravo u obzir, pa se stoga ne emo na njih više ni osvrutati.

Stavi li se  $x = C$ , onda uz uslov  $D > 1$ , koji kod prirasta mora fakti no uvijek i da bude, izlazi iz jednadžbe 25 iz nos  $= O$ . U starosti  $C$  mora dakle krivulja 24 da se u apscisnu os povrati samo u smjeru tangencijalnom na tu os (radi  $y'' = O$ ), pa se dakle i u ovom pogledu krivulja 24 podudara sa prirasnom krivuljom prema slici 1.

Stavimo li napokon ve a priori  $y'' = O$ , pa riješimo li onda ovu jednadžbu po  $x$ , onda iz nje — kao glavno riješenje — izlazi za  $x$  izraz:

koji predstavlja apscisu jedine kulminacione ta ke krivuljine. Ako se naime ova apscisa uvrsti u drugu derivaciju funkcije 24, Itoja glasi:

$$r r M f \quad r f \text{£} J$$

$$- 2BC(B + D - 1)jf + (B + D)(B + D - D)x^2J \quad \bullet \quad (27)$$

• onda za  $y''$  izlazi iznos negativan.

Osim spomenutog glavnog riješenja po  $x$  dopušta jed nadžba  $y'' = O$  još dva takova riješenja. To bi (naravski uz • spomenute uslove  $B > 1$  i  $D > 1$ , o kojima jedino vodimo i ra una) bila riješenja:  $x=0$  i  $x=C$ . Uvrste li se (svaka za sebe) u jednadžbu 27 ove dvije vrijednosti za  $x$ , onda (ve pre ma tome, da li je  $B < 2$  ili  $B = 2$  ili pak  $B > 2$  doti no da li je  $D < 2$  ili  $D = 2$  ili pak  $D > 2$ )"izlaze za  $y''$  na do ti nim mjestima iznosi, prema kojima se u ishodištu koordinat skom doti no pri apscisi  $C$  nalazi ili minimum ili pak infleksi ona ta ka, i jedno i drugo naravski u samoj apscisnoj osi doti no (u slu aju infleksione ta ke) sa samom tom osi kao tangen tom krivuljinom.

Stavi li se napokon ve a priori  $y'' = O$ , pa riješi li se onda ova jednadžba po  $x$ , onda iz nje izlazi za  $x$  dvovrijed nosni izraz:

koji određuje apscise obiju infleksionih tačaka krivuljinih unutar područja  $O < x < C$ . Ordinate tih tačaka jednako su (kao što vidimo) udaljene od maksimalne ordinate (sa apscisom prema jednadžbi 26), što me utim ipak ne znači, da bi tim krivulja 24 bila prema ordinati kulminacione tačke simetrična. Ako se naime apscise obiju infleksionih tačaka uvrste jedna za drugom u spomenutu jednadžbu (24), dobit će se za  $y^*$  dva različita iznosa, koji baš i jesu različiti radi asimetrije krivuljine.

Krivulja 24 bila bi prema ordinati kulminacione tačke simetrična samo uz uslov  $B = D$ , koji ali za nas ovdje nikako ne dolazi u obzir.

### 3. Gornja vremenska granica prirašivanja.

Funkcija 24 ima dakle, kao što vidimo, sva karakteristična svojstva prirasnih krivulja i može da prosječni tok prirašivanja okarakterizira pod kakvimgod mu drago eventualnostima. S druge strane njezin parametar  $C$  označuje, kao što vidjemo, gornju vremensku granicu prirasne aktivnosti dotične starosti, koju šumska stabla — sudeći po cijelom njihovom razvoju motrenom do izvjesne vremenske tačke — mogu vjerojatno još da dožive. Pokušao sam stoga, da na osnovi jednog konkretnog niza prirasnih iznosa i pripadnih im iznosa starosti ispitam, do kojeg poprilici iznosa može uopće da se popne spomenuti parametar.

Za aproksimativno riješenje ovoga zadatka potrebno je, da su nam poznata barem četiri razna  $y'$  iznosa zajedno sa pripadnim im  $x$  iznosima, jer (kao što vidimo) jednadžba 24 sadrži četiri parametra, koji — uzeti kao nepoznanice — mogu da se za konkretan kakav slučaj prirašivanja izraunaju samo na osnovi najmanje četiriju jednadžbi sa poznatim vrijednostima za  $x$  i  $y'$

Izračunavanje ovih četiriju parametara daje naravno mnogo pouzdaniji rezultat, ako se izvodi po metodi najmanjih kvadrata i to dakako na osnovi većeg broja koordinatskih parova, nego što u jednadžbi ima parametara. No taj je postupak i mnogo duži, naročito u ovom slučaju, pošto jednadžba 24 nije s obzirom na parametre, a ni uopće, linearna. S druge pak strane meni se ovdje baš i ne radi o egzaktnom izračunu



nju i k tome još svih spomenutih parametara, ve tek o tome, da si pribavim približnu orijentaciju o spomenutoj granici. Ja sam dakle u tu svrhu primijenio onu prvu t. j. jednostavniju i bržu metodu, pa u stoga ovdje da ujedno izvedem formulu za izra unavanje spomenute granice.

Postavimo li etiri jednadžbe sa poznatim ve koordinatama ( $x, y, x', y'$ ; . . . . ), dakle:

$$\begin{aligned}
 y_i' &= Ax_i^B / v \setminus D' \\
 y_i^* &= Ax_i^B (I \\
 y_i' &= h \quad \cdot \\
 J_{>}' &= Ax_i^B I
 \end{aligned}
 \tag{29}$$

onda iz njih me usobnom divizijom i potom logaritmovanjem izlaze najprije slijede e tri jednadžbe:

$$\begin{aligned}
 B \log \frac{x_2}{x_1} + Z) \log \frac{X_2 - C}{\check{Z}L} \log \frac{A}{y_i'} \\
 c \\
 B \log^{\wedge} X_i + D \log c = \log y_i^{\gg} \\
 B \log \frac{1}{x_2} + D \log \frac{1}{x_1} \log \frac{K}{y_i}
 \end{aligned}
 \tag{30}$$

Ozna e li se poznati faktori ovih jednadžbi jednostavnijim izrazima i to:

$$\begin{aligned}
 \log \frac{x_2}{x_1} &= \beta_{\gg}; \log \frac{y_2}{y_1} = r_{j_2}^{\check{i}} \\
 \log \sim \beta z; \log \sim &= m \\
 \log &= \beta i \gg \log \frac{A}{y_i} = v^*
 \end{aligned}
 \tag{1091}$$

onda sistem jednadžbi pod 30, uz daljnje pojednostavnjenje, dobiva oblik:

$$\begin{aligned}
 B\beta_2 + D \log \frac{C-x_2}{C-X_i} & \quad V_2 \\
 B\beta_3 + D \log \frac{C-x_3}{C-X_i} & \quad M V_3 \\
 & \quad \frac{C-x_4}{X_i} \quad V_i
 \end{aligned} \tag{32}$$

koji dozvoljava laku eliminaciju nepoznanica  $B$  i  $D$ . Elimini ram o li najprije  $B$ , onda izlaze jednadžbe:

$$\begin{aligned}
 D \left[ \beta_2 \log \frac{C}{C-X_i} - \beta_3 \log \frac{C}{C-X_i} \right] & \quad x_2 \quad \text{gg} \beta_2 V_3 - \beta_3 V_2 \quad I \\
 D (\beta_2 \log \frac{C}{C-X_i} - \beta_3 \log \frac{C}{C-X_i}) & \quad \frac{x_2}{X_i} \quad \beta_i v^* \quad \text{Ü} \quad I
 \end{aligned} \tag{33}$$

a odovud me usobnim podjeljenjem kona na jednadžba:

$$\begin{aligned}
 \beta_2 \log \frac{C-x_3}{C} & \quad \beta_3 \log \frac{C-x_2}{C-X_y} \quad \beta_2 / 3 - \beta_3 v_i \\
 \beta_3 \log \frac{C-x_4}{C-X_i} & \quad - \beta_i \log \frac{C-x_2}{X_i} \quad \beta_i v_i - \beta_i v_i
 \end{aligned} \tag{34}$$

sa  $C$  kao jedinom nepoznanicom. Me utim se  $C$  ne da odovud odrediti druga ije, nego tek postepenim kušanjem, pri em se u jednadžbu uvrš uju razne za  $C$  ve unaprijed suponirane vrijednosti, pa se na kraju kao najbolja zadrži ona, koja jed nadžbu najbolje zadovoljava. Na taj na in možemo principijel no da se onoj vrijednosti za  $C$ , koja bi strogo odgovarala dadenim koordinatskim parovima, približimo sa ta noš u ko jomgod mu drago.

Ja sam ovo izra unavanje izvršio na osnovi izvjesnih iz nosa iz toka priraš ivanja u visinu, što ga prema podacima prof. G uttenberga pokazuju smrekove sastojine I. boni tetnog razreda u Tirolu. Kao što rekoh ranije, na str. 45 spo menutog svoga djela: navodi G uttenberg kao tok raste nja srednje sastojinske visine na tom bonitetu, i to od decenija do decenija i do starosti od 150 godina, visinske iznose sabra ne (u decimetrima) u priloženoj tabeli 2. Tok ovih visinskih iz nosa (y) u zavisnosti njihovoj od starosti (x) prikazuje (kao što rekoh) krivulja y na si. 1. Diferencije tih iznosa, podijelje ne prema formuli 4 sa 10 i (prema ve ustaljenom obi aju) pri dijeljene sredinama doti nih perioda, kao da dospijevaju baš u

**Tabela 2.**

$X$	$y$	$X$	$y$	$x$	$y$
<b>10</b>	<b>14</b>	<b>60</b>	<b>228</b>	<b>110</b>	<b>345</b>
<b>20</b>	<b>53</b>	<b>70</b>	<b>260</b>	<b>120</b>	<b>358</b>
<b>30</b>	<b>100</b>	<b>80</b>	<b>287</b>	<b>130</b>	<b>370</b>
<b>40</b>	<b>147</b>	<b>90</b>	<b>310</b>	<b>140</b>	<b>381</b>
<b>50</b>	<b>190</b>	<b>100</b>	<b>329</b>	<b>150</b>	<b>391</b>

**Tabela 3.**

$X$		$X$	$y'$	$x$	$f.$
<b>5</b>	<b>14</b>	<b>55</b>	<b>38</b>	<b>105</b>	<b>16</b>
<b>15</b>	<b>39</b>	<b>65</b>	<b>32</b>	<b>115</b>	<b>13</b>
<b>25</b>	<b>47</b>	<b>75</b>	<b>27</b>	<b>125</b>	<b>12</b>
<b>35</b>	<b>47</b>	<b>85</b>	<b>23</b>	<b>135</b>	<b>11</b>
<b>45</b>	<b>43</b>	<b>95</b>	<b>19</b>	<b>145</b>	<b>10</b>

tim sredinama, sadržane su (u centimetrima i pod oznakom  $y$ ) u priloženoj tabeli 3.

Ovaj niz  $y'$  iznosâ trebao sam zapravo u smislu jednadžbe 4 da označim sa  $Ay^x$ , što je me utim sporedno s obzirom

na injenicu, da on (u apsolutnom pomanjkanju boljega) ima fakti no da predstavi  $y'$  niz prema jednadžbi 24. Iz toga empirijskog niza upotrijebio sam za određene parametra  $C$  iz nose pripadne apscisama 5, 55, 95, 145. Kao što vidimo, ovi su iznosi na cijelo vremensko područje od 5 do 145 god. porazdi jeljeni u podjednanim intervalima (koliko je to u pogledu jednakosti bilo ovdje uopće moguće) po inju i ujedno, kao što to i treba da bude, sa najnižim dadenim vremenskim iznosom. Oni stoga daju najviše izgleda za dovoljnu tačnost parametar skih iznosa izra unanih samo iz četiri para koordinata.

Logaritme potrebne za ovaj rad unanje izradio sam iz Veginih tabela sa mantisama na 10 decimala (V e g a G e o r g:

Thesaurus logarithmorum completus, Leipzig 1794). Preciznost ovih tabela iskoristio sam, gdje je to bilo potrebno (pri interpolaciji), do krajnjih mogu ih granica. Za konstantni izraz na desnoj strani jednadžbe 34 (označimo ga kratko sa  $K$ ) izlazi prema tome računom, sa zaokruženjem na 6 decimala, iznos  $K = 0.529.562$ . Veći broj decimala nisam ovdje naveo (ma da sam faktički računao sa mnogo većim brojem decimala), jer to, kao što ćemo odmah vidjeti, nije bilo ni potrebno. Ispravan iznos za  $C$  može dakle praktički da bude samo onaj, koji po uvrštenju u varijabilni izraz  $F(C)$  na lijevoj strani iste jednadžbe daje za taj izraz vrijednost 0.529.562. U spomenuti varijabilni izraz uvrstio sam za  $C$  postepeno svega sedam vrijednosti. One su, zajedno sa pripadnim iznosima za  $F(C)$ , sadržane u priloženoj tabeli 4. Prvih pet iznosa za  $F(C)$  zaokruženo je na šest decimala, a zadnja dva na devet.

Tabela 4.

$C$	$F(C)$
305	0 356.427
1.005	0 397.576
100.005	0 409.762
200.005	0 409.818
500.005	0 409.852
1,000.005	0 409.863.620
100,000,000.005	0 409.874.516

Iz tabele izlazi, da sa rastenjem vrijednosti za  $C$  raste i vrijednost za  $F(C)$ , no da ova posljednja — ma da je  $C$  prekorila i već astronomski iznos od sto milijardi godina — stoji još uvijek daleko ispod navedenog  $K$  iznosa imaju i očit tendenciju da mu se sasvim približi tek u beskonačnosti. Tako bi se dakle starost, do koje smrekova stabla dotiču no sastojine na spomenutom bonitetu mogu prema navedenom toku prirašćivanja prosječno još da žive i rastu, protezala sve do u beskonačnost. To uostalom izlazi već i iz samog grafičkog prikaza spomenutog toka (krivulja  $y'$  na sli. 1.), koji je pri desnom kraju već skoro paralelan sa apscisnom osi, ma da još nije prekorila ni starost od 150 godina. Na lošijim stajbinskim bonitetima stvar je još izrazitija, jer, kao što je to poznato, na lošijim je bonitetima visinski prirast u mladosti slabiji, a u starosti jači i izdržljiviji nego na boljim.

Koliko mi je poznato, sli an tok pri desnom kraju visin sko prirasne, pa naravski i sadržinsko prirasne krivulje rezul tira iz svih novijih prirasno prihodnih tabela, što o ito zna i, da bi skrajnja granica, koju prosje no može da dosegne život i rasteenje stabla doti no sastojine, imala da' se protegne do u beskona nost. Ali kako da se ovo dovede u sklad sa poznatom injenicom, da ve ina stabala u sastojinama prestaje rasti i ugi ba ak i rano, pa da i ostala stabla mogu da dožive u najbo ljem slu aju tek oko pol do jednog milenija ili eventualno i nešto više (i to kod drugih, izdržljivijih vrsta drve a) prestavši naravski ve i prije toga da rastu u visinu? Razjašnjenje, dr žim, nije teško.

Krivulje priraš ivanja iz prirasno prihodnih tabela pred stavljaju, kao što je poznato, p r o s j e a n tok razvoja, a osim toga spomenute tabele sadrže tok rasteenja doti no priraš iva nja samo do starosti, u kojoj sastojine kao cjelina pokazuju još d o s t a d o b r o uspjevanje. Njihov prirast u toj starosti, ma da je ve daleko ispod onoga, što ga one pokazuju u doba najboljeg razvoja, ipak je još uvijek takav, kao da e sasto jina — sude i po cijelom dotadanjem toku razvoja — rasti sve do u beskona nost. No senilna slabost koja nakon toga sve više i sve ja e preotimlje maha, djeluje na tok rasteenja ne tek sama po sebi, ve još i u toliko, što nju neizbježno i sve više prate razna oboljenja, koja napokon prekinu nit života i raz voja daleko ranije, nego li bi to ina e bio slu aj.

Ma da dakle stabla i sastojine mogu da žive i rastu samo do prili no ograni enog broja godina, to je ipak njihov raz voj sve do postignu a izvjesne, ekonomski još dopustive starosti, sa kojom uop e prestaje svako promatranje razvoja, još uvi jek takav, kao da e — ma i u sve slabijem ritmu — trajati sve do u vje nost. I za nas stoga, kad se radi o analiti kom ograni enju razvoja stabala i sastojina, nije zapravo važno ono, što se fak ti n o zbiva po prekora enju starosti eko nomski još dopustive, ve što bi m o g l o da se zbude, kad se nilnost ne bi u sve ja oj mjeri bila pomagana i patološkim pro cesima. Mi dakle bez bojazni za ispravnost analiti kog izraza, kojim prosje ni tok priraš ivanja ima da se okarakteriše sve do nastupa starosti ekonomski još dopustive, možemo da gornju granicu razvoja protegnemo sve do u vje nost, što naravski ne može da ostane bez utjecaja na samu vanjsku formu osnov ne naše jednadžbe (24).

## II. FUNKCIJE PRIRAŠ IVANJA SA BESKONA NOM GORNJOM VREMENSKOM GRANICOM.

### 1. Kollerova funkcija.

Prema slici 2 i prema predzadnjoj jednadžbi pod 23 može parametar  $C$  da bude beskonačan samo posredstvom beskonosti desnog svoga dijela ( $ff_2$ ), dok gr. kao i  $r_l = B$  može kod prirasnih nizova da bude samo konačan. Ako su dakle veličine  $g$  i  $r$ , konačne, onda to isto važi i za njihov kvocijens;

$$\frac{Hüll Q}{ff} I \text{-----} \cdot (35)$$

pa prema tome (posredstvom jednadžbe 20 i zadnjih dviju jednadžbi pod 23) također za kvocijens:

$$\frac{r_2}{92} \quad \frac{D}{C - gi} \quad (36)$$

otkud za  $D$  izlazi izraz:

$$D * q (C \text{ ff} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot) (37)$$

Uvrstimo li ovaj izraz u jednadžbu 24, ali uzmemo li pri tom u obzir i prvobitni oblik parametra  $A$ , koji izlazi iz prve jednadžbe pod 23, onda (s obzirom i na ostale jednadžbe pod 23) izlazi:

$$' \cdot ff, " u \quad c \quad h \wedge \quad \ddot{A} \quad l \quad j \quad f \wedge \quad i \quad \text{>} \\ m \quad i \quad ' \quad r \quad c \quad \text{>} (38)$$

Nakon nekoliko jednostavnih transformacija (pri čemu u glavnom dolaze do izražaja operacije sa eksponentima, zatim vertikalna premiještanja i diobe) dobiva se odovud:

$$I - \frac{\check{Z}L}{C} \quad t | \quad \frac{x}{-V \check{I}} V^c \quad (39) \\ C \quad V \quad c$$

Postane li  $C$  beskonačan, onda se u ovoj zadnjoj jednadžbi brojnik prvog glavnog razlomka reducira na  $a$ , dok nazivnik drugoga glavnog razlomka (postaju i jednakim jedinici) ispada sasvim iz ravnine. Naprotiv nazivnik prvoga i brojnik drugoga razlomka primaju po poznatom pravilu infinitezimalnog ravnine oblike:

$$g_x^B \lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{FFL}{x^c})^x = D \cdot Q^E \dots \quad (40)$$

$$\lim C = S \cdot D \cdot O$$

doti no:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \sim |^c = p \sim I^x \dots \quad (41)$$

$$\lim C = \infty$$

gdje je  $e$  baza naravnih logaritama. Jednadžba 39 prima prema tome pod uplivom ovih promjena oblik:

$$y = \frac{a \cdot e^{Qx}}{B} * \frac{B}{ff} - qx \dots \quad (42)$$

iz kojega uz uvrštenje:

$$g^f = \frac{e^{Qx}}{A} ; \dots < \dots \dots \dots \quad (43)$$

izlazi konačno:

$$y = A \cdot x^B \cdot e^{-qx} \dots \quad (44)$$

gdje naravski nije  $A$  identično sa onim pod 24.

Time smo dakle došli do prirasne funkcije, koja ve i formalno vodi rauna o tome, da kod šumskih stabala i sastojina prirasna krivulja do starosti ekonomski još dopustive izgleda, kao da e rastenje potrajati sve do u vje nost (naravski sa tendencijom neprestanog približavanja prirasta prema nuli). Kao što vidimo, ova fû'ncija nije ništa drugo, ve neposredna posljedica pune prilagodljivosti osnovne funkcije (24) na oblik prirasne krivulje, kako se on kod šumskih stabala i sastojina prosje no o ituje do starosti ekonomski još dopustive. Funkcija 24, primijenjena na prirasne krivulje ovakovih oblika, prelazi prema tome ve sama po sebi neposredno u funkciju 44 i (pored ove) postaje u takvim slu ajevima bespredmetnom.

Na na in sli an postupku sadržanom u jednadžbama 21 do 24 izlazi i funkcija 44 iz jedne jednadžbe, koju je izveo ve Pearson, a koju Czuber navodi na str. 24 i 29 spomenu tog svoga djela. Samo naravski, pošto ova funkcija stoji sa svim postrance od cilja, koji je lebdio pred o ima spomenutim autorima, oni je nisu ni izveli, pa ni nikakvom mišlju uop e taknuli (koliko mi je barem poznato).

Izvedemo li u jednadžbi 44 supstituciju:

$$e = Q \quad (45)$$

onda iz nje izlazi poznata K o l l e r o v a funkcija priraš ivanja:

$$y' = Ax^B Q^x \quad (46)$$

koja, kao što vidimo, nije zapravo ništa drugo, ve posebna jedna forma jednadžbe 44.

K o l l e r je ovu funkciju postavio u formi razlomka i dru ga ijim slovima za parametre (vidi br. 6, str. 34), što me u tim ne mijenja na stvari ništa. Postavljaju i je bez ikakova iz vo enja preuzeo ju je K o l l e r zapravo od Danca Grama, samo s tom razlikom, da ju je Gram preporu io kao jed nadžbu raste nja, a K o l l e r kao jednadžbu priraš i vanja, što je svakako ispravnije. Krivulja priraš ivanja opada naime ve za života stablova doti no njegova vrha (kod visin skog prirasta razmjerno ak i vrlo rano), dok opadanje krivu lje raste nja može da se zamisli samo kao pojav posmrtnog ras padanja, koji u okvir razmatranja o samom raste nju (kao iz razitom pojavu života i životne energije) zapravo ni ne spada. S druge strane ve i sam pojam fiziološkog raste nja u o itoj je suprotnosti sa pojmom opadanja, koji je uz jednadžbu 46, pa naravski i 44 i 24, svakako vezan.

Da li je i G r a m jednadžbu 46 postavio bez izvo enja ili ju je baš formalno izveo i na kojem principu, nije mi poznato, jer G y l d e n f e l d t izvješ uju i o njoj u asopisu »Zeitschrift für Forst und Jagdwesen« od 1880. godine (str. 240) ne na vodi u tom pogledu ništa.

## 2. Piš eva funkcija.

### a) Izvod

Kad smo ve za funkciju priraš ivanja prihvatili na elo, da gornja njena vremenska granica (barem kod šumskih staba la i sastojina) ima da seže do u beskona nost, onda sa jed nadžbama 44 i 46 nije sasvim iscrpljena zaliha ovakovih funk cija izvedivih strogo iz osnovne funkcije priraš ivanja (24 do ti no 22).

Vidjeli smo, da su svi parametri u jednadžbama 17 i 20 pozitivni. No jednadžba 20 ostaje fakti no nepromijenjena, ako se npr. pred oba izraza na desnoj njenoj strani stave i nega tivni predznaci, t. j.

$$\frac{\xi i}{\eta i} = \frac{J_j}{J_{\frac{j}{2}}} \quad \bullet \quad (20a)$$



Uvrste li se u jednadžbu 22 ovi negativni predznaci, dobit e ona oblik:

$$f - |a|^{-y} \cdot x \frac{1}{\sqrt{f f_i g z}} \dots \quad (47)$$

Ako se izraz u zadnjoj zagradi stavi na zajedni ki na zivnik, onda se brojnik prvoga i nazivnik (novo nastalog) drugog razlomka krata me usobno, pri em u brojniku prvog razlomka preostaje samo još izraz *a*, dok nazivnik drugog razlomka otpada sasvim. Ako se zatim izraz  $(-g_i)^{r_i}$  iz nazivnika prvog razlomka premjesti pod još preostali brojnik spomenu tog drugog razlomka, t. j. pod izraz  $(g \setminus -g \% -x)$  onda mogu oba ova izraza da se stave pod zajedni ki eksponent, te da se zatim (kao brojnik i nazivnik istoga razlomka) izmnože oba sa  $(-1)$ . Time jednadžba 47 dobiva sada oblik:

$$f' = \frac{a}{f f_i} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{f f_i^{r_i}} (g_i - O_i + x) - r^* \dots \quad (48)$$

a ako se ovaj transformira s obzirom na negativnost eksponenta, dobiva se dalje:

$$y = \frac{a \cdot 32}{g t^n} \cdot \frac{r_a}{x} \cdot \frac{r_i}{i g t - f f_i + x} \dots \quad (49)$$

Kao što vidimo, *gt* mora i ovdje — jednako kao i kod prijašnjih izvoda — da bude ve e od *gi* (pa da prema tome, naravski u istom omjeru, bude tako er i  $r_2 > r_1$ ). Ina e bi naime *y'* moglo eventualno da izi e i kao negativno, što je pak s obzirom na pozitivni karakter prirasta nedopustivo. Osim toga dovodio bi odnos  $gt > g_2$  nužno i do toga, da pri izvjes nom (od nule ve em) iznosu za *x* padne nazivnik desnog (varijabilnog) razlomka na samu nulu, posljedicom ega bi bio iznos = oo, što bi tako er bilo u protivnosti sa stvarnoš u. Svome teoretskom zadatku može dakle zadnja jednadžba da sasvim udovolji samo uz uslov  $g \% > g_i$ , doti no i  $r_0 > r_i$ , koji je me utim (kao što emo odmah vidjeti) i lako ispunjiv.

S druge strane da bi  $g_2$  bilo beskona no, kao što je to npr. slu aj u jednadžbama 38—41 (s obzirom na predzadnju jednadžbu pod 23), to sada nije nikako potrebno, jer i sada ostaje  $y' > 0$  sve do u vje nost i tek pri apscisi  $x = 00$  mora  $y'$  (radi odnosa  $r_i > r_0$ ) da padne na nulu. Varijabilni razlomak zadnje jednadžbe može naime da se transformira na oblik:

$$(92 - gi + x)^{?} M I \left( t_{r,} \bullet * 's I \right) \dots (50)$$

u kojem za slu aj  $x = 00$  pada prvi sumand na nulu. Da pak drugi sumand uzmogne u tom slu aju da postane beskona no velikim, pa da prema tome  $y'$  uzmogne da padne na nulu, uslov je  $r_2 > r_1$ . To je dakle osnovni uslov za ispravnost jednadžbe 49 i tome uslovu trebamo, a i možemo da udovoljimo ve a priori. Treba naime u tu svrhu samo da se stavi:

$$\begin{aligned} r_1 &= c - 1 \\ r_2 &= c + 1 \end{aligned} \quad (51)$$

gdje  $c$  nosi parametarski karakter i mora da bude ve e od 1.

S obzirom na jednadžbu 20 moraju prednji iznosi da sa i njavaju razmjer:

$$\begin{aligned} c - 1 & \quad gi \\ c + 1 & \quad gi \end{aligned} \quad (52)$$

iz kojega izlazi:

$$\dots \dots \dots (53)$$

gdje, kao što vidjesmo,  $g_2$  (isto tako kao i  $g_1$  i  $c$ ) mora da bude kona na na veli ina.

Uvrsti li se ovaj zadnji izraz, jednako kao i izrazi pod 51, u jednadžbu 49, onda iz nje nakon izvjesnih stezanja i kra e nja izlazi:

$$\begin{aligned} & c - 1 \\ & \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (54)$$

Stavi li se sada:

$$\begin{aligned} & 2 (c+1) \dots 1 \\ & \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (55)$$

gdje  $A$ , kao što vidimo, ima druga ije zna enje nego dosad, onda tražena funkcija priraš ivanja dobiva kona an oblik:

$$y'' = \frac{Ax - \sqrt{b(c - \frac{1}{2}x)}}{(b + r/x)^2} \dots \dots \dots (56)$$

gdje tako er moraju dakako svi parametri da budu pozitivni. Time smo ujedno dobili funkciju sa istim osnovnim svojstvima kao i kod funkcija 44 i 46, ali sa izrazitom jednom prednosti prema dosadanjim funkcijama, koju ćemo upoznati kasnije.

**b) Analiti ka verifikacija**

Funkcije 44, 46 i 56 razlikuju se, kao što vidjesmo, od osnovne funkcije priraš ivanja zapravo samo po tome, što je kod njih gornja granica priraš ivanja ve a priori pomaknuta do u beskona nost, dok osnovna funkcija vodi ra una i o ko na noj granici. S obzirom na to može s pravom da se predmni jeva, da i ove druge tri funkcije imaju sva ona svojstva, koja su potrebna za punu karakterizaciju toka priraš ivanja unutar granica starosti ekonomski još dopustive. Za funkciju 46 do kazao je to u punoj mjeri sam Koller. S obzirom na potpu nu stvarnu koincidenciju njegove funkcije sa funkcijom 44 va ži njegov dokaz i za ovu funkciju. Meni dakle preostaje da to fakti no dokažem samo za funkciju 56, jedno zato što se ta funkcija u formalnom pogledu bitno razlikuje od onih pod 44 i 46, a drugo i radi formulisanja njenih karakteristi nih ta aka.

Uvrsti li se u nju za  $x$  iznos 0, onda iz nje, doklegod je  $c > 1$ , slijedi iznos  $y' = 0$ . Kako ovo kod funkcije priraš iva nja mora fakti no i da bude to otud slijedi, da  $c$  mora svaka ko da bude ve e od 1.

Uvrsti li se u nju iznos  $jc = \infty$ , onda iz nje, kao što je to pokazano ve na jednadžbi 49, mora opet da izi e  $y' = 0$ , a na to nas, kao što vidjesmo, upu uje ve i sam tok prirasnih krivulja, kako se on o ituje poslije kulminacije prirasta pa do starosti ekonomski još dopustive.

No na koji na in izlazi krivulja 56 iz samoga isho dišta koordinatskog i kako se na kraju opet vra a u apscis iju oš?

Prvi diferencijalni kvocijenat naše funkcije glasi:

$$y'' = \frac{Ax - \sqrt{b(c - \frac{1}{2}x)}}{(b + r/x)^2} \dots \dots \dots (57)$$

Uvrsti li se ovamo iznos  $x = 0$ , onda za  $y''$  izlazi ili iznos  $\frac{A}{\#}$

O ili iznos ili pak iznos ve prema tome, da li je  $c > 2$  ili pak  $e = 2$  ili napokon  $c < 2$ .

U prvom slučaju, izlaze i iz ishodišta koordinatskog u smjeru tangencijalnom na apscisnu os, odgovara i krivulja 56 krivulji  $y'$  na si. 1, dok drugi i treći slučaj, ma da su po jednadžbi još mogu i, ne dolaze kod prirasnih krivulja zapravo u obzir.

Pri primjeni jednadžbe 56 na krivulje prirašivanja mora dakle da za parametar  $c$  iziđe svakako iznos veći od 2.

Uvrstimo li sada u jednadžbu 57 za  $x$  iznos  $\infty$  onda iz nje može da iziđe samo iznos  $y'' = 0$ , jer  $x$  u nazivniku stoji pod većim eksponentom nego u brojniku. Otud pak slijedi, da se i krivulja 56 vraća u apscisnu os samo u smjeru tangencijalnom na tu os, kao što to prema toku konkretnih prirasnih krivulja mora zaista i da bude.

Stavimo li napokon već a priori  $y'' = t$ , pa riješimo li onda ovu jednadžbu po  $x$ , onda iz nje — kao glavno rješenje — izlazi za  $x$  izraz:

$$x = \frac{b(c-1)}{c-3} \dots \dots \dots (58)$$

koji predstavlja apscisu jedine kulminacije te krivuljine. Ako se naime ova apscisa uvrsti u drugi diferencijalni kvocijent funkcije 56, koji glasi:

$$\frac{c+3}{(b+x)^2}$$

onda za  $y''$  izlazi iznos negativan.

Osim spomenutog glavnog rješenja po  $x$  dopušta jednadžba  $y'' = 0$  još dva takova rješenja. Prvo od njih (naravno) bilo bi:  $x = 0$ , a drugo:  $x = \infty$ . Uvrsti li se u jednadžbu 59<sup>1</sup> prva od ove dvije vrijednosti, onda iz te jednadžbe — već prema tome, da li je  $c < 3$  ili pak  $c = 3$  ili napokon  $c > 3$  — izlaze za  $y''$  iznosi, prema kojima se u ishodištu koordinatskom nalazi ili minimum krivulje 56 ili pak njena infleksionata ka (i to sa samom apscisnom osi kao tangentom u toj tački). Uvrsti li se pak u zadnju jednadžbu

iznos  $x = \infty$ , onda ona radi većeg eksponenta u nazivniku mora svakako da daje samo iznos  $y'' = 0$ , a to isto važi i za sve daljnje derivacije jednadžbine. Krivulja 56 nema dakle p

na apscisi  $x = \infty$  ni infleksionata ni pravog minimuma; ona se tek približuje prema apscisnoj osi kao prema svojoj asimptoti, što unutar granica starosti ekonomski još dopustive (kao što vidjesmo) i prirasne krivulje.

Stavi li se napokon ve unaprijed  $y''$  — o pa riješi li se onda ova jednadžba po  $x$ , onda iz nje izlazi za  $x$  dvovrijednosni izraz:

koji određuje apscise obiju infleksionih ta aka krivuljinih, na laznih naravski desno od ordinatne osi, pošto vidjesmo, da  $c$  mora svakako da bude ve e od 2. Jedino je naime uz ovaj uslov izraz pod korijenom manji od 1, tako da obje infleksione ta ke moraju da padnu s desna od ordinatne osi: prva lijevo od kulminacione ta ke, a druga desno, kako to odgovara i krivulji  $y'$  na si. 1.

Iz svega prednjega vidimo dakle, da i krivulja 56 može da prosje ni tok priraš ivanja, kako se on o ituje do starosti ekonomski još dopustive, okarakteriše sasvim strogo.

### III. PRIMJEDBE K FUNKCIJAMA PRIRAŠ IVANJA.

Funkcije priraš ivanja, same za sebe, ne mogu za prakti nu primjenu da imaju onakovog zna enja, kakovo može da se pripíše funkcijama rastenja. Razlog je tome okolnost, da prirast kao diferencija izme u dva po dva susjedna  $y$  iznosa ne može u svrhu ispitivanja svoga toka da se mjeri direktno, ve tek može da se indirektno izvede iz postepeno izmjerenih  $y$  iznosa. Tako je to barem u ogromnoj ve ini slu ajeva, t. j. kod sadržinskog prirasta uvijek, a kod visinskog prirasta u velikoj ve ini slu ajeva — izuzevši jedino (i to opet samo kad što) slu ajeve, gdje imamo posla sa stablima etinja a, koje se razgranjuju pršljenasto.

Radi toga svakako je naravnije, ako se i pravilni tok priraš ivanja (u smislu analiti ke krivulje) izvodi ne direktno iz samih funkcija priraš ivanja, ve indirektno iz funkcija rastenja.

S druge strane iznosi prirasta, izvedeni ovako putem diferencija iz izmjerenih  $y$  iznosa, ja e su optere eni pogreška ma mjerenja nego sami  $y$  iznosi. Može doduše da se desi, da dva uzastopna  $y$  iznosa budu izmjerena pogrešno, a da pri tom iznos prirasta (iz njih izveden) ostane ipak bespogrešan, što bi bilo, kad bi kod oba  $y$  iznosa pogreške mjerenja imale i isti predznak i isti iznos. No jednako je vjerojatan i slu aj obrnutih predznakova, u kojem se slu aju obje pogreške mjerenja pri izvo enju prirasta iz izmjerenih  $y$  iznosa kumulišu, pa stoga amplituda pogrešnosti (da se tako izrazim) izlazi kod prirasta duplo ve om nego kod same osnovne mu veli ine.

To je što se ti e apsolutnih iznosa pogrešnosti. Relativna pak pogrešnost (izražena u procentima) tereti prirast — u pore enju prema samoj y veli ini — još kud i kamo ja e nego apsolutna pogrešnost, i to radi mnogo manjeg iznosa prirasta u pore enju prema iznosu same y veli ine.

Pogreške u izmjeri prirasta umanjuju se doduše, ako y iznose mjerimo u ve im distancijama vremena, recimo svake desete godine. No tako dobiveni iznosi prirasta, kao prosje ni godišnji iznosi, udaljuju se ve više ili manje od onih iznosa, koji bi prema pravilnoj krivulji priraš ivanja imali fakti no da padnu vremenski baš u polovice pojedinih perioda. Istina, u mnogo slu ajeva može ovakav prosje ni iznos prirasta skoro na dlaku ta no da se smatra, kao da je dospio (uslijedio) baš u polovici periode, što biva u doba, kad je krivulja priraš ivanja približno pravna. No kad se ona ja e savija, onda ovakav prosje ni iznos ne spada po svojoj veli ini ta no u polovicu svoje periode, ve ili nešto prije ili nešto kasnije (t. j. prema smjeru, u kojem se krivulja savija).

Ove diferencije prema sredinama perioda nisu doduše kod 10 godišnjih perioda velike, ali su ipak takove, da u zajednici sa ve spomenutom manjkavoš u u ustanovljivanju prirasta znatno smanjuju preciznost teoretskih prirasnih krivulja — iz vedenih na osnovi ovako manjkavog osnovnog materijala — u pore enju prema preciznosti teoretskih krivulja raste nja, izvedenih na osnovi materijala svakako pouzdanijeg.

Radi toga i jer mi direktno mjerimo ne sam prirast, ve osnovne mu veli ine, imaju jednadžbe raste nja svakako više smisla i prakti nog zna enja.

## C) FUNKCIJE RASTENJA.

### I. KOLLEROVA FUNKCIJA.

Funkcije priraš ivanja nisu, kao što znamo, ništa drugo, ve prve derivacije funkcija; raste nja. Stoga se integracijom pripadnih im diferencijala moraju naravski da dobiju funkcije raste nja. Iz funkcije 44, koja zapravo nije ništa drugo, ve ana liti ki podesniji oblik funkcije 46, izlazi kao prethodni, nedovršeni još oblik funkcije raste nja izraz:

(61)

o

koji može da se dovrši i za primjenu udesi samo putem tzv.

parcijalne integracije. Prije toga nešto ćemo ga ujednostavniti putem supstitucije:

$$-qx = i \dots : r \dots \quad (62)$$

otkud obrnuto izlazi:

Uvrstimo li ova tri izraza u jednadžbu 61 i imamo li pri tom u vidu obje integracione granice, zamjenom kojih mijenja se ujedno i predznak integrala, dobit ćemo ta jednadžba oblik:

$$l / r v, \wedge \wedge S \quad (64)$$

i.  $\ddot{A} \wedge t e f i \ddot{A} A t i$

Konstantni izraz, koji se ovdje nalazi pred samim integralom, pustit ćemo prethodno iz vida, a i sam integral uzet ćemo prethodno u neodređenoj formi, t. j. bez obzira na granice, i označit ćemo ga kratko sa:

$$f o = \dot{S} \cdot r B I L' \quad m, \quad (65)$$

Po poznatoj formuli:

$$j u \cdot do = uo - / o \cdot du \quad \bullet \quad V \quad (66)$$

gdje ima da bude:

$$u M f ; do = e \cdot dg \dots \dots \dots \quad (67)$$

izlazi sada za  $I_0$  izraz:

$$/ o \cdot \dot{S} e B l l \quad r b \_ i \ddot{E} \quad e dl \quad \bullet \quad (68)$$

gdje je integral u suptrahendu (označimo ga kratko sa  $I_x$ ) sa svim analogan integralu pod 65. Zato on uz supstitucije:

$$u = I \frac{B \_ I}{\dots}; do = e \frac{\%}{dl} \quad \bullet \quad (69)$$

dobiva oblik:

$$/, = \sim^l e - (B - 1) J l^B \sim^2 e dl \quad I \quad (70)$$

Supstituiramo li dalje:

$$u = I^{B-2}; do = e \frac{!}{d\zeta} \dots \dots \dots (71>$$

onda integral u suptrahendu jednadžbe 70 dobiva oblik:

$$7_0 = \int_{D-2}^i e^{-(B-2)Ji} f^* \beta - 3 \int e dt \dots \dots (72>$$

Kad bismo ovako, uz uslov da je **B** cijeli broj, nastavili sve dotle, dok koeficienat pred integralom u suptrahendu ne padne na iznos **B h- B - O**, dobili bismo kao zadnji parcijalni integral izraz:

$$7_0 = \int_{B-B}^i e = e \frac{I}{\dots} \dots \dots (73>$$

Uvrštenjem ovoga zadnjeg integrala u predzadnji ČI<sup>^</sup> % ovoga opet u predidu i itd. sve unatrag do 7<sub>0</sub> (ovo sve uz istodobno izmnoženje pojedinih parcijalnih integrala sa koefi cijentima, koji se pred njima nalaze) bila bi neodre ena inte gracija izraza 64 dovršena, pa bi preostalo samo još da se taj, neodre eni integral odredi s obzirom na obje integracione gra nice. Time bi funkcija rastenja bila daдена u kona noj formi.

Za integraciju izraza 64 potrebno je dakle, da nam je pa rametar **B** poznat ve a priori, t. j. moramo ga ustanoviti ve iz funkcije 44, a na na in ili elementarni ili po metodi najma njih kvadrata. Kako pri tom izlazi **B** u ogromnoj ve ini slu ajeva kao razlomak (s obzirom na beskona nu množinu razlo maka mogu ih teoretski izme u dva po dva susjedna cijela broja), to bi rješavanje integrala pod 64 imalo u pravilu da dovede do beskona nog reda, neupotrebitog naravski za izvod funkcije, o kojoj se radi. Da bismo ipak mogli pri tom svakako da do emo do reda kona nog, mora **B** da se zaokruži na ci jeli broj. Uz taj uslov, a na opisani na in, izlazi za 7<sub>0</sub> izraz:

$$B(B \setminus)(B 2)S^B \dots \dots \dots + (I)^B B(B \setminus) \dots 3.2A] (74)$$

S obzirom na laku uo ljuvost pravila, po kojem jedan iza drugog slijede predznaci pojedinih lanova u ovoj alterna tivnoj sumi, može ona da se napiše i ovako:

$$7_0 m e ( D \bullet \dots ( I)^l B i^s \dots \dots ( I)^2 B (B I) \dots + ( - 1)^3 B (B - ! ) ( \text{£ } \$ - 2 ) ^ \wedge \dots \dots + ( - 1)^B J3! \sim | \dots (75)$$



Izvrši li se određenje ovoga neodređenog još integrala s obzirom na spomenute (pod 64) integracione granice, onda jednadžba 64 dobiva oblik:

$$y = \frac{A(-1)^B t^B}{V+iK-i} \gg i - \ll \frac{-Qx}{(1)^0} (qx)^B$$

$$(1fBi q x)^* \quad B(B \setminus)(qx)^B \quad * \quad +$$

$$(-, f_B(B \sim \setminus)(B^2)(qx)^B \quad + \cdot \cdot \cdot + (1)^B B \setminus \quad (76)$$

Ako se suptrahend izraza<sup>1</sup> u viti astoj zagradi i podijeli i pomnoži sa  $(-1)^B \setminus$ , onda se ovaj izraz, pošto dolazi i u minuendu, može da stavi pred viti astu zagradu, ime se brojnik razlomka pred tom zagradom osloba a od izraza  $(-1)^B$ . Isto dobnno se svaki sumand iz uglate zagrade mijenja u toliko, što svagdje ispred  $qx$  ispada negativan predznak, te što se ujedno izraz  $B!$  iz svakog nazivnika (osim prvoga) krati djelomice ili i sasvim (kod zadnjega) sa brojnikom. Ako se još i sam slijed sumandâ iz uglate zagrade obrne, onda iz gornje jednadžbe izlazi kona no:

I • • Mn. . . . . 

To bi dakle bio definitivni oblik jednadžbe 64 uz re eni uslov, da se naime  $B$  zaokruži na cijeli broj.

Prof. Guttenberg (spomenuto djelo, str. 61) veli o jednadžbi 77, koja prema Kollerovom na inu pisanja iz gleda kompliciranijom, da je preve komplicirana, a da bi mogla da nade primjenu u praksi. Osim ovog isto prakti nog pri govora može toj jednadžbi da ih se stavi i nekoliko isto teo retskih. Jedan od njih bio bi taj, da ona posredstvom svojih parametara — koji ili svi (po Kollerovom predlogu) ili baršem djelomice ( $B$ ) moraju da se izra unaju iz jednadžbe 44 — stavlja svoje 37 iznose u zavisnost od prona enih (empirijskim putem)  $y'$  iznosa, t. j. iznosa koji su iz razloga malo prije spo menutih svakako manje pouzdani od samih prona enih  $y$  iz nosa. Osim toga samo zaokruživanje parametra  $B$  uzrokom je izvjesnoj pogrešnosti te Kollerove funkcije, pogrešnosti koja to ja e mora da dode do izražaja što je manji sam po se

bi taj parametar i što ja e u pojedinom slu aju mora on da se zaokruženjem promijeni.

Po mojem gornjem izvodu, koji se u mnogo em razlikuje od K o l l e r o v o g, izlazi ova K o l l e r o v a funkcija u isto formalnom pogledu znatno jednostavnijom nego po K o l l e r o v o m izvodu i po originalnim njegovim oznakama, jer ju je on izveo iz jednadžbe 46, koja je (kao što rekoh) analiti ki nepodesnija od jednadžbe 44, od koje sam pri gornjem izvodu pošao ja. No ni sada još ne gubi jednadžba 77 nikako onaj ne povoljni karakter, što joj ga spomenutom izjavom pripisuje G u t t e n b e r g.

Ako bi se od parametara jednadžbe 77 samo **B** ra unao iz jednadžbe 44, onda bi se konstantni, ali sastavljeni izraz pred glavnom zagradom morao da zamijeni jednim jedinim parametariskim izrazom (novim naravski).

## II. PIŠ EVE FUNKCIJE.

### 1. Osnovna funkcija.

Ako se i brojnik i nazivnik na desnoj strani jednadžbe 56 podijeli sa:

$$\frac{c-1}{x} = X. \quad (78)$$

onda iz nje jednostavnom daljnjom transformacijom izlazi di ferencijal:

$$dy \gg Ax^{-2} \int \frac{b \sqrt{c-1}}{x} dx \quad (79)$$

a odovud:

$$y = A \int_0^x \frac{b \sqrt{c-1}}{x^2} dx \quad (80)$$

Stavimo li sada:

$$\frac{b}{x} = t. \quad (81)$$

otkud obrnuto izlazi:

$$x = \frac{1}{t}; \quad dx = -\frac{1}{t^2} dt \quad (82)$$

pa uvrstimo li sva ova tri izraza u jednadžbu 80, onda iz nje

stezanjem i s obzirom na nove integracione granice u smislu  
 jednadžbe 81 kao i s obzirom na poznato pravilo, da se me u  
 sobnom zamjenom integracionih granica mijenja ujedno i  
 predznak integrala, izlazi:

$$\frac{b}{x}$$

Stavimo li nadalje:

$$1 + \dots \dots \dots (84)$$

otkud obrnuto izlazi:

$$\dot{S} = tj - 1; \hat{u}f| = \dots \dots \dots (85)$$

pa uvrstimo li sve ovo u jednadžbu 83, onda iz nje izlazi:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)| \ll f(x) \dots (86)$$

Izvedemo li napokon u zadnjoj jednadžbi supstituciju:

$$b^A c^A \dots \dots \dots (87)$$

onda iz nje izlazi kona ni oblik tražene funkcije rastenja t. j.

$$1 + \frac{b^a}{x} c^a \dots \dots \dots (88)$$

koji bi u formi analognoj jednadžbi 56 glasio tako er:

$$y = \int_{b^a}^c \frac{1}{x} \dots \dots \dots (88a)$$

Kao što vidimo, ovaj zadnji oblik funkcije razlikuje se od  
 funkcije 56 samo po tome, što je ovdje i u brojniku i u naziv  
 niku eksponent jedan te isti. Prema tome je dakle ova funkcija  
 r a s t e n j a jednostavnija od pripadne joj funkcije priraš  
 i v a n j a, što je sasvim u suglasju sa oblicima pripadnih im  
 krivulja. Dok naime ve i iznos eksponenta u nazivniku jed  
 nadžbe 56 vu e krivulju priraš ivanja nakon kulminacije sve  
 više prema apscisnoj osi, to jednakost eksponenta u jednadžbi  
 88 a ne dopušta kod krivulje rastenja nigda i nikakovog opa

danja. Iznos naime u zagradi, koji je pri  $x = 0$  tako er jednak nuli, nakon toga neprestano raste konvergiraju i (sa rastenjem apscise do u beskona nost) prema iznosu 1, što se još bolje vi di iz prvog funkciijnog oblika (pod 88).

Kao grani ni iznos  $y$  veli ine prema gore izlazi dakle kona ni i asimptoti ki iznos  $a$ , dok iz verifikacije jednadžbe 56 izlazi, da 37 veli ina (rastu i neprestano od iznosa 0 do iz nosa  $a$ ) prolazi kroz jednu jedinu infleksionu ta ku odre enu (u pogledu apscise) jednadžbom 58.

Osim toga iz verifikacije jednadžbe 56 izlazi, da krivulja 88 izlazi iz ishodišta koordinata u smjeru tangencijalnom na apscisnu os, te da na isti na in konvergira i prema (paralelnoj sa apscisnom osi) asimptoti  $a$ , što je sve u suglasju sa oblikom  $y$  krivulje na si. 1.

Prednja jednadžba ima dakle sva svojstva potrebna za karakterizovanje rastenja, kako je ono predo eno na slici 1. Krivulja, koja izlazi iz te jednadžbe, mora prema tome da se dovoljno priljubljuje uz konkretne krivulje rastenja (nacrtane na osnovi podataka izmjere). No poznato je s druge Strane, da stepen prilagodljivosti, s kojim se izvjesna teoretska krivulja priljubljuje uz daden kakav niz  $y$  iznosâ, ne zavisi samo od op eg karaktera doti ne funkcije, ve i od broja parametara u njoj. Što je ve i broj tih parametara, to — kod principijelno ispravnog karaktera funkcije — mora da bude ve a i priljub ljivost.

Broj parametara u jednadžbi 88 može da se pove a samo još s jednim, i to onim koji može da se postavi direktno iznad samoga  $x$ . To bi onda bila jednadžba, koju sam na spomenu tom mjestu priop io i u pogledu priljubljivosti demonstrirao 1930. godine. Na kraju ove studije izvest u posebno ovaj op e nitiji oblik zakona rastenja, no moram ujedno ve sada da is taknem, da njegova prakti na primjena zadaje razmjerno mno go više posla nego primjena funkcije 88, premda se ni kod ove funkcije ne izra unavaju parametri baš udobno i brzo. Ni ona naime (jednako kao i K o l l e r o v a) ne spada u red funkcija linearnih, radi ega je i kod nje pri izra unavanju parametara potrebno dosta logaritmovanja i antilogaritmovanja i osim to ga pri izra unavanju po metodi najmanjih kvadrata mora cijeli posao da se bar još par puta ponovi. Toga radi podvr i emo je izvjesnoj modifikaciji, kako bi se od nje dobila funkcija, kod koje je nepotrebno i ovo ponavljanje ra una, a i bilo ka kav posao sa logaritmima — razmjerno najve i i najmu niji dio cijeloga posla.

2. Pojednostavnjeni oblik funkcije.

Nazivnik funkcije 88 može lako da se razvije u tzv. binomski red, obično beskonačan, pošto  $c$  samo sasvim izuzetno može da bude cijeli broj. Na taj način iz spomenute funkcije izlazi funkcija:

w

koja uz supstitucije:

$$a = A, \quad b = B;$$

$$f(x) = (c) \dots$$

prima ujednostavnjeni oblik:

$$y = \frac{1}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^3} + \frac{D}{x^4} + \frac{E}{x^5} + \dots \quad (9)$$

sa  $A, B, C, \dots$  kao parametrima. Što je više u funkciji tih parametara dotično u nazivniku članova (po evši od  $1/x$  pa na desno), to se ona dadenom kakvom nizu  $y$  iznosa prilagođuje sve bolje.

Kao što vidimo, ova funkcija — pri ograničenom broju članova u nazivniku — predstavlja samo približnu funkciju 88. Što je broj spomenutih članova manji, to se ona više udjeljuje (s principijelnog gledišta) od funkcije 88. Ipak me utim vidimo iz nje već na prvi pogled, da pri kolikomgod broju članova u nazivniku (po evši od 2 pa prema gore) mora za slučaj  $x = 0$  da iziđe i  $y = 0$ , dok pri  $x = \langle x \rangle$  izlazi  $y = A$ . U ovom je dakle pogledu funkcija 91 bezuvjetno suglasna sa funkcijom 88. Što se pak tiče ostalih karakteristika, one kod funkcije 91 (uzevši ovdje u obzir i njenu derivaciju) zavise o broju članova u nazivniku dotično o broju parametara. Kod izvjesnih brojeva parametara može i ova funkcija da ima sva ona karakteristična svojstva, što ih kao funkcija rastenja treba da ima. Kod izvjesnih pak brojeva parametara manjkaju joj ili neka ili i sva ta svojstva (osim onih dvaju, što smo ih baš vidjeli malo prije). Svakako me utim broj parametara (dotično članova u nazivniku) ne bi smio da bude manji od 4, no s druge strane ni kod najvećih zahtjeva u pogledu prilagodljivosti uz dane  $y$  nizove nije potrebno da bude već i od 6. Pri tom bi — koliko mi

je to mogu e ve sada prosuditi — ona donja granica u broju parametara imala da važi za tok rastenja visine, a ova gornja za tok rastenja drvene mase.

Funkcija 91 ne predstavlja me utim — po izravnoj formi svojoj — još uvijek ono, za im se ovdje ide. Kao što naime vidimo, ni ona sama nije još linearna. No zato je (s obzirom na parametre kao nepoznanice) potpuno linearna njoj recipro na funkcija:

$$I \quad I \quad . \quad B \quad i \quad f \quad C \quad 2 \quad D \quad 3$$

koja uz supstitucije:

$$I \quad B \quad / \quad C \quad D \quad .$$

dobiva definitivan oblik:

$$y^{-i} - a \text{ ff } \beta x^{-i} + yx^{-2} + \hat{\alpha} x^{-3} f \text{ ex}^{-4} \quad . . \quad (94)$$

Sa  $a, \beta, y, \dots$  kao novim parametrima. Ova dakle funkcija dopušta udobno i razmjerno brzo izra unavanje parametara, bilo to po metodi elementarnoj ili pak po metodi najmanjih kvadrata. Iz poznatih pak parametara funkcije 94 dobivaju se parametri funkcije 91 uz jednostavno obrnu e pojedinih izraza pod 93 t. j. po formulama:

$$A = \pm \quad ; \quad B = A \beta \quad ; \quad C \sim A y \quad ; \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad (95)$$

No taj postupak nije baš ni potreban, jer na osnovi poznatih iznosa za  $a, \beta$  it j pa prema tome i za  $y^1$  izlazi  $y$  iznos za kojugod starost kao jednostavna recipro na vrijednost iznosa  $y^1$ . Na ovaj na in dolazimo dakle do  $y$  niza prema funkciji 91 bez potrebe da uop e poznajemo same parametre te funkcije. Njihovu zada u vrše naime indirektno parametri funkcije 94.

#### D.) IZRA UNAVANJE PARAMETARA.

Primjena funkcija rastenja nije mogu a bez poznavanja konkretnih iznosa za njihove parametre. Stoga moram da za funkcije 88 i 94 razložim u glavnim linijama i princip izra unavanja tih iznosa. Kao što rekoh, parametri mogu da se izra unaju ili po metodi elementarnoj ili pak po metodi najmanjih kvadrata.

I. IZRA UNAVANJE PO METODI ELEMENTARNOJ.

Za izra unavanje po ovoj metodi potrebno je, kao što vi djesmo, da nam je poznato samo onoliko koordinatnih parova, koliko u funkciji ima parametara (nepoznanica). Po uvršte nju ovih parova (svakoga zasebno) u doti nu funkciju dobiva se isto tolik broj »posredovnih« jednadžbi, iz kojih onda mogu više ili manje lako da se izra unaju nepoznanice.

Kako je funkcija 94 ( s obzirom na parametre kao nepoznanice) sasvim jednostavna linearna jednadžba, to je kod nje ovaj postupak sasvim jednostavan, pa se na njega ne uop e ni osvrutati. Moram me utim da ga u glavnom pokažem za funkciju 88, iz koje s pomo u tri poznata koordinatska para iz laze posredovne jednadžbe:

$$y_x \quad Ma \quad m \quad j$$

$$y_{2=50} (1 + - \setminus \sim^c \dots, \dots, \dots) \quad (96)$$

$$M \quad a \quad 1 \quad \frac{b}{3}$$

Eliminacijom nepoznanice *a* izlaze odovud jednadžbe:

$$\begin{aligned} >2 \quad ( \ddot{o} + i1 ) \setminus c \quad j \\ \text{Vi} \quad \setminus xi(bH-x_2) \quad I \cdot \cdot \cdot I - \quad (97) \\ J > 3 / = (X_3 \setminus (b + xi) ) \setminus C \\ yi \quad \setminus Xi ( k \setminus m ) \quad j \end{aligned}$$

ijim logaritmovanjem i me usobnim podjeljenjem biva eliminirana i nepoznanica *c*, pa preostaje samo još jednadžba:

$$\frac{\log \frac{X_3}{X_i} + \log \frac{b + X_1}{6 + X_3} \quad \log y_t}{\log \frac{X_2}{X_i} + \log \frac{b + X_1}{b + X_2} \quad \log y_i^{?}} \quad (98)$$

sa *b* kao nepoznanicom. Sli no kao jednadžba 34 može i ova jednadžba da se riješi samo postepenim kušanjem sa raznim za *b* ve unaprijed suponiranim iznosima, ime možemo da se onom iznosu za *b*, koji bi dadenim koordinatskim parovima od govarao sasvim strogo, približimo sa ta noš u kojomgod mu drago. S pomo u iznosa utvr enog ovako za *b* daje se onda iz kojegod jednadžbe pod 97 izra unati iznos za *c*, a s pomo u poznatih iznosa za *b* i *c* iz kojegod jednadžbe pod 96 iznos za *a*.

Ovaj na in izra unavanja parametara imao bi sam za sebe smisla samo onda, kad bi svi izmjerom dobiveni  $y$  iznosi u zajednici sa pripadnim  $x$  iznosima bili lanovima pravilne jedne krivulje i to pravilne baš u smislu dadene funkcije, što me utim ne može nigda da se desi. Kako dakle konkretne krivulje rastenja mogu samo — više ili manje — da budu nepravilne (radi pogrešaka u mjerenju, a i radi zbiljnih individualnih nepravilnosti, koje ne mogu da se sasvim uklone ni putem aritmetičkih sredina od velikog broja iznosa), to rezultat ovakvog raunanja parametara daje za jedan te isti parametar iznose različite, pa i vrlo različite, ve prema tome, koja su tri para koordinata uzeta za bazu raunanja. Pojedini iznosi jednoga te istoga parametra izra unani ovako s pomoću u raznim sistemima od tri po tri koordinatska para moraju dakle jedni drugima da protuslove (pa i vrlo jako), a što je još gore, mi ne možemo na ovaj način da ustanovimo, koji je od tih me u sobno protuslovnih parametarskih sistema najvjerojatniji.

Ove neprilike mogu da se uklone samo ako se parametri izra unavaju po metodi najmanjih kvadrata, u koju svrhu trebaju da se kao baza za raunanje uzmu istodobno svi raspoloživi koordinatski parovi, a ne samo toliko njih, koliko u funkciji ima parametara.

## II. IZRA UNAVANJE PO METODI NAJMANJIH KVADRATA.

Kao što spomenuh, u slučaju funkcije 94 ovo je izra unavanje jednostavnije nego u slučaju funkcije 88, pa u stoga da započinem s njime.

### 1. Izra unavanje za funkciju 94.

Jednostavnosti radi supponirat u ovdje samo 4 parametra u funkciji. Za više od 4 parametra postupak je sasvim analogan. Tako er u ve sada (daljnjeg pojednostavnjenja radi) izvesti u jednadžbi 94 supstitucije:

$$x^{-1} = b; \quad x^{-2} = c; \quad x^{-3} = d \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (99)$$

ime ona dobiva oblik:

$$y^{-1} = a + 4b\beta + cy; + d\delta. \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (100)$$

Izmjerom  $y$  veličina  $0 < y_i, \dots, y_n \setminus n > 4$ , koje odgovaraju raznim  $x$  iznosima, dobivaju se više manje nepravilni, a i pogrešni iznosi  $h_1, h_2, \dots, h_n$ , koji, ako se nanesu kao Ordinate k pripadnim apscisama, daju jednu više manje nepravilnu krivulju. Isto tako nepravilna krivulja dobit će se, ako se k po



jedinim  $x$  iznosima kao apscisama nanesu kao ordinate reci pro ni iznosi/  $i^{n-1}$  ...  $A^{n-1}$ . Izme u ovih iznosa i pripadnih im  $y$ -Mznosa prema jednadžbi (koji kao teoretski imaju — u for mi sasvim pravilne krivulje — da teku što bolje kroz sredinu sistema ta aka odre enog spomenutim nepravilnim/  $J^{n-1}$  iznosi ma) moraju da postoje izvjesne, prethodno još nepoznate di ferencije:

$$\begin{aligned} X_i &= y_i - h_i = a + b_1 \beta + c_1 y + d_1 \hat{\delta} - l_1 \\ X_2 &= y_2 - h_2 = a + b_2 \beta + c_2 y + d_2 \hat{\delta} - l_2 \end{aligned} \quad (101)$$

$$\%n = y_n - h_n = a + b_n \beta + c_n y + d_n \hat{\delta} - l_n$$

od kojih svaka može jednako da bude pozitivna kao i nega tivna. Pojednostavnjenja radi staviti emo ovdje:

$$\begin{aligned} h &= \sum_{i=1}^n S r f_i = \sum_{i=1}^n X_i^2 > \dots \quad i = h \cdot i \\ a/l_1 &= A_2; \quad \hat{\delta} \sim 1 = /_2; \quad \dots / T_n^1 = /_n, \quad J \end{aligned} \quad (102)$$

pa time gornji sistem diferencija dobiva formu:

$$\begin{aligned} \hat{A}i &= a + b_i \beta + c_i y + d_i \hat{\delta} - l_i \\ X_2 &= a + b_2 \beta + c_2 y + d_2 \hat{\delta} - l_2 \quad ! \\ \hat{A}_n &= a + b_n \beta + c_n y + d_n \hat{\delta} - l_n \end{aligned} \quad (103)$$

O ito je, da iznosi ovih diferencija zavise od toga, kako ve konkretne iznose imaju parametri  $a$ ,  $\beta$ ,  $y$ ,  $\hat{\delta}$ . Svakom dru ga ijem sistemu tih konkretnih parametarskih iznosa odgova ra naime druga iji sistem  $A$  iznosa i obrnuto. Najvjerojatni jim pak parametarskim sistemom smatra se po teoriji najma njih kvadrata onaj sistem, koji kao posljedicu ima jednadžbu:

$$s = i j + X_2^2 + f^2 + \dots + \dots = \text{Minim.} \quad (104)$$

doti no s obzirom na sistem pod 103 jednadžbu:

$$\begin{aligned} S &= (a + b_x \beta + c_x y + d_x \hat{\delta} - l_x)^2 + \\ f &= (a + b_2 \beta + c_2 y + d_2 \hat{\delta} - l_2)^2 + \dots \\ &+ (\dots + b_n \beta + c_n y + d_n \hat{\delta} - l_n)^2 = \text{Minim.} \quad (105) \end{aligned}$$

Me utim ova suma diferencijskih kvadrata može da dade minimum samo uz poznate uslove:

$$\frac{dS}{da} \sim \dots \frac{dS}{d\beta} \sim \dots \frac{dS}{dy} \sim \dots \frac{dS}{d\hat{O}} = 0 \quad (106)$$

t. j. ako se parcijalne derivacije ove sume po pojedinim nepoznicama ( $a, \beta, \dots$ ) stave jednakima nuli. Po izvršenju ovih operacija dobivaju se iz nje jednačbe:

$$\begin{aligned} & (a + b_1\beta + c_1y + f d_x \hat{O} - I_1) + (a + b_2\beta + c_2y + \\ & 4 d_2\hat{O} - I_2) + \dots + (a + b_n\beta + c_ny + \\ & \quad + d_n\hat{O} - I_n) = 0 \\ & (a + b\beta + cy + d\hat{O} - l_1)b_1 + (a + b\beta + cy + \\ & \quad + d_2\hat{O} - l_2)b_2 + \dots + (a + b\beta + cy + \\ & \quad + d_n\hat{O} - l_n)b_n = 0 \\ & (a + b\beta + cy + d_x \hat{O} - l_1) c_1 + f(a + b\beta + cy + \\ & + d_2\hat{O} - l_2)c_2 + \dots + f(a + b\beta + c_ny + \\ & \quad + d_n\hat{O} - I_n) c_n = 0 \\ & (a + b_1\beta + c_1y + d_1\hat{O} - l_1) d_1 + (a + b_2\beta + c_2y + \\ & + d_2\hat{O} - l_2) d_2 + \dots + (a + b_n\beta + c_ny + \\ & \quad + d_n\hat{O} - l_n) d_n = 0 \end{aligned} \quad (107)$$

njih (kao što vidimo) samo 4 na broju, premda su u njima po red nepoznanica  $a, \beta, y, \hat{O}$  sadržani podaci svih  $n$  pojedina njih izmjera doti no svi tim izmjerama dobiveni koordinatski parovi.

S obzirom na sistem pod 103 mogu ove 4 jednačbe da se istim redom kratko napišu i u formi:

$$\begin{aligned} & \sum_i K_i A_i = 0 \\ & \sum_i K_i b_i = 0 \\ & \sum_i K_i c_i + \sum_i X_i f_i = 0 \\ & \sum_i K_i d_i + \sum_i X_i g_i = 0 \end{aligned} \quad (108)$$

doti no (prema na inu pisanja obi ajnom u teoriji najmanjih kvadrata) još kra e u formi:

$$\begin{aligned} [X] &= O \\ fXbJ &= O I \\ [XcJ] &= O [ \\ [Xd] &= O J \end{aligned} \quad (109)$$

Jednadžbe pod 107 mogu me utim (po izmnoženju izraza u zagradama sa faktorima izvan tih zagrada) da se stegnu i ujednostavne i na drugi jedan na in i to u glavnom prema sa •<min nepoznanicama ( $a, \beta, . . .$ ) kao zajedni kim sumandskim faktorima. Na taj na in izlaze iz njih tzv. normalne jednadžbe:

$$\begin{aligned}
 n a \quad [ b ] \beta \{ [ c ] y + [ d ] \hat{o} - [ 1 ] \\
 [ b ] a + [ bb ] \beta + [ bc ] y + [ bd ] \hat{o} = [ bi ] \\
 [ c ] a + [ bc ] \beta + [ cc ] y \bullet + [ cd ] \hat{o} = [ cl ] \\
 [ d ] a + [ bd ] \beta + [ cd ] y ' + [ dd ] \hat{o} ^ [ dl ]
 \end{aligned} \tag{110}$$

koje mogu da se po nepoznanicama  $a, \beta, y, \hat{o}$  riješe po meto di sasvim jednostavne eliminacije. Po izra unanju tih ne poznаница mogu da se izra unaju i pojedini X iznosi iz siste ma pod 103, pa da se onda s pomo u jednadžbi pod 108 pre "kontrolirše ispravnost cijeloga posla, t. j. da li se nije gdjegod uvukla kakva gruba ra unska pogreška. U slu aju grube po greške ne mogu naime ove jednadžbe da budu zadovoljene ni izdaleka. Sasvim strogo me utim ne mogu one da budu zado voljene nikada, i to iz razloga neizbježivih sitnih pogrešaka pri zaokruživanju zadnjih decimala.

Izra unavanje nepoznanica iz sistema pod 110 može da se u ini još jednostavnijim, ako se te jednadžbe formalno riješe ve unaprijed t. j. ako se za pojedine njihove nepoznanice ve unaprijed postave baš izri ite formule. U tu svrhu eliminirat emo iz njih najprije prvi lan (nepoznanicu  $a$ ), nakon ega imamo:

$$\begin{aligned}
 (161 \ 161 - n \ lbb) \beta + (lb) \ Ici - n \ 16c \ 1) y \ 4 \ \ddot{i} \\
 f \ (lb \ ld \ -n \ lbd) \ ) \ \hat{a} \ 1 \ 6 \ 1 \ 1/1 - n \ [bi] \\
 (I \ 61 \ Ici - n \ I6c1) \beta \ f \ (Ici \ Ici - n \ Icc1) y + \\
 + \ (Ici \ [d] - n \ led) \ \hat{o} = \ (c1 \ 1/1 - n \ Ic/1 \\
 (161 \ [d] - n \ 16</1)/? + (Ic1 \ [d] - n \ [cd])y + \\
 \% \ (ld)[d] -n \ [dd]) \ \hat{o} \ \quad ld \ [l] - n \ [dl]
 \end{aligned} \tag{111}$$

^Stavimo li sada pojednostavnjenja radi:

$$\begin{aligned}
 [6] \ [6] \ J \ S \ n \ \{bb \ MB_x \\
 [6] \ [c] - n \ [6c] = B_2 \quad Q \\
 [6] \ [d] - n \ [bd] = B_5 \\
 [c] \ [c] - n \ [cc] \gg C_2 \quad A \\
 [c] \ M \ | \gg N \ | \ C_s \\
 [d] \ [d] - n \ [dd] = D_s \quad B, \\
 [c] \ [ / ] - n \ [cl] - L_\% \\
 [d] \ [ / ] - n \ [ </ ] = L_3
 \end{aligned} \tag{112}$$

onda sistem pod 111 dobiva oblik:

$$\begin{aligned} A \beta + C, y + A \hat{\delta} &= L, \} \\ B t f t \beta C z y - r D^* \hat{\delta} &= L_q \} \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (113) \\ B, \beta + C_3 \quad D_s \leq &= 4 J \end{aligned}$$

Eliminacijom nepoznanice  $\beta$  dobiva se odovud dalje:

$$\begin{aligned} (B_1 C_2 - \beta_2 C_1) y - f (\beta, \xi_a - \beta_a D.) \leq &= \beta_1 L_t - \beta_2 \quad ) \\ (B, C_s - \beta_3 C,) y + (\beta, D_3 - \beta_3 D.) d &= \beta, 4 - B_2 L_x \} \quad (114) \end{aligned}$$

Tu emo opet pojednostavnjenja radi staviti:

$$\begin{aligned} \beta_i C_2 - \beta_2 C, &= C t, \\ \beta_j C_3 - \beta_3 C, &= C_6 = D_4 \\ \beta, \xi_3 - \beta_3 D, &= D_5 \quad ) \quad (115) \\ \beta \setminus L_2 - \beta_2 &= \xi_i \\ \beta_f - \beta_3 \quad \mathbf{ft} \quad \xi_5 \end{aligned}$$

pa onda sistem pod 114 dobiva oblik:

$$\begin{aligned} C, y + D_4 d &= L_1 \quad (116) \\ C_5 y + D_5 \leq &= 4 \end{aligned}$$

Eliminira li se napokon  $y$ , preostaje još samo jednadžba:

$$(C_t D_5 - C_5 D_4) \hat{\delta} = C_1 L, \quad Cr > L, \quad (H7)$$

iz koje izlazi:

$$\hat{\delta} m \frac{C_1}{C_t D_5} \frac{C_a}{C_5 D_4} \quad (118)$$

Time nam je dakle na osnovi poznatih ve iznosa daden konkretni iznos za  $\leq$  Kad znamo njega, onda iznos za  $y$  izlazi iz kojegod jednadžbe pod 116. Iz nje naime izlaze za  $y$  formule:

$$\begin{aligned} Y_i &= \frac{L_i - D, \hat{\delta}}{c_4} \\ &= \frac{4 D_h \hat{\delta}}{c_s} \quad (119) \end{aligned}$$

od kojih može da se upotrijebi ili jedna ili druga, a najbolje obje, jer se u tom slu aju može ve sada da otkrije eventualno postojanje kakove grube ra unske pogreške. U najmanju ruku pokazat e nam rezultati obiju tih formula, sa koliko decimala trebamo dalje da radimo. Ne vrijedi naime ra unati dalje reci mo sa 10 decimala, ako se rezultati obiju tih formula ne podu

daraju ve u devetoj ili osrojn decimali. Na temelju poznatih iznosa za y i  $\delta$  izlazi sada konkretni iznos za  $\beta$  iz kojegod jednadžbe pod 113. Iz prve od tih jednadžbi dobiva se naime:

$$\beta \ll \frac{L_1 - (C, y)}{n} \delta \quad (120)$$

a sli no i iz ostalih. Kad su nam napokon poznata ova tri pa rametra, onda iznos za a izlazi iz kojegod jednadžbe pod 110. Iz prve od njih izlazi napr. izraz:

$$\ll \frac{m - (l b l \beta + [c]y + [d] \delta)}{n} \dots \dots \dots \gg$$

Svi ovi ra uni mogu s pomo u ra unske mašine da se sa svim mehaniziraju i još znatno ubrzaju, ako se u tu svrhu ve unaprijed pripreme podesni tabelarni pregledi. Time me utim nije cijeli posao sasvim gotov, jer ako ve izra unavamo kon kretne parametarske iznose po metodi najmanjih kvadrata,, onda po toj istoj metodi možemo i da utvrdimo stepen pouz danosti tih ra unom dobivenih iznosa. O na inu toga utvr i vanja ne mogu me utim ovdje da govorim, jer bi to ve prešlo granicu odre enu direktnom svrhom ove radnje. O njemu go vore gotovo sva bolja djela o izjedna ivanju po metodi najma njih kvadrata.

2. Izra unavanje za funkciju 88.

Kao što sam ve u prednjem slu aju rekao, izmjerom y velicinâ, koje odgovaraju raznim x iznosima, ne dobivaju se ni izdaleka iznosi, koji bi dadenoj funkciji odgovarali strogo. Mjesto njih dobivaju se iznosi  $h_1, h_2, \dots, h_n$  (op enito  $h_i$  ), koji su ve i sami po sebi nepravilni, a i optere eni su pogreš kama mjerenja, tako da izme u svakog teoretskog y iznosa (prema jednadžbi) i pripadnog mu konkretnog (opažanjem do bivenog) y iznosa, što smo ga ozna ili sa  $h_v$  mora da postoji izvjesna, pozitivna ili negativna diferencija:

$$X_i = y \quad h_i \quad \dots \quad (122).$$

Obrnuto, ako s tom (prethodno još nepoznatom) diferen cijom korigiramo pripadni joj  $h_i$  iznos, izlazi:

$$= 7 \sim T \sim 7 = A \quad \gg c) = ftj + \dots \dots \dots (123).$$

( + 3T).

Prednja jednadžba sadrži (u tre em svome dijelu) i for malnu aluziju na to, da j: zavisi funkcionalno ne samo od ar gumenta (Xj), ve i od parametara, koji se naravski od slu aja do slu aja (npr. od stojbine do stojbine) mijenjaju. Me utim, kao što vidimo, ova funkcija nije linearno zavisna od svojih parametara, pa se stoga za omogu enje postupka po metodi najmanjih kvadrata mora tek specijalno da preudesi u ovom smjeru, a to može da se izvede s pomo u tzv. T a y l o r o v o g reda. No kako opet iz tehni kih razloga mora ovaj red da se prekine ve nakon lanova sa prvim parcijalnim derivacijama, pa da se dakle kvadrati i produkti tzv. dopunjaka zanemare, to u našu funkciju moraju ve a priori da se za parametre uvrste izvjesni aproksimativni iznosi ( $a_0, b_0, c_0$ ), koji po mo gu nosti trebaju da budu takovi, kako bi im bili potrebni sa mo još sasvim nezatni pozitivni ili negativni dopunjci ( $a, \beta, y$ ), pa da se po formulama

$$a = a_0 + a; \quad b = b_0 + \beta; \quad c = c_0 + y \quad \bullet \quad . \quad (124)$$

dobiju traženi (najvjerojatniji) parametarski iznosi. Aproksi mativni iznosi  $a_0, b_0, c_0$  mogu da se ustanove po spomenutoj elementarnoj metodi (iz jednadžbi 96—98). Najsigurnije do ti no najto nije dadu se oni na taj na in ustanoviti, ako se raspoloživi koordinatski iznosi nanesu grafi ki, pa se onda ta nepravilna krivulja približno izjedna i od oka.

Jednadžba 123 izražena na spomenut na in s pomo u naj nižih lanova T a y l o r o v o g reda, t. j.

$$\begin{aligned} & \% + Xi = /i (o_0 + < b_0 f \beta, c_0 + y) = \\ & = A (<V b_0 c_0) + \begin{matrix} dj, \\ \ll + \end{matrix} \begin{matrix} df. \\ - \xi + \end{matrix} \begin{matrix} dj_i \\ - y \end{matrix} . \quad . \quad (125) \end{aligned}$$

glasila bi dakle:

$$\begin{aligned} h, + Z, = o,, \sqrt[4]{\frac{A}{X}} \cdot r \cdot s \cdot \sqrt[n]{f \cdot \bullet_i} \cdot M \\ \frac{K \sim c_0}{X} \quad (112) \\ \bullet h \left( \overset{i}{+} \quad Y \right) \end{aligned}$$

Ovdje možemo pojednostavnjenja radi da stavimo:

$$i + \frac{b \sqrt{c}}{X_j} - A_i$$

$$a_0 c_0 Y_i, \frac{b \sqrt{c} - l}{x_i f} - \frac{a \sqrt{c}}{K} - \frac{c \langle \dots \rangle}{n} \quad (127)$$

$$- \hat{u}_0 (1 + \dots \text{Log}(\dots) = - a_0 A_i \text{Log} A_i \dots \wedge C,$$

$$- \ll O (i + |r|)^{\sim Co} = \dots = \wedge$$

Iznosi, što ih predstavljaju ovi izrazi, dadu se izraziti, im su nam poznati iznosi  $o_0, b_0, c_0$ . Izrazi  $A_p, B_v, C_p, H_i$  predstavljaju dakle poznate ve koeficijente, s pomo u kojih sistem od  $n$  jednadžbi, što izlaze iz jednadžbe 126, prelazi u sistem sa svim jednostavnih jednadžbi oblika:

$$Xt = A_i a + B. \beta + C, y - H. \quad (128)$$

Iz ovog pak sistema izlaze na poznat ve na in normalne jednadžbe:

$$\begin{aligned} [AA] a + [AB] \beta + [AC] y &= [AH] \quad \} \\ [AB] a + [BB] \beta + [BC] y &= [BH] \quad \} \quad \cdot \quad \cdot \quad (129) \\ [AC] a + [BC] \beta + [CC] y &= [CH] \quad \} \end{aligned}$$

u kojima, kao što vidimo, fungiraju kao nepoznanice ne sami parametri (kao što je to bio slu aj pod 110, gdje su gr ka slo va imala drugo zna enje), ve dopunjci spomenutih približnih parametarskih iznosa. Oni se po izra unanju (analognom onome, što ga predo uju jednadžbe 111—121) uvrš uju u formule pod 124. No gotovo nigda ne dobivaju se time odmah definitivni parametarski iznosi, jer ti dopunjci nakon ovog prvog ra unskog procesa obi no su toliki, da se njihovi kvadrati i produkti ne smiju da zanemare. Toga radi iznosi izrazâ pod 124 (dobiveni ovako prvi puta) smiju da se upotrijebe tek kao novi približni iznosi, s kojima se onda cijeli opisani proces ponavlja. Time dobiveni novi iznosi za  $a, \beta, y$  moraju da budu manji nego prvi puta (u koliko naravski ne predleži kakva znatnija ra unaska pogreška i u koliko ra unamo sa dovoljnim brojem decimala), no još uvijek ne moraju da zadovolje ni oni. Ponavljati se stoga mora sve dotle, dok dopunjski iznosi ne padnu u tolikoj mjeri, da se njihovi kvadrati i produkti zaista ve mogu da zanemare. Da li je taj slu aj ve nastupio, može

mo da se osvjedo imo kontrolom, što nam je pružaju jed nadžbe

$$[A] = 0; [xB] = 0; [%C] = 0 \quad . . . \quad (130)»$$

dobivene na sli an na in kao one pod 108 doti no 109. Ako je taj slu aj nastupio, onda imamo ne samo najvjerojatnije iz nose parametara, ve ujedno možemo da na najjednostavniji na in definitivno izra unamo sve potrebne nam y iznose. Oni naime izlaze onda s dovoljnom ta noš u ve iz same jednadžbe 122.

### III. REZULTATI RA UNANJA ZA JEDAN KONKRETNI PRIMJER.

Primjer, o kojem se ovdje radi, sadržan je u tabeli 2. Iz nosi te tabele predstavljaju, kao što rekoh, srednje sastojinske visine (u decimetrima), što ih je G uttenberg za krajeve pojedinih decenija (do 150. godine) postavio za smrekove sa stojine I. bonitetnog razreda u Tirolu. Kao što vidimo iz si. 1, to su ve iz jed na eni iznosi, no ne po metodi najmanjih kvadrata, ve u glavnom grafi ki i od oka.

1. Za prethodno izra unanje aproksimativnih iznosa  $a_0, b_0, c_0$ , po jednadžbama 96—98 upotrijebio sam ordinate, koje odgo varaju apscisama 10, 80 i 150. Nakon kojih desetak pokušaja po jednadžbi 98 zadržao sam, kao ve prihvatljiv, iznos. bo —  $14*773.54$ , s pomo u kojegasam dalje dobio  $c_0 = 4*094.228$ ,  $a_0 = 574*3874$ . S pomo u ovih iznosa dobio sam iz sistema jednadžbi pod 129 iznose:  $a = + 13 019.9496$ ,  $\beta = - 2*5498$ . 0949,  $y = + 0*837.605.347$ , tako da su sami parametri dobili sada iznose:  $a = 587*407.3496$ ,  $b = 12*2237.3051$ ,  $c = 4*931.833.347$ . Naravski morao sam da izvedem ponovljenje cijeloga postupka sa ovim novim iznosima kao aproksimativnim. Sada sam pak za dopunjke dobio iznose:  $a = - 1*1473.5573$ ,  $\beta = - 0*440.782.986$ ,  $y = + 0*317.830.715$ , koji su dakle kud i ka mo manji nego prvi puta, ali još uvijek sasvim osjetljivi. Po trebno bi dakle bilo svakako još jedno ponovljenje, no ja sam se ovdje zadovoljio i sa ovim rezultatom. Radi toga nisam na ravski pojedine kona ne y iznose ra unao iz jednadžbe 122, ve sam u tu svrhu morao da izra unam nove produkte  $a_n A_y$ , jednake, kao što vidimo iz jednadžbi pod 125— 127, iznosima za /i ( $a_0, b_0, c_0$ ). Ti iznosi složeni su pregledno u tre em stupcu priložene tabele 5, dok su u drugi stupac radi lakšeg uporedi vanja ponovno uvršteni G uttenbergovi iznosi iz tabele 2. etvrti stupac sadrži diferencije izme u podataka drugoga i tre ega stupca, t. j. iznose za Hi prema zadnjoj jednadžbi pod



127. Ove diferencije, kao što vidimo, ma da je ra un obu stavljen ve nakon prvog ponovljenja, nisu velike. Krivulja na slici 3 predstavlja grafi ki samu funkciju, a ta ke pokraj nje

- G uttenbergove visinske iznose.

Tabela 5.

$X \setminus$	$h_i$	Oo $A_i$	$H_i$
10	14	9 8	+ 4*2
20	53	51 5	+ 1 5
30	100	103*0	— 3 0
40	147	151 2	— 4 2
50	190	193 0	3 0
60	228	228 7	— 0*7
70	260	259*1	+ 0 9
80	287	285 0	+ 2 0
90	310	307 3	+ 2 7
100	329	326 7	+ 2 3
110	345	343*6	+ 1 4
120	358	358*5	0*5
130	370	371 8	r 1 8
140	381	383 6	— 2 6
150	391	394 2	— 3*2

Logaritmovanja i antilogaritmovanja potrebna ovdje iz "veo sam s pomo u napomenutih ve Veginih tabela na 10 «decimala. Uop e sve ra une i ovdje i u slijede im slu ajevima izveo sam sa brojevima od najmanje 10 efektivnih cifara.

2. Iz jednadžbe 94 uzeo sam pri izra unavanju parametara u obzir najprije prva 4, a zatim i prvih 5 lanova (parametara). Na osnovi njih izra unao sam zatim po formulama pod 95 pa ramente jednadžbe 91. Svi ti parametri složeni su pregledno u tabeli 6. Parametri za prvi slu aj nalaze se u prva 4 retka.

Kao što vidimo, svi parametri za prvi slu aj pozitivni su, dok je za drugi slu aj jedan od njih negativan. To je naravna

posljedica injenice, da funkcija 91, makar je proizišla iz funkcije 88, nije s ovom identična.

Iz priložene tabele 7, koja je inače sasvim jednako raspoređena kao i tabela 5, vidi se, da se krivulja  $y_u$  pri primjeni sa 4 parametra nešto bolje priljubljuje uz Guttenbergovu empirijsku krivulju, nego li je to bio slučaj sa krivuljom  $y_{e0}$ . To je i shvatljivo s obzirom na veći broj parametara u njoj, ma

Tabela 6.

a)	$a m + 0\ 001.814.217.37$	$A \wedge + 551\ 201.865$
	$\beta = + 0\ 078.439.399.2$	$B = + 43\ 235.943.1$
	$y = + 4\ 352.150.86$	$C m H\ 2.398\ 913.67$
	$d = + 18\ 247.424.3$	$D = + 10.058\ 014.3$
b)	$a = f\ 0\ 002.027.830.12$	$A 'm + 493\ 137.956$
	$\beta = + 0\ 037.830.875.8$	$B = + 18\ 655.840.8$
	$Y = f\ 6\ 554.101.34$	$C + 3.232\ 076.14$
	$\zeta = - 23\ 069.609.1$	$D = - 11.376\ 499.9$
	$e = + 231\ 462.548$	$E = i\ 114.142\ 968$

da ona (kao što vidjesmo) predstavlja tek izvjesnu približnost prema funkciji 88.

Još mnogo bolje podudaranje sa Guttenbergovim iznosima pokazuje funkcija 91 pri primjeni sa 5 parametara (tabela 6, zadnjih 5 redaka). To podudaranje izlazi iz iznosâ ta bele 8, koja je s obzirom na prva 4 stupca sasvim jednako rasporena kao i tabele 5 i 7. Diferencije izme u iznosâ u drugom i tre em stupcu tabele tako su naime malene, da ako bi smo oba ova visinska niza nanijeli grafi ki u jednom te istom sustavu i u jednom te istom, obi ajnom za to mjerilu (za apsise: 1 cm = 10 god., za ordinate 1 m/m m 2 dm), onda se doti ne krivulje ne bi ve mogle uop e da razlu e jedna od druge. Da li me utim okolnost, da se one ipak ne podudaraju sasvim, treba da se pripiše na teret samo teoreti koj krivulji?

Da bih u tom pogledu mogao da stvorim izvjestan zaključak, obrazovao sam izme u pojedinih konsektivnih iznosa u 2. tabelinom stupcu diferencije (4) , a izme u ovih i na isti na in opet diferencije ( $A'$  , vidi iznose 5. i 6. stupca). Ove druge diferencije nanio sam potom grafi ki u mjerilu 1 cm = 2 dnu

Tabela 7.

$X$	$\gg G$	$3\text{-}H$	$\wedge 91 - 3>_0$
10	14	1400	+ 0*00
20	53	52 92	— 0 08
30	100	100 60	+ 0 60
40	147	147 48	4 0 48
50	190	18976	— 0 24
60	228	226 50	— 1 50
70	260	257 99	— 2 01
80	287	284 87	2 13
90	310	307 87	— 2 13
100	329	327 65	— 1 35
110	345	344 75	— 0 25
120	358	359 62	4 1 62
130	370	372 66	4 2 66
140	381	384 14	4 3 14
150	391	394 32	+ 3 32

Pokazalo se, da ove druge diferencije po evši od 50. godine ine jednu izri ito nepravilnu krivulju (si. 4), kojoj je o ito razlogom samo okolnost, da je fakti no nepravilan i Gutten berg o v visinski niz iz 2. stupca tabelinog. Ta je okolnost napokon i lako shvatljiva s obzirom na sam na in postanka toga G u t t e n b e r g o v o g niza. Naprotiv krivulja drugih diferencija obrazovanih za funkciju 91 (vidi zadnji stupac ta bele) te e i nakon 50. godine sasvim pravilno i to baš kroz sredinu sistema ta aka pripadnih onoj drugoj (nepravilnoj) krivulji izjedna uju i ujedno time ovu posljednju.

Ne u time nikako da kažem, da je funkcija 91 u primjeni • a 5 parametara upravo savršena. To ona nije ve radi spo menute teoretske manjkavosti prema osnovnoj svojoj funkciji (88), od koje se ona uz dađeni  $y$  niz mnogo bolje priljubljuje samo radi znatne premo nosti u hroju parametara. Uza sve to, a radi spomenute svoje manjkavosti, može ona za podru je iz

Tabela 8.

$x$	$ya$	$y^*i$	$v_i$	$y_e$	AQ	A'o	$^A_{91}$	A'm
10	14	14 00	o oo	14	+ 14	14 0	+ 14 0	
20	53	53 00	0 00	39	+ 25	39 0	+ 25 0	
30	100	99 98	— 0 02	47	+ 8	47 0	+ 8 0	
40	147	147 06	+ 0 06	47	0	47 1	+ 0 1	
50	190	190 17	+ 0 17	43	— 4	43 1	4 0	
60	228	227 79	— 0 21	38	— 5	37 6	5'5	
70	260	259 86	0 14	32	— 6	32 1	5 5	
80	287	286 91	— 0 09	27	5	27 0	5 1	
90	310	309 67	— 0 33	23	— 4	22 8	— 4 2	
100	329	328 86	— 0 14	19	— 4	19 2	— 3'6	
110	345	345 11	+ o ii	16	3	16 2	3 0	
120	358	358 94	+ 0 94	13	— 3	13 8	2 4	
130	370	370 79	+ 0 79	12	— 1	11 9	1 9	
140	381	381 00	+ o oo	11	— 1	10 2	— 1 7	
150	391	389 87	— 1 13	10		8 9	— 1 3	

me u ishodišta koordinatskog i prve desne  $x$  ta ke (ako je ovo podru je još uvijek dosta veliko) da daje eventualno i  $y$  iznose sasvim nemogu e. Takav slu aj može da nastupi, ako bi predznak zadnjega parametra ( $E$ ) bio negativan. No to bi onda bio — izgleda — znak, da broj upotrijebljenih parametara nije dovoljan, pa da treba uzeti još jednoga.

#### E) MODIFIKACIJA S OBZIROM NA RASTENJE U DEBLJINU.

Poznato je, da za rastenje i priraš ivanje u debljinu, kako se ono o ituje baš na najniž em popre nom prerezu debla, t. j. ondje gdje deblo baš izlazi iz zemlje, važe krivulje analogne krivuljama na slici 1. Stoga za rastenje i priraš ivanje debljine na ovoj najnižoj ta ki osi deblve moraju (približno barem) da važe i zakoni sadržani u jednadžbama 56 i 88. No zakon sadržan GLASNIK ZA ŠUMSKE POKUSE

u jednadžbi 56 važi za prirašćivanje u debljinu čak i onda, ako se ono odnosi na koje god poprečnom prerezu debla, pa tako i na poprečnom prerezu u visini prsiju (13 dm nad zemljom). Samo u ovom slučaju važi taj zakon tek po evši od one starosti (t), u kojoj je stablo baš izraslo do te visine. Ako se u jednadžbu 56 uvrsti sama ova starost t, onda izraz za po-  
 etni iznos debljinskog prirasta u visini prsiju (te ajnog go-  
 dišnjeg besprekidnog) glasi:

$$I = \frac{A t^c}{(b + f)} \quad \text{(131)}$$

Kao što je poznato, taj po etni iznos nije baš sasvim ma-  
 len, čak zna da bude i razmjerno vrlo velik.

Starost  $t$  predstavlja dakle ovdje donju granicu  $x$  iz nosâ. Kad se stoga radi o tome, da se izvede funkcija rastenja u visini prsiju, moramo u jednadžbu 80 da kao donju integracionu granicu uvrstimo tu starost, ega radi kao polazna ta ka za izvod ove funkcije važi izraz:

$$Im\ddot{E} \quad d x \quad (132)$$

Uvrstimo li ovamo izraze pod 81 i 82, onda odovud steza njem i s obzirom na nove integracione granice u smislu jed nadžbe 81 izlazi izraz:

$$dl \quad (133)$$

koji opet po uvrštenju izrazâ pod 84 i 85 prelazi dalje u izraz:

$$\begin{matrix} \mathbf{B} \mathbf{i} \\ A f^x c i, \\ C m drj \dots v \end{matrix} \quad (134)$$

T

Po izvršenju integracije dobiva se odovud izraz:

$$bc \quad 1 + \frac{i}{b|c} \quad (135)$$

doti no dalje, s obzirom na supstitionu jednadžbu pod 87, izraz:

$$1 + \frac{b|c}{1 \ddot{U} b|c} \quad (136)$$

Pošto je  $t$  kod jednog te istog individua (doti no skupine individua) konstantno, to i cijeli suptrahend zadnje jednadžbe za taj isti individuum izlazi kao konstantan, dakle:

$$I k \quad (137)$$

*mr*

pa se prema tome zadnja jednadžba pojednostavnjuje na izraz:

To bi dakle bila funkcija rastenja debljine u visini prsiju. Ona se, kao što vidimo, razlikuje od funkcije 88 samo po još jednom daljnjem parametru ( $k$ ).

Kao što to pokazuje jednadžba 136, u slučaju  $x - t$  minused je funkcije 138 jednak suptrahendu, pa stoga za taj slučaj izlazi  $y - 0$ . U starosti  $t$  promjer stabla u prsnoj visini baš je dakle još jednak nuli, dok odmah nakon toga biva on veći od nule i raste neprestano dalje, sve do iznosa  $y = a - k$ , koji bi rezultirao za nedostiživu (naravski) starost  $x =$

Kad bismo konzekutivne debljine stabla mjerili sasvim pri zemlji ili (strože rečeno) baš na samom dnu nekadanje primarne stabljike, onda bismo u jednadžbu 136 dotično 137 morali za  $t$  da uvrstimo iznos  $0$ , jer za postignute (nikakove još) visine spomenutog dna nije bila potrebna niti kakova starost. Posljedicom toga uvrštenja bio bi iznos  $k = 0$ , tako da bi jednadžba rastenja u debljinu dobila sada opet jednostavniji oblik pod 88, koji — kao što rekoš — važi za rasteenje debljine na najnižem poprečnom prerezu debla.

Parametar  $k$  otešava naravski praktičku primjenu jednadžbe 138 prema onoj pod 88. Od praktične smetnje on je još i u toliko, što modifikacija jednadžbe 138 analogna onoj, po kojoj smo došli do jednadžbe 91, ne može radi njega da zna i nikakovo ujednostavnjenje i ubrzanje posla, pošto se jednadžba 138 ne može na spomenut način da svede na linearnu jednadžbu analognu jednadžbi 94.

## F) OP ENITIJU OBUHVAT PROBLEMA.

Jednadžbe 8 a, 9 i 10 daju se napisati još općenitije, ako se i iznad svakoga  $x$  postavi izvjestan eksponent različit od 1, recimo izraz  $2s + 1$ , gdje ipak ne može  $s$  da zauzme makar koju vrijednost. Da bi naime jednadžba, koja na taj način staje iz jednadžbe 10, mogla da bude zadovoljena, potrebno je da taj eksponent ili bude neparan cijeli broj (pozitivan naravski) ili pak u slučaju razlomka (nepravog dakako i opet samo pozitivnog) da to bude razlomak sa neparnim i brojnikom i nazivnikom. Brojnik sam ne smije da bude paran, jer bi inače (jednako kao i kod parnog cijelog broja) bio izraz  $JC^{2A^1}$  uvijek samo pozitivan (i kod negativnog iznosa za  $x$ ), te bi time bilo nemoguće međusobno ukidanje sumandâ na lijevoj jednadžbenoj strani. Sam pak nazivnik ne smije da bude paran, jer bi



ina e svi sumandi sa negativnim  $x$  iznosima bezuvjetno bili imaginarni.

Da bi spomenuti eksponenti mogli da budu ovakovi razlomci, mogu (prethodno) da fungiraju kao  $s$  samo oni pravi ili nepravi razlomci, kojima je nazivnik (po razdjeljenju i brojnika i nazivnika sa najvećim eventualnim zajedničkim faktorom) neparan broj, dok im brojnik može da bude i paran. Takovih pak razlomaka, od kojih neki (manji od  $1/2$ ) mogu da budu i negativni, ima zajedno sa pozitivnim cijelim brojevima zapravo beskonačno mnogo, tako da u pogledu raznih  $s$  doпустivih iznosa postoji vanredno široka mogućnost. Uz taj uslov iz proširene (na spomenut na in) jednačbe 9 doti no 12 izlazi integracijom jednačba:

$$\frac{eY}{r} = \frac{kx^{2s+2}}{c(2s+2)} \tag{139}$$

koja se u slučaju  $s = 0$  opet reducira sasvim na jednačbu 13.

Na način posve analogan onome, po kojem smo došli do jednačbe 17, dolazi se sada do jednačbe:

$$m \cdot u \cdot m \cdot a \cdot \frac{M \cdot v \cdot t}{m} / \frac{- \cdot *s + 1 \cdot v}{a} \cdot \cdot \tag{140}$$

koja uz supstituciju

$$s + 1 = \dots \tag{i41}$$

poprima oblik:

$$/ = = a \cdot \frac{I}{v} \cdot 1 + \frac{x^f}{9x} \cdot \frac{I}{v} \cdot 1 - \frac{x^f}{\dots} \cdot \cdot \tag{142}$$

Kao posljedica koincidencije maksimalne ordinate krivuljine sa samom ordinatnom osi izlazi ovdje na opisan na in razmjer:

$$\frac{r_1}{r} = \sim \frac{r_2}{r} \tag{143}$$

prema kojem u omjeru  $r_1 : r_2$  stoje sada ne više sami linearni izrazi  $i < /_g$ , ve njihove potencije, dok iz jednačbe 142 izlazi, da te potencije mogu sada da se shvate i kao same granice varijabilnosti. NQ one i moraju da se tako shvate, ako funkcija 142 ima svakako da bude samo asimetrična (što se ovdje od nje fakti no i traži). Stoga sada i kao argumenat funkcije mo

zè zapravo da Važi ne više prijašnji argumenat ( $x$ ), ve njegova potencija. S obzirom na to ne mora sada (kao što se to tražilo kod funkcija simetri nih) da bude  $t$  ograni eno baš na iznose, koji bi odgovarali spomenutim ograni enjima za  $s$ . Dovoljno je, ako su njegovi iznosi pozitivni.

Pod ovim okolnostima može transformacija jednadžbe 142, koja bi bila analogna onoj pod 21, da se izvede po jedno stavnoj jednadžbi:

$$1. f c K g^{\wedge} (i \wedge J' /$$

z koje dalje izlazi:

$$y = \frac{g j p T * I I T - T I \cdot \cdot}{g i^{-1} g'^{p}: v 9 i + 9 2 ' } \quad (145)$$

Odovud pak uz supstitucije analogne onima pod 23 izlazi:

$$/ = A X^B (1 - \wedge j \cdot * * * * )^{146}$$

t. j. op enitiji oblik jednadžbe 24. Iz njega dalje na na in sli an prijašnjem izlazi jednadžba:

$$y > = A x B e q x^c \dots \dots \dots (147)$$

koja, kao što vidimo, predstavlja op enitiji oblik jednadžbe 44. Ako se ona napiše u formi

$$y' = \frac{A x^B}{e v^x} 1 \cdot \cdot \cdot \cdot \dots \dots \dots (147a)$$

onda iz nje s pomo u poznate jednadžbe

$$e^{*x} = (1 + fi)^x C q D \cdot \cdot \cdot \cdot \dots \dots \dots (148)$$

koja važi uz uslov  $D = oo$ , izlazi:

$$? - \frac{A x^B}{\wedge D} \dots \dots \dots <149>$$

doti no (uz sasvim jednostavnu transformaciju) dalje:

$$Y > = \frac{AD^{qD} x^B}{(D + x^c)^{qD}} * \dots \dots \dots (150)$$

Dokle god postoji uslov  $D \neq 0$ , dotle je jednačba 149 (pa prema tome i ova zadnja) potpuno identična sa jednačbom 147 a dotično 147, koja osim pri  $x = 0$  daje iznos  $y' = 0$  tek još pri  $x = 0$ . No spomenuti uslov nije jedini, koji kod ovih apscisa dovodi do istog ovog  $y'$  iznosa. Isti efekt izlazi naime i kod sasvim konačnih  $D$  iznosa, samo treba u tu svrhu pored sasvim običnih supstitucija

$$AD^d = A'; \quad D = b; \quad C = d \quad ; \quad \cdot \quad \cdot \quad ; \quad (151)$$

da se (u duhu izlaganja kod 49 do 51) još naročito stavi:

$$\frac{B - cd}{qD} = \frac{1}{c} + \frac{1}{1} \quad (152)$$

nakon čega jednačba 150 dobiva konačan oblik:

$$\frac{A'x^{cd}}{(b - c^d)^{c - d}} \quad (153)$$

To bi, kao što vidimo, bio općeniti oblik funkcije 56, u čijem slučaju on uz uslov  $d = 1$  direktno prelazi.

Općeniti oblik funkcije 88 izlazi na osnovi toga ovako:

Ako se i brojnik i nazivnik funkcije 153 podijeli sa

$$x^{cd} - 1 \quad x^{cd} + d - d - 1 \quad \dots \quad (154)$$

dobiva se nakon par jednostavnih operacija izraz:

$$y = A' \int \frac{d-1}{x^{cd} + d - d - 1} dx \quad (155)$$

Stavi li se ovdje:

$$b = \dots \quad (156)$$

otkud obrnuto izlazi:

$$dx = \frac{1}{b^d - 1} \frac{1}{d} dl \quad (157)$$

pa uvrsti li se ovo u jednačbu 155, onda iz nje s obzirom na

integracione granice u smislu jednadžbe 156, zatim zamjenom tih granica i jednostavnim krajem izlazi:

$$\int_a^b (1 + \dots)^{\dots} \dots \quad (158)$$

Oдавде pak na na in analogan onome pod 84 do 87 izlazi kona no funkcija:

$$\underline{\underline{F.W. \dots TM}}$$

koja se uz uslov  $d = 1$  poklapa sa jednostavnom funkcijom 88.

Na slici an na in izlazi za op enitiji oblik funkcije 138 izrazi

$$y = \dots j^r k \dots \quad (160)$$

koji uz uslov  $d = 1$  prelazi natrag u funkciju 138.

Što se ti e izra unavanja parametara za pred zadnju funkciju, ono je analogno onome kod funkcije 88, samo> je naravski (s obzirom na ve i njihov broj) sporije i mu nije nego za spomenutu jednostavniju funkciju. Zato je ali ve a (i to mnogo ve a) priljubljivost funkcije 159 uz dadene y nizo ve, nego li je to slu aj kod funkcije 88.

Za spomenuti ve primjer iznose parametri ove funkcije:  $a = 487\,701.0464$ ,  $ft = 473*327.3355$ ,  $d = 1\,569.983.831$ ,  $c = 1*338.810.808$ . Za izra unanje njihovo bilo mi je potrebno 5 ponovljenja — jama no i s razloga Što sam kod prvih 5 obra una upotrebljavao logaritamske tabele samo sa 7 decimala, tako da mi kod tih 5 obra una oština ra unanja nije bila do voljna. U priloženoj tabeli 9 složeni su pregledno za<sup>1</sup> nas ovdje najvažniji rezultati ovoga izjedna ivanja. Prema iznosima 4. stupca ne dosiže diferencija  $H$  nigdje ni iznos od 9 cm. Pro sje no su pak ovi rezultati sli ni onima iz tabele 8, dok je ra unski posao bio ondje, sve i kod ve eg broja parametara (5)» kud i kamo kra i i udobniji nego ovdje.

Tabela 9.

$x_i$	$h$	M i	
10	14	14 61	— 0 61
20	53	52 43	4 0 57
30	100	99 84	+ 0 16
40	147	147 34	0 34
50	190	190 52	— 0 52
60	228	228 01	0 01
70	260	259 90	+ o io
80	287	286 80	+ 0 20
90	310	309 48	+ 0 52
100	329	328*66	+ 0 34
110	345	344 95	+ 0 05
120	358	358 86	0 ' 8 6
130	370	370 82	0 8 2
140	381	381 15	— 0 15
150	391	390 14	+ 0 86

Tabela 10

$*l$		M i	$\gg i$
—	—	—	
20	13	13 18	0 1 8
30	28	27 75	+ 0 25
40	44	44 16	— 0 16
50	61	60 84	+ 0 16
60	77	76 95	+ 0*05
70	92	92 11	0 1 1
80	106	106 17	— 0 17
90	119	119 11	0 * 1 1
100	131	130 98	+ 0 0 2
110	142	141 84	+ 0 1 6
120	152	151 79	+ 0 2 1
130	161	160 91	+ 0 0 9
140	169	169 28	0 * 2 8
150	177	176 97	+ 0 0 3

U tabeli 10 donosim još rezultate izjedna ivanja, što mi ga je za visinski niz V. G u t t e n b e r g o v o g stojbinskog razreda (vidi spomenuto djelo, str. 47), a na osnovi iznosâ  $a = 334\ 241.3228$ ,  $b = 90'378.343.14$ ,  $d = 1'126.763.791$ ,  $c = 2*295.009.752$  (po njemu i izra unanih) izveo bivši moj asistent g. Dr. N. N e i d h a r d t. Kao što vidimo, ovdje diferencija  $H_i$  ne dosiže nigdje ni iznos od 3 cm, što je ujedno znak, da su do ti ni G u t t e n b e r g o v i  $y$  iznosi bolje izjedna eni nego u prvom sluaju. Uporedimo li pak ove parametarske iznose sa predašnjima (za I. stojbinski razred), vidjet emo, da promjena stojbine utje e naravski na sve parametre, ali daleko najja e na parametar b.

Time dakako nije re eno, da bi se svojstvo »indikatora stojbine« imalo da pripiše samo ovom parametru, jer sa stoj binskim prilikama stoje u vezi (kao što vidjesmo) sva 4 nave dena parametra, a ne samo b. Svi su oni dakle, ako se izuzmu ispod upliva sastojinske gusto e (kao što bi to imao ovdje i da

bude slu aj), karakteristi ni za samu stojbinu, pa prema tome kao indikator stojbine može najbolje da posluži z a j è d n i k i jedan parametarski izraz, n a j e d n a k n a in sastavljen od sva 4 navedena parametra. Koji bi to mogao da bude izraz?

Iz prednjega izvoda, po evši od jednadžbe 153 pa do jed nadžbe 159 možemo lako da konstatujemo, od kojih je sve, sastavnih dijelova sastavljen parametar'a iz ove posljednje jed nadžbe. Potpuni izraz ovoga parametra glasi naime:

$$^{\circ} r \grave{u} \quad I \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (161) >$$

à odovud obrnuto izlazi izraz:

$$A' '= abcd \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (162)$$

t. j. multiplikacioni parametar jednadžbe 153, za koju vidjesmo<sup>1</sup> da važi kao op enitiji oblik funkcije priraš ivanja. O identi nosti ovog multiplikacionog parametra sa produktom *abcd* (nazovimo ga zna ajnijim nazivom »koeficijenat priraš iva ; nja«) možemo uostalom da se lako osvjedo imo i samom dife rencijacijom jednadžbe 159. {

Traženi zajedni ki parametarski izraz predstavljen je dakle po koeficijentu priraš ivanja, koji kao sinteza svih navedenih parametara predstavlja najbolje snagu priraš ivanja pod dade nim okolnostima. Njemu prema tome može svojstvo indikatora stojbine da pripadne bolje nego ikojem od navedena 4 para metra uzeta izolirano, a bolje i nego ikojem produktu od sa i mo 2 ili 3 ova parametra, jer nijedan od ovih parcijalnih pro i dukata ne može sam za sebe da bude bolji izražaj stojbinskih prilika, nego li je to produkt pod 162.

Iz prednjih ra una izlazi, da koeficijenat priraš ivanja za V. Guttenbergov stojbinski razred iznosi okruglo 78118. Na protiv on za I. stojbinski razred iznosi okruglo 485230, dakle nešto preko šest (to nije 6 2) puta više nego za V. razred. Kako se prema ovom koeficijentu odnosi — kao indikator stojbine — srednja sastojinska visina?

Ako pojedini A iznos iz tabele 9 podijelimo sa pojedinim po starosti mu pripadnim h iznosom iz tabele 10, onda za do ti ne kvocijente po evši od 20. pa do 150. godine starosti iz laze redom iznosi: 4\*08, 3\*57, 3\*34, 3\*11, 2\*96, 2\*83, 271, 2\*61, 2\*51, 2 43, 2\*36, 2\*30, 2\*25, 2\*21, dakle iznosi i varijabilni sa sta roš u i znatno manji od navedenog konstantnog iznosa 6\*2. Osim toga može za pojedini A' iznos da se po metodi naj manjih kvadrata izra una i stepen nesigurnosti uvjetovan ve om ili manjom nepravilnoš u dadene (originalne) h krivulje Kao i pogreškama mjerenja, dok to kod bonitiranja s pomo u srednje sastojinske visine nije mogu e.

Bonitiranje s pomo u prirasnog koeficijenta može dakle svakako da se ozna i pouzdanijim, a i naravnijim od bonitiranja s pomo u srednje sastojinske visine, varijabilne tokom vremena sve i kod nepromijenjenih stojbinskih prilika. U koliko bi se pak stojbinske prilike tokom vremena zaista bitno izmijenile, onda ta injenica mora da se do izvjesne mjere odrazi i na visini spomenutog koeficijenta.

Prakti na provedba ovakovog bonitiranja tražila bi za potetak visinsku analizu izvjesnog broja najja ih stabala (radi izluivanja upliva sastojinske gusto e), no ako bi se visine najja ih stabala mjerile povremeno i opetovano u osnovnom stanju 2uz uslov da im je ujedno poznata i starost), otpala bi potreba tih analiza.

Radi potrebe vrlo opsežnog ra unanja nije dakako upotreivost funkcije 159 laka i ra un po njoj brz, ali nam je zato dadena s njome mogu nost bonitiranja sasvim neprijepornog, 'dok se to za funkciju 91 ne može da rekne. Osim toga pri izra unavanju parametara s pomo u jednadžbe 94 ne izjednauju se u suštini same visine (doti no sadržine), ve tek njihove recipro ne vrijednosti, što zapravo može kadšto da nam i ne konvenira.

Za bonitiranje može eventualno (radi skra enja posla) da nam posluži i funkcija

$$y \text{ mi } 7 \frac{ax^d}{b+x} - \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (163)$$

koja iz funkcije 159 izlazi uz uslov c —. 1. Ona je naravski od ove svoje osnovne funkcije mnogo prakti nija u upotrebi. Nešto je prakti nija i od funkcije 88, a bit e od ove u spomenutu svrhu bolja jama no i s isto teoretskog gledišta.

#### G.) LITERATURA

1. Breymann K.: Anleitung zur Waldwertrechnung sowie zur Berechnung des Holzzuwachses und nachhaltigen Ertrages der Wälder, Wien 1855.
2. Breymann K.: Anleitung zur Holzmesskunst, Waldtragsbestimmung und Waldwertberechnung, Wien 1868.
3. Riniker Hans: Ueber Baumform und Bestandesmasse, Aarau 1873.
4. Gyl denfeldt W.: Dr. L. P. Gram, Ueber die Konstruktion von Normal Zuwachsübersichten (Zeitschrift für Forst und Jagdwesen 1880, S. 240—246).
5. Piccioli Francesco: Anfangsgründe der endlichen Differenzen, Wien 1881.
6. Koller E, L.: Analytische Untersuchung über die Zuwachscurven (Oesterr. Vierteljahresschrift für Forstwesen 1886, S.31—51, 132—140).
7. Endres Max: Ueber die mathematische Interpretation der Ertrags tafelfkurven (Allgem. Forst und Jagdzeitung 1889, S. 88—93).

8. Weber Rudolf: Lehrbuch der Forsteinrichtung mit besonderer Berücksichtigung der Zuwachsgesetze der Waldbäume, Berlin 1891.
9. Weber R.: Gesetzmässigkeit im Zuwachsgange der Waldbestände (Allgem. Forst und Jagdzeitung 1893, S. 402—408).
10. Sivén Albert: Grundsätze zur Berechnung des Höhenwachstums, der Nadelhölzer (Forstwissenschaftliches Centralblatt 1896, S. 91—94).
11. Weber R.: Ueber die Gesetzmässigkeit im Zuwachsgange einiger Holzarten auf Grund neuerer Ertragstafeln (Allgem. Forst und Jagdzeitung 1897, S. 185—195; 1898, S. 1—14).
12. Urstadt K. F.: Kritische Betrachtung der Weberschen Formeln über die Wachstumsgesetze des Einzelstammes, Darmstadt 1906 (Dissertation).
13. Urstadt K. F.: Ueber die Theorie des Höhenwachstums der Waldbäume (Allgemeine Forst und Jagdzeitung 1909, S. 225—238).
14. Wimmerauer K.: Zur mathematischen Interpretation der Zuwachskurven (Allgemeine Forst und Jagdzeitung 1909, S. 238—239).
15. Glaser Theodor: Zur mathematischen Interpretation der Zuwachskurven (Allgemeine Forst und Jagdzeitung 1911, S. 6—10, 48—53).
16. Guttenberg A.: Wachstum und Ertrag der Fichte im Hochgebirge, Wien Leipzig 1915.
17. Terazaki Wataru: Notes on the analytical interpretation of growth curves for single tree and stands and on application for the construction of yield table for sugi (Extracts from the Bulletin of the Forest Experiment Station, Meguro, Tokyo, 1915, S. 151—202).
18. Tischendorf W.: Gesetzmässigkeit des Höhen und Stärkenzuwachses unserer Nadelhölzer während ihrer Vollkraft (Centralblatt für das gesamte Forstwesen 1925, S. 69—90, 217—237).
19. Tischendorf W.: Numerische Ausgleichung forstlicher Zuwachskurven insbesondere bei der Aufstellung von Ertragstafeln (Forstwissenschaftliches Centralblatt 1926, S. 349—360, 383—390).
20. Yoshida M.: Untersuchungen über die Zuwachskurve eines Stammes und Bestandes im gleichaltrigen reinen Walde (Mitteilungen der kaiserl. Universität zu Tokyo 5—1928. Referat von Prof. Nijima in »Forstliche Rundschau« 1929, S. 90).
21. Kövessi Fr.: Die die aperiodisch gedämpfte harmonische Schwingungsbewegung darstellende Kurve (Erdészeti Kisérletek 1929, S. 265 bis 299, Deutsches Referat).
22. Kövessi Fr.: Erläuterungen der Gesetzmässigkeiten im Ablaufe der Lebenserscheinungen lebender Wesen (Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn, Band 36 ff., Budapest 1929, S. 29—98)..
23. Petterson H.: Bonität und Produktion (Verhandlungen des Internationalen Kongresses forstlicher Versuchsanstalten, Stockholm 1929, S. 287—291).
24. Levakovi A.: Jedna nova jednadžba rastenja. Prethodno saopćenje u »Spomenici o 150 godišnjici drž. gimnazije u Vinkovcima« 1930, str. 120—128 (Eine neue Wachstumsgleichung. Vorläufige Mitteilung. Gedenkbuch anlässlich der Jubelfeier des 150 jährigen Bestehens des kgl. Obergymnasiums in Vinkovci, 1930, S. 120—128).
25. Robertson T. B.: On the normal rate of growth of an individual and its biochemical significance (Archiv für Entwicklungsmechanik der Organismen, 25. Band, 1908, S. 581 ff.)
26. Enriques P.: Wachstum und seine analytische Darstellung. Biologisches Centralblatt, 29. Bd, 1909, S. 331 ff).
27. Friedenthal H.: Experimentelle Prüfung der bisher aufgestellten Wachstumsgesetze (Verhandlungen der Physiologischen Gesellschaft zu Berlin, 1910, S. 93—98).



28. Schuepp O.: Wachstum und Formwechsel des Sprossvegetationspunktes der Angiospermen (Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft, Bd 32, 1914, S. 328—339).
- "29. Mitscherlich E. A.: Das Gesetz des Pflanzenwachstums (Landwirtschaftliche Jahrbücher, 53. Bd, 1919, S. 167 ff).
30. Mitscherlich E. A.: Ein Beitrag zum Gesetze des Pflanzenwachstums (Fühlings Landwirtschaftliche Zeitung 1919, S. 130<sup>^</sup>-133).
31. Mitscherlich E. A.: Zum Gesetze des Pflanzenwachstums (Fühlings Landwirtschaftliche Zeitung 1919, S. 419 ff).
32. Rippel A.: Die Wachstumskurve (Berichte der deutschen botanischen Gesellschaft, Bd. 37, 1919, S. 169 ff).
33. Rippel A.: Die Wachstumskurve der Pflanzen und ihre mathematische Behandlung durch Robertson und Mitscherlich (Fühlings Landwirtschaftliche Zeitung 1919, S. 201 ff).
34. Baulé B.: Prinzipielle Ueberlegungen zum Wachstumsgesetze der Pflanzen (Landwirtschaftliche Jahrbücher, 54. Bd, 1920, S. 493 ff).
35. Baulé B.: Wirkungsgesetz und Wachstumsgesetz (Landwirtschaftliche Jahrbücher, 59. Bd. 1924, S. 341 ff).
- "36. Brody B.: Growth and development with special reference to domestic animals (University of Missouri, College of Agriculture, Research bulletin 97, Columbia 1927).
37. Wilcox O. W.: Principles of agrobiolgy or the laws of plant growth in relation to crop production, New York 1930.
- ^38. Czuber Em.: Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung auf Fehlerausgleichung, Statistik und Lebensversicherung, 2. Bd, Leipzig — Berlin 1921.

## H) ZUSAMMENFASSUNG.

A.) Die Höhe, die Stärke sowie auch die Holzmasse eines "Waldbaumes oder durchschnittlich auch eines Waldbestandes nimmt im Laufe der Zeit zu (sie wächst), ausser natürlich während der sogen. Nacht- und Winterpausen. Dieser Wachstumsprozess dauert bekanntlich so lange, als (bezüglich der einzelnen Individuen) äussere und innere Bedingungen dafür bestehen, d. h. in erster Linie die Vollständigkeit und Lebensfähigkeit aller diesbezüglich wichtigen Baumorgane. Eine jede der genannten wachsenden Grössen (wir wollen sie alle kürzlich als »primäre Grössen« bezeichnen) erscheint mit Rücksicht darauf als eine gewisse, jedenfalls aber stetige (kontinuierliche) Funktion der Zeit (Gleichung 1). Stetig muss diese Funktion aus dem Grunde sein, weil das physiologische Wachsen nicht zu den Prozessen gehören kann, die, an sich, ganz schroffen Aenderungen und scharfeckigen Sprüngen unterworfen wären.

Natürlich wird dieselbe Eigenschaft auch auf den innerhalb je eines konstant genommenen Zeitabschnittes erfolgenden Zuwachs übertragen (Gleichung 2). Nur besteht hierbei zwischen der primären Grösse als Zeitfunktion und ihrem Zuwachs als ebenfalls Zeitfunktion ein Unterschied insoferne, als die primäre Grösse eine ursprüngliche Funktion der Zeit ist, während der Zuwachs zu sogen, derivierten (abgeleiteten)

.Zeitfunktionen gehört und in Form eines Quotienten ausgedrückt wird.

Im ursprünglichen Sinne des Wortes ist eigentlich der Zuwachs kein Quotient, sondern eine ganz gewöhnliche Differenz: (Gleichung 3) zwischen dem Betrage  $j$ , am Anfange und dem Betrage  $y_t$  am Ende einer sogen. Zuwachsperiode, die natürlich von ganz beliebiger Dauer sein kann, auch von unendlich kurzer selbstverständlich. In diesem Falle muss dann natürlich auch der betreffende Zuwachsbetrag unter jedes Maass herab sinken und müssen wir uns daher, wenn es sich um eine Aufnahme des Zuwachses überhaupt handelt, auf endliche Zeitintervalle beschränken.

Mit Rücksicht auf gewisse (bekannte) Umstände kommt nun bei Bäumen und Beständen als der 'kleinste, noch irgendwie ermittelbare Zuwachsbetrag in der Regel nur der volle Jahreszuwachs in Betracht. Demzufolge gilt auch eine volle Jahresperiode in der Regel als die kleinste den Zuwachs einbeziehende Zeitspanne. Meist wird jedoch aus bekannten wohlberechtigten Gründen (sowohl technischen als auch wirtschaftlichen) auch diese Zeitspanne als eigentlich von ungenügender Länge erachtet und sind wir daher in der Regel genötigt, auch den ganzen Jahreszuwachsbetrag nicht direkt für sich allein, sondern aus dem mehrjährigen, meist zehnjährigen Zuwachsbetrage durchschnittsweise (nach Gleichung 4) zu ermitteln. Die praktische Durchführung der Jahreszuwachsermittlung kennt also in bezug auf Bäume und Bestände fast überhaupt nicht die Gleichung 3, sondern fast nur die Gleichung 4 und somit auch Zeitperioden von der Dauer jedenfalls bedeutend längerer als 1 Jahr.

Nichtsdestoweniger, wenn es sich um den Gang des Zuwachses nach Gleichung 2 handelt, können wir nicht umhin, als: die den Zuwachs einbeziehenden Zeitintervalle auf unendlich, kleine Beträge ( $dx$ , d. h. Zeitdifferentialie) herabzudrücken. Dadurch übergeht nun die Gleichung 4 in die bekannte Gleichung 5, d. h. in die detaillierte Form der Gleichung 2. Der in Gleichung 5 enthaltene Quotient — der sogen. Differentialquotient (Dérivation) der primären Funktion — obwohl nun aus zwei unendlich kleinen Beträgen bestehend, ist jedoch imstande, den Jahreszuwachsbetrag (als eine endliche Grösse) tatsächlich wiederzugeben, nur natürlich in umgekehrter Weise, als es bei der Gleichung 4 der Fall ist. Nach Gleichung 4 erscheint nämlich der einjährige Zuwachs als Folge des Wachstums, welches vielfach, länger dauert als 1 Jahr, nach Gleichung 5 dagegen erscheint er als Folge des Wachstums nur innerhalb je eines unendlich kurzen Zeitabschnittes. Im ersten Falle daher bleibt der rechnungsmässige Jahreszuwachsbetrag während eines mehrjährigen Zeitabschnittes konstant, in zweiten dagegen erscheint er, selbst

auch innerhalb ein und desselben Jahres, als sehr unbeständig, je nach der Intensität bzw. nach dem Bestehen oder Nichtbestehen des Zuwachses im einzelnen Zeitdifferential.

Der einjährige Zuwachsbetrag nach Gleichung 5 erscheint demnach als der auf die Zeiteinheit (1 Jahr) umgerechnete bzw. erhöhte Betrag desjenigen Zuwachsquantums, welches produziert wurde in einem Zeitdifferential und erfolgte (mit Rücksicht auf dessen unendliche Kürze) genau in demjenigen Zeitpunkt ( $x$ ), nach welchem das betreffende Zeitdifferential eben folgt. Dieser umrechnungsweise entstehende (oder besser als entstehend gedachte) Jahreszuwachsbeitrag ändert sich also unaufhörlich, er läuft ohne Unterbrechung (stetig) und passt ihm daher am besten die Bezeichnung »laufend-jährlicher stetiger Zuwachs« zum Unterschiede vom »laufend-jährlichen unstetigen Zuwachs«, der sich nur von Jahr zu Jahr ändert und bekannt ist unter dem Namen »laufend-jährlicher Zuwachs«. Der einfache mathematische Ausdruck dieses letzteren ist in der Gleichung 3 enthalten, seinen analytischen Ausdruck dagegen enthält die aus der Gleichung 5 sich ergebende Gleichung 6 (mit  $x_1$  und  $x_2$  als den das einzelne Lebensjahr einschliessenden Zeitgrenzen).

Obwohl nun, wie gesagt, die wirkliche »Wachstumskurve« nicht unstetig sein kann, so zeigt sie jedoch solche Eigenschaften, dass sie in allen ihren Details durchaus nicht durch einen (welchen auch immer) analytischen Ausdruck erfasst werden kann, usw. aus folgenden Gründen: 1.) Wegen der Nacht- und Winterpausen hat die wirkliche Wachstumskurve eigentlich eine stufenförmige Form, indem sie aus zwei Kategorien von Stufen (Tagesstufen und Jahresstufen) besteht, deren Ecken abgerundet und die aufgerichteten Bindelinien geneigt und kurvenförmig sind. 2.) Sowohl die Höhen und Breiten dieser Stufen als auch die Bindelinienformen stehen unter dem Einflüsse einer ganz enormen Menge von inneren und äusseren Faktoren, die sich mit der Zeit auch vielfach ändern. Dies bringt es nun mit sich, dass die Stufenhöhen und die Stufenbreiten ebenso wie die Bindelinienformen, alle äusserst unbeständig, nicht im mindesten durch irgend eine mathematische Regel erfasst werden können.

Aus diesen Gründen, sowie auch mit Rücksicht auf die unvermeidlichen Messungsfehler, deren Wirkung ähnliche Folgen, hervorruft, kann selbstverständlich von einer Aufstellung der wahren Wachstumsfunktion nicht überhaupt Rede sein. Und doch sind wir nun in bezug auf die analytische Wachstumsdefinition nicht gänzlich macht- und hilflos. Vom wirtschaftlichen Standpunkte aus sind wir übrigens auch nicht gar interessiert eben an der Kenntnis der wirklichen Entwicklung und dazu auch eines jeden Individuums sowie, auch in ganz kurzen

Intervallen. Was uns hier eigentlich interessiert, ist die durchschnittliche Entwicklung innerhalb grösserer Gruppen von Individuen als auch nach Jahresdurchschnitten innerhalb der Zeitintervalle, die ein Jahr vielfach übertreffen. Und diese Entwicklung, wie es die Erfahrung lehrt, lässt sich schon darstellen durch eine bereits ziemlich einfache  $y$ -Kurve, z. B. diejenige, die unter der Bezeichnung SI. 1. abgebildet ist und das durchschnittliche Höhenwachstum der Fichte an den besten Standortsbonitäten sowie bis zum 150. Jahre darstellt. Die aus dieser Wachstums-Kurve sich ergebende Zuwachskurve ist an derselben Abbildung mit  $y'$  bezeichnet. Sie zeigt, wie ersichtlich, eine Kulmination mit zwei entgegengesetzten Wendepunkten und was namentlich hier charakteristisch ist, das ist die Asymmetrie der Kurve zur Maximalordinate. Der letzte Kurvenpunkt ist noch ziemlich entfernt von der Abszissenaxe, was nun bezeigen sollte, dass in diesem Falle die Höhenentwicklung bis zum 150. Jahre noch eine verhältnismässig ganz ziemliche ist. Nachdem nun doch einmal die Absterbezeit kommen muss, so muss natürlich auch die Zuwachskurve zuletzt doch ganz in die Abszissenaxe herabsinken. Nur ist hier, wie ersichtlich, dieser Zeitpunkt noch gar sehr entfernt.

Die Wachstums- und Zuwachskurven der Holzmasse sind bekanntlich den unter der Bezeichnung SI. 1. abgebildeten Kurven ganz analog gebaut. Was nun die Wachstums- bzw. Zuwachskurven der Stärke anbelangt, so ist hier eine Unterscheidung je nach der Schaftstelle notwendig, an welcher die Baumstärke gemessen wird. Wird diese nicht eben im Bodenniveau gemessen, so ist die Wachstums- bzw. Zuwachskurve nicht ganz vollständig, indem sie sich nicht eben auf das ganze bisherige Baumleben (auch auf dessen früheste Jugend) bezieht. Bekanntlich zeigt jedoch auch sie nach demjenigen Alter, in welchem der Baum die betreffende Messpunktshöhe eben erreicht, volle Analogie mit der Wachstums- bzw. Zuwachskurve der Höhe und der Holzmasse, mit Ausnahme natürlich nur des allerersten Anfanges dieser zwei Arten vollständiger Kurven. Und eben diese Ausnahme bringt es nun mit sich, dass das für das Wachsen der Höhe und der Holzmasse in Betracht kommende analytische Gesetz nicht ohne gewissen Modifikationsvorgang auf das Wachstum der Stärke übertragen werden darf. Ueber diese Modifikation wird am Ende der vorliegenden Studie noch speziell Rede sein, vorderhand aber beschränke ich mich bei den Untersuchungen über die analytische Form des Wachstumsgesetzes nur auf das Wachsen und Zuwachsen der Höhe und der Holzmasse,

Es besteht schon eine ganz ziemliche Anzahl von Publikationen (nicht nur forstlichen Herkommens), die sich mehr oder weniger mit der analytischen Definition der Wachstums- und

Zuwachskurven befassen. Die Forstleute dürften hierbei einen grossen zeitlichen Vorsprung vor den Vertretern anderer Fächer haben, da sie ja (nach Brey mann, siehe Nr. 1, S. 60 ff) das vorgelegte Problem bereits etwa vor 100 Jahren ins Auge fassten. In neuerer Zeit befassen sich hiermit auch die Landwirte und sogar auch die Biologen von Fach. Auch ich publizierte hierüber im Jahre 1930 eine kleine Mitteilung vorläufigen Charakters (Nr. 24), wo ich eine »Wachstumsgleichung« veröffentlichte (ohne Herleitung jedoch) und bezüglich ihrer Anschmiegsamkeit an eine konkrete Wachstumsreihe demonstrierte. Jetzt aber will ich die analytische Form des Wachstumsgesetzes von Grund aus behandeln, wobei ich nicht umhin kann, auch ein anderes, seit langem bereits bekanntes, mit dem meining jedoch in einer gewissen verwandtschaftlichen Beziehung stehendes Zuwachs- und Wachstumsgesetz, theoretisch wenigstens, zu behandeln.

**B.) I. 1.** Die Wachstumskurve ist, wie gesehen, bedeutend einfacher gestaltet als die Zuwachskurve und haben wir doch für die selbstständige Herleitung ihrer Gleichung keine einzige einwandfreie Stütze. Die Zuwachsgleichung dagegen lässt sich herleiten ganz für sich allein, usw. aus der Tatsache, dass die Zuwachskurve sowohl einen Ausgangs-Punkt aus der Abszissenaxe hat (im Ursprünge selbst) als auch, entsprechend dem Lebensende der Individuengruppe, einen Rückkehr-Punkt in dieselbe. Diese Tatsache hat nämlich eine andere wichtige Tatsache zur Folge, d. h. dass alle — theoretisch überhaupt möglichen — ersten Derivationen der Zuwachskurve (Gleichung 7), die sich vom linken Kurvenende bis zum Kulminationspunkte aneinander anschliessen, positiv bezeichnet sind, alle übrigen dagegen (von da ab bis zum Punkte der Kurvenrückkehr in die Abszissenaxe) negative Vorzeichen haben. Gilt dies nun für die Differential-Quotienten der Kurve, so muss natürlich gelten auch für ihre Differentiale selbst ( $dy'$ ), da alle — einander selbstverständlich gleiche — Differentiale der Zeit nur positiv sein können. Nachdem aber die Summe aller positiven Kurvendifferentiale gleich sein muss der Summe aller negativen Differentiale dieser selben Kurve, indem nämlich jede der beiden Summen gleich ist der Maximalordinate, so muss die Summe beider dieser Partialsummen gänzlich verschwinden. Bezeichnet man also die einzelnen einander unendlich naheliegenden Kurvenordinaten vom linken bis zum rechtem Ende vorgehend mit  $y^*$ ,  $y^*$ . . . .  $y_n'$ , so folgt aus dem Gesagten unmittelbar die Gleichung 8 und aus dieser auch die mit ihr vollkommen identische Gleichung 8-a, wo  $p$  irgendwelche reelle und endliche (positive oder negative, ganze oder gebrochene) Zahl sein kann, die Null mit eingeschlossen.

Beide diese Gleichungen gelten unbedingt für jede Kurve,, die sowohl aus der Abszissenaxe herauskommt als auch in dieselbe wieder zurückkehrt, gleichwohl ob nun die Kurve zur Maximalordinate symmetrisch oder asymmetrisch liegt und ob sich diese Ordinate eben in der Ordinatenaxe befindet oder irgendwo anders. Wir wollen vorläufig'supponieren: 1.) dass die Kurve symmetrisch liegt zur Maximalordinate; 2.) dass sich diese Ordinate eben in der Ordinatenaxe befindet. Dementsprechend wollen wir der Gleichung 8-a die Bedingung auferlegen, dass alle ihre quotientartig angeschriebenen Einzelausdrücke einander gleich werden, d. h. dass ein jeder derselben, allgemein (indexlos) ausgedrückt, gleich werde (nach Gleichung 9) einem von Null verschiedenen, endlichen und konstanten Betrage  $k$ . In diesem Falle folgt aus der Gleichung 8-a ganz unmittelbar die Gleichung 10, die natürlich auch volle Geltung hat im Falle der zur Ordinatenaxe eben symmetrischen Funktionen. Führt man in die Gleichung 9 den Ausdruck 11 ein, so folgt aus ihr die Gleichung 12, wo  $r$  im Sinne der für  $p$  gemachten Einschränkungen irgend einen reellen und von Null verschiedenen Betrag annehmen kann. Wir wollen jedoch für  $r$  nur endliche Beträge voraussetzen. Wird nun die Gleichung 12 integriert, so folgt aus ihr nach, einigen einfachen Umformungen die Gleichung 13 mit  $c$  als Integrationskonstante. Für diese setzen wir ebenfalls voraus, dass sie nur reelle, endliche und von Null verschiedene Werte annimmt.

Wie gesehen, alle drei Parameter der Gleichung 13 haben also noch unbestimmte Vorzeichen, woraus man nun a priori schliessen könnte, dass diesbezüglich verschiedene Kombinationen möglich seien. Nachdem jedoch  $y$  offenbar nur positiv sein kann, so zeigt uns der erste Multiplikationsfaktor der Gleichung an, dass im Falle eines positiven  $r$  ebensowohl auch  $c$  nur positiv, im konträren Falle dagegen auch  $c$  nur negativ sein kann. Wir nehmen hier bloss den ersten Fall an, d. h. positive Werte für beide diese Parameter. Nimmt man jetzt für  $x$  den Betrag, Null an, so folgt aus 13 die Gleichung 14, d. h. ein Betrag, der im Sinne unserer beiden Hauptsuppositionen grösser sein muss; als irgend ein anderer  $y'$ - Betrag. Daraus folgt nun weiters (mit Rücksicht auf Gleichung 13), dass  $k$  jedenfalls negativ sein muss. Unter dieser Bedingung und mit Rücksicht auf die Substitutionsgleichungen 15 gelangt man schliesslich zur ganz einfachen Gleichung 16, wonach sich  $x$  bewegen kann zwischen endlichen und gleichen Grenzwerten  $-\sigma$  und  $-\sigma$ , während gleichzeitig  $y'$  zweimal alle möglichen Werte zwischen Null und  $a$  annimmt.

Dies wäre nun die gesuchte Zuwachsfunktion, wenn die Zuwachskurve symmetrisch wäre zur Maximalordinate, was je-

doch (wie gesehen) nicht der Fall ist. Der Umstand, dass die Maximalordinate dieser Funktion sich eben in der Ordinatenaxe befindet, ist ganz nebensächlich mit Rücksicht auf die sehr leichte Umformungsmöglichkeit dieser Funktion unter Annahme einer neuen, linksseitig stehenden Ordinatenaxe, usw. in der Entfernung  $g$  von der ursprünglichen. Die Gleichung 16 ist also nicht das, was wir tatsächlich erstreben, sie gibt uns jedoch eine feste Stütze für die Erreichung des Zieles, d. h. für die deduktive Aufstellung einer wirklich asymmetrischen Funktion. Sie kann nämlich auch in der Form 16-a angeschrieben werden, die nach gewissen ganz unbedeutenden Aenderungen bezüglich der Parameter die allgemeinere Form 17 annimmt. Allgemeiner ist diese letztere insoferne, als sie gleich fähig ist für die Charakterisierung sowohl der asymmetrischen als auch der symmetrischen Kurven. Prinzipiell gilt sie nämlich für asymmetrische Kurven, kann dabei jedoch auch an symmetrische Kurven angewendet werden, wobei dann selbstverständlich jeder Unterschied zwischen gleichnamigen Parametern der beiden binomischen Ausdrücke ganz von selbst verschwindet.

Die Richtung und der Grad der Asymmetrie sowie auch die Lage der Maximalordinate im Koordinatensystem kann nach Gleichung 17 sehr variieren — je nach konkreten Parameterwerten, die jedoch, den bisherigen Voraussetzungen gemäss, alle positiv sein müssen.

Die Funktion 16 enthält, wie gesehen, das Prinzip der Koinzidenz zwischen der Maximalordinate und der Ordinatenaxe. Obwohl nun die Funktion 17, wie gesagt, auch eine andere Lage der Maximalordinate im Koordinatensystem prinzipiell zulässt (je nach konkreten Parameterwerten), so wollen wir doch auch für sie dasselbe Koinzidenzprinzip annehmen, da sie nur unter dieser Bedingung ganz beliebige nachträgliche Umformungen zulässt. Vor jeder Umformung dieser Funktion muss sie somit, prinzipiell genommen, die gesagte Kardinal-eigenschaft besitzen, dass sich nämlich ihr Kulminationspunkt eben in der Ordinatenaxe befindet. Was ist jedoch daraus zu folgern bezüglich ihrer Parameterbeträge? Um darauf eine Antwort zu bekommen, müssen wir vorerst den allgemeinen Ausdruck für die Abszisse ihres Kulminationspunktes festsetzen, d. h. wir müssen die Funktion nach  $x$  differenzieren, sodann diesen Differentialquotienten gleich Null setzen und die auf diese Weise erhaltene Gleichung nach  $x$  auflösen. Nach Anwendung dieser Regel auf die Funktion 17 erscheint für  $x$  (als einzige Lösung) die Gleichung 18. Wird jetzt  $x = 0$  gesetzt, so resultiert aus 18 die Gleichung 19 und daraus weiter die Gleichung 20.

Wenn also der Kulminationspunkt der Funktion 17 sich eben in der Ordinatenaxe befinden soll ( $x = 0$ ), so müssen ihre Grenz- und Exponentparameter die Proportionalitätsgleichung

20 bilden. Mit Hilfe dieser normalen Beziehung zwischen den gesagten Parametern sind wir nun in der Lage, schon durch blossen Anblick der Funktion 17 (uzw. auf Grund der gegebenen, bekannten, Beträge für beide Grenzparameter) leicht zu beurteilen, welcher der beiden Kurvenäste länger bzw. kürzer sein muss: ob der linksseitige (der auf die linke Seite der Ordinatenaxe kommende) oder der rechtsseitige. Umgekehrt, schon nach der Form der  $y'$ -Kurve auf Abbildung 1 sind wir in der Lage zu konstatieren, dass bei den Zuwachskurven (wenn bei ihnen die Ordinatenaxe eben auf den Kulminationspunkt hingelegt wäre)  $g_2 > g_L$  sein sollte und demzufolge, proportionsgemäss, auch  $r_2 > r_1$ .

Nehmen wir beispielsweise für die Parameter der Funktion 17 die Beträge am:  $a = 100$ ,  $r_1 = 2$ ,  $g_{\pm} = 4$ ,  $r_2 = 5$ ,  $g_2 = 10$ . In der beigelegten Tabelle 1 sind nun einige Koordinatenpaare derselben Funktion zusammengestellt, während die Abbildung 2 (Sl. 2) den zugehörigen Kurvenverlauf zur Anschauung bringt.

Die Funktionen 16 und 17 wurden schon von K. P e a r s o n aufgestellt (im J. 1895), jedoch zu ganz anderen Zwecken, auf einer ganz anderen Grundlage und demzufolge auch mit Hilfe ganz anderartiger Herleitung. C z u b e r bringt dieselben samt Herleitungen auf S. 25—29 eines seiner bekannten Werke (Nr. 38).

Die Gleichung 21 repräsentiert nun die erste Stufe für die Umformung der Funktion 17 mit Zuhilfenahme der im Abstände  $g_1$  linksstehenden neuen Ordinatenaxe  $Y'$  (Abbildung 2). Nach einigen einfachen Operationen ergibt sich hieraus die Gleichung 22 und aus dieser, mit Hilfe der Substitutionsgleichungen 23, schliesslich die Gleichung 24. Dies wäre prinzipiell die gesuchte Zuwachsfunktion, deren Parameter (dem ganzen Herleitungsgange gemäss) alle natürlich positiv sein müssen. Aus ihr ergibt sich gleich auf den ersten Blick, dass  $y' \neq 0$  sein muss nicht nur bei der Abszisse Null, sondern auch bei der Abszisse  $C$ . Das Zeitgebiet von  $O$  bis  $C$  schliesst also alle charakteristischen Entwicklungserscheinungen in sich ein. Selbstverständlich lässt diese Gleichung, ganz formell genommen, auch Abszissenbeträge grössere als  $C$  und sogar auch negative  $x$ -Werte zu. Jedoch können diese nicht hier in Betracht kommen, da wir hier nur die Ordinaten zwischen  $O$  und  $C$  ins Auge nehmen. Auch wären übrigens die diesen für uns sinnlosen Abszissenwerten entsprechenden Ordinaten, wie es schon C z u b e r (und sicherlich auch P e a r s o n) bezüglich der Gleichung 17 hervorgehoben hat, meist imaginär, in Anbetracht dessen dass die beiden in der Gleichung auftretenden Exponenten zumeist gebrochene Zahlen sein müssen.



B.) I. 2. Der Raumersparnis halber muss ich den die analytische Verifikation der Gleichung 24 betreffenden Haupttextinhalt nur ganz summarisch resümieren. Es wird dort analytisch nachgewiesen, dass die Kurve 24 alle charakteristischen Eigenschaften einer beliebigen (durchschnittlich jedoch genommenen) Zuwachskurve besitzt. Namentlich wird nachgewiesen: 1) dass die gesagte Kurve fähig ist, aus dem Koordinatenursprunge unter verschiedensten Winkeln bezw. Richtungen auszugehen: sowohl unter dem Winkel  $O$ , d. h. tangential an die Abszissenaxe, als auch unter grösseren und selbst bis zu 90 Grad aufsteigenden Winkeln, wobei jedoch dieser letztere Fall, obwohl von der Gleichung noch zugelassen, beim Zuwachse eigentlich nicht in Rücksicht kommen kann; 2.) dass sich dieselbe Kurve (ebenso wie alle wirklichen Zuwachskurven) an ihrem rechten Ende nur tangential an die Abszissenaxe anschliesst; 3.) dass sie innerhalb des besagten Gebietes nur ein einziges Maximum besitzen kann, uzw. bei der durch die Gleichung 26 ausgedrückten Abszisse; 4.) dass sie ausserhalb der Abszissenaxe und zugleich rechts von der Ordinatenaxe nur zwei Wendepunkte haben kann, uzw. bei den durch die Gleichung 28 ausgedrückten Abszissen.

B.) I. 3. Die Gleichung 24 besitzt, wie gesehen, einen Parameter (C), der die obere Zeitgrenze der Zuwachsaktivität angibt d. h. das Alter, welches die Waldbäume (nach Maassgabe ihres bis zu einem gewissen Zeitpunkte eben noch beobachteten Entwicklungsganges) wahrscheinlich noch erleben können. Auf Grund einer konkreten Reihe von Zuwachsbeträgen versuchte ich nun beiläufig zu bestimmen, bis zu welchem Betrage der erwähnte Parameter überhaupt ansteigen kann. Zu diesem Behufe muss man bekanntlich wenigstens 4 verschiedene Koordinatenpaare kennen, da die Gleichung 24 vier Parameter enthält, die (als vorläufige Unbekannten) ermittelt bezw. ausgerechnet werden können nur mit Hilfe von wenigstens 4 Gleichungen mit bereits bekannten Koordinatenpaaren. Viel sicherer fällt diese Berechnung selbstverständlich aus, wenn sie nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeführt wird, natürlich auf Grund einer grösseren Anzahl von Koordinatenpaaren, als in der Gleichung eben Parameter enthalten sind. Doch ist dieses exakte Verfahren selbst in den leichtesten Fällen wesentlich langwieriger, hier aber, wo wir es mit nichtlinearer Gleichung zu tun haben, ist es noch ganz unvergleichlich langwieriger. Andererseits mir handelte es sich hier nicht gar um volle Exaktheit, sondern bloss um eine eben noch erträgliche Approximation. Es war ausserdem nur die gesagte Zeitgrenze, die mich hier interessierte, nicht aber auch die übrigen Gleichungsparameter. Ich wendete also die einfachere und rascher zum Ziele führende Methode der teilweisen Auflösung von 4 Bestimmungsgleichungen

gen an. Der Weg nun, welcher zur Formel für die Berechnung von  $C$  führt, ist bezeichnet durch die Gleichungen 29—34. Die betreffende, nicht geschlossene Formel für die Berechnung von  $C$  ist in der Gleichung 34 enthalten, aus welcher sich  $C$  nur durch schrittweises Probieren mit verschiedenen dafür im vorhinein angenommenen Werten ermitteln lässt. Als beste Lösung gilt sodann derjenige  $C$ - Betrag, für welchen sich der linksseitige, als  $F(C)$  erscheinende, also veränderliche Teil der Gleichung am meisten nähert dem rechtsseitigen (konstanten) Gleichungsteile. Selbstverständlich können wir uns auf diese Weise demjenigen  $C$ - Werte, der den gegebenen Koordinatenpaaren vollkommen streng entspricht, mit einer ganz beliebigen, selbst auch äussersten Genauigkeit nähern, sofern dazu in rein technischer Hinsicht überhaupt Möglichkeit besteht.

Auf diese Weise erledigte ich nun die  $C$ - Berechnung mit Hilfe gewisser Koordinatenwerte, die sich mittelbar aus den Angaben der Tabelle 2 ergeben. Diese Angaben stammen von Prof. Guttenberg her (Nr. 16, S. 45) und beziehen sich auf den Wachstumsgang der mittleren Bestandeshöhe für die Fichtenbestände der I. Standortsbonität in Tirol, usw. in Decimetern ausgedrückt und innerhalb der Altersgrenzen vom 10. bis zum 150. Jahre. Graphisch wurde dieser Wachstumsgang dargestellt durch die  $y$ - Kurve der Abbildung 1. Die Differenzen dieser aufeinander folgenden  $y$ - Beträge, nach Formel 4 je durch 10 geteilt und (dem allgemeinen Gebrauche gemäss) den betreffenden Periodenmitten als Abszissen zugewiesen, als wenn erfolgten sie eben in diesen Mitten, sind (in Centimetern) enthalten in der Tabelle 3. Diese Reihe von Zuwachswerten sollte

#### $Ay$

eigentlich (im Sinne der Gleichung 4) mit  $Ay$  bezeichnet werden, nicht aber (wie hier) mit  $y'$ , doch ist dies ganz nebensächlich in Anbetracht des Umstandes, dass sie hier (in völliger Ermangelung einer besseren) doch faktisch die  $y'$ - Reihe nach Gleichung 24 repräsentieren soll.

Aus dieser empirischen Reihe von Zuwachsbeträgen nahm ich nun für die gesagte Berechnung diejenigen heraus, die den Abszissen 5, 55, 95, 145 entsprechen. Dieselben sind nämlich auf das ganze vom 5. bis 145. Jahre reichende Zeitgebiet derart verteilt, dass man daraus schon mit einer ganz ziemlichen Berechtigung eine genügende Genauigkeit des (mit Hilfe von nur 4 Koordinatenpaaren) errechneten  $C$ - Betrages erwarten darf. Die für die Rechnung notwendigen Logarithmen entnahm ich den 10-stelligen Logarithmentafeln von Vega (Vega Georg: Thesaurus logarithmorum completus, Leipzig 1794). Die Präzision dieser Tafeln nützte ich, wo es eben notwendig war (bei Interpolationen), bis zur äussersten Grenze aus. Der konstante Ausdruck auf der rechten Gleichungsseite beträgt nun nach die-

ser Rechnung 0.529.562. Obwohl ich mit einer viel grösseren Anzahl von Decimalen rechnete, führe ich hier nur deren sechs an, da (wie wir gleich sehen werden) eine grössere Anzahl derselben hier auch nicht notwendig ist.

Der richtige  $C$ - Betrag kann somit, praktisch genommen, nur derjenige sein, der — in den linksseitigen variablen  $F(C)$ -Ausdruck eingeführt — für diesen letzteren den eben angeführten Betrag 0.529.562 ergibt. In den eben erwähnten variablen Ausdruck führte ich nun nacheinander die sieben in der Tabelle 4 angegebenen  $C$ - Werte ein. Die entsprechenden  $F(C)$ - Werte, ebenfalls in der Tabelle angeführt, zeigen nun mit anwachsenden  $C$ - Werten jedenfalls auch eine Zunahme, jedoch eine äusserst langsame. Obwohl der letzte  $C$ - Betrag bereits die astronomische Zahl von 100 Milliarden von Jahren überschritten hat, hält sich der ihm entsprechende  $F(C)$ - Betrag noch gar sehr weit unter der angegebenen konstanten Zahl. Offenbar zeigt *also*  $F(C)$  die Tendenz an, sich dieser konstanten Zahl erst in der Unendlichkeit vollkommen zu nähern. So sollte denn das Alter, bis zu welchem — dem angegebenen Zuwachsgange gemäss — die Fichtenstämme an der gesagten Bonität durchschnittlich noch leben-und wachsen könnten, sich eigentlich in die Unendlichkeit erstrecken. Dies kommt übrigens auch schon aus der graphischen Darstellung desselben Zuwachsganges heraus, wie es die darnach konstruierte  $y'$  - Kurve (Abbildung 1) zeigt. Bei ihrem rechten Ende zeigt sie nämlich schon eine zur Abszissenaxe beinahe parallele Richtung an, obwohl nicht einmal das Alter von 150 Jahren noch überschritten ist. Sofern mir bekannt, ähnlich stehen die Verhältnisse bei allen aus neueren Ertragstafeln resultierenden Zuwachskurven.

Wie verträgt sich jedoch dies mit der bekannten Tatsache, dass die grosse Mehrzahl von bestandbildenden Bäumen aufhört zu wachsen und abstirbt sogar sehr früh und dass auch die übrigen Individuen nicht länger leben und wachsen können als höchstens ein halbes bis ein ganzes Jahrtausend oder vielleicht auch noch etwas mehr (dies jedoch bei anderen, noch länger lebensfähigen Holzarten). Die Erklärung scheint nicht schwer zu sein. Die Ertragstafelkurven geben bekanntlich den durchschnittlichen Entwicklungsgang an usw. nur bis zum Alter, in welchem die Bestände verhältnissmässig noch ein ziemlich gutes Gedeihen zeigen. Ihr Zuwachs in diesem Alter, obwohl nun schon weit unter demjenigen, den sie zur Zeit ihrer besten Entwicklung zeigen, ist ja immerhin noch ein solcher, als ob der Bestand — dem ganzen Gange seiner bisherigen Entwicklung gemäss — noch eben bis in die Ewigkeit leben und wachsen werde. Doch die Altersschwäche, die nachher fortwährend und immer mehr Platz greift, übt auf den Entwicklungsgang nicht nur direkten Einfluss aus, sondern auch insoferne,

als sie unvermeidlich und immer mehr von Erkrankungen aller Art begleitet wird, die nun zuletzt den Lebens- und Entwicklungsfaden weit früher abbrechen, als es sonst der Fall wäre.

Obwohl also die Bäume und Bestände nur ein ganz begrenztes Dasein haben können, so ist doch ihre Entwicklung bis zur Erreichung eines gewissen, wirtschaftlich noch zulässigen Alters (nach welchem die Entwicklungsbeobachtungen überhaupt aufhören) noch immer eine solche, *als ob sie* — wenn auch in je schwächerem Rythmus — bis eben in die Ewigkeit andauern werde. Und für uns daher, wenn es sich darüber handelt, eine analytische Grenze ihrer Entwicklung festzusetzen, ist eigentlich nicht das maassgebend, was tatsächlich stattfindet nach Ueberschreitung des wirtschaftlich noch zulässigen Alters, sondern das, was voraussichtlich stattfinden könnte, wenn die Altersschwäche nicht unterstützt wäre (und dazu in einem fortwährend zunehmenden Maasse) von pathologischen Prozessen aller Art. Es ist demnach durchaus nicht zu befürchten, dass der analytische Ausdruck, der den durchschnittlichen Zuwachsgang bis zum wirtschaftlich noch zulässigen Alter charakterisieren soll, irgend einen Schaden dadurch erleiden werde, wenn man die obere Entwicklungsgrenze bereits *ipso* vorhinein bis in die Unendlichkeit versetzt.

**B.) II. 1.** Nach Abbildung 2 und in Anbetracht der vorletzten Gleichung unter 23 kann  $C$  unendlich werden nur vermittelt seines rechten Teils  $9_z$ , während die Grössen  $\nabla_A$  und  $r_t = B$  bei irgend welcher Zuwachsreihe nur endlich sein können. Dasselbe gilt natürlich auch für deren Quotienten (Gleichung 35) und demzufolge — vermittelt der Gleichung 20 als auch der letzten zwei Gleichungen unter 23 — auch für den Quotienten 36, woraus sich dann unvermittelt der Ausdruck 37 ergibt. Wird dieser in die Gleichung 24 eingeführt, jedoch mit Rücksicht auf die unter 23 ersichtliche ursprüngliche Form von  $A$ , so folgt (mit Beachtung auch der übrigen Substitutionsgleichungen unter 23) die Gleichung 38, woraus dann nach einigen einfachen Umformungen die Gleichung 39 resultiert. Wird  $C$  unendlich, so reduziert sich hier der Zähler des ersten Hauptbruches auf  $a_y$  während der Nenner des zweiten Hauptbruches (als der Einheit gleich werdend) aus der Rechnung verschwindet. Vom Nenner des ersten und vom Zähler des zweiten Bruches dagegen gelangt man nach bekannter Regel der Infinitesimalrechnung zu den Ausdrücken 40 und 41 mit  $e$  als Basis des natürlichen Logarithmensystems. Die Gleichung 39 verwandelt sich also unter dem Einflüsse dieser Aenderungen in die Gleichung 42 und vermittelt der Substitutionsgleichung 43 zuletzt in die Gleichung 44, wo natürlich  $A$  nicht identisch ist mit demselben Zeichen unter 24.

Damit sind wir nun zur Zuwachsfunktion gelangt, die auch schon ganz formell davon Rechnung trägt, dass bei Waldbäumen und bis zum wirtschaftlich noch zulässigen Alter die durchschnittliche Zuwachskurve derartiges Aussehen zeigt, als ob das Wachstum — mit unaufhörlichem Sinken des Zuwachses natürlich — bis in die Ewigkeit andauern werde. Die Funktion 24, an derartige Zuwachskurven angewandt, nimmt sozusagen ganz automatisch die Form 44 an und wird sodann, neben dieser, ganz von selbst gegenstandslos.

In einer dem Verfahren, welches enthalten ist in den Gleichungen 21—24, ganz ähnlichen Weise ergibt sich auch die Funktion 44 aus einer Gleichung, welche bereits von Pearson hergeleitet wurde und welche von Czuber angeführt wird an den Seiten 24 und 29 seines erwähnten Buches. Nur wurde natürlich diese Funktion, als von den Zielen, die diesen Autoren vorschwebten, gänzlich abseits stehend, nicht von ihnen hergeleitet und (sofern mir bekannt) auch gar hindeutungsweise nicht berührt.

Nach Einführung des Ausdruckes 45 nimmt die Funktion 44 ohne weiteres die Form 46 an, die als Zuwachsgleichung von Koller bekannt ist (Nr. 6, S. 34). Koller hat sie jedoch nicht hergeleitet, sondern sie einfach von Gram übernommen, nur mit dem Unterschiede, dass sie von Gram als Wachstums\* Funktion vorgeschlagen und angewandt, von Koller dagegen als Zuwachs-Funktion ins Auge gefasst wurde, was selbstverständlich richtiger ist. Die Zuwachs-Kurve nimmt nämlich schon bei Lebzeiten des Baumes vielfach ab (die Höhenzuwachskurve sogar sehr früh), während eine etwaige Abnahme der Wachstums-Kurve nicht anders ins Auge gefasst werden kann, als ein Prozess der postmortalen Zersetzung, welcher aber mit dem Wachstum (als einer ausdrücklichen Lebenserscheinung) bereits nichts mehr gemeinsam hat. Andererseits auch schon der blosse Begriff des physiologischen Wachstums verträgt sich durchaus nicht mit dem Begriffe des Sinkens, welcher nun an die Gleichungen 46, 44 und 24 jedenfalls gebunden ist.

Ob nun auch Gram die Funktion 46 ohne Herleitung aufgestellt oder sie wirklich hergeleitet hatte und auf welchem Prinzipie, ist mir nicht bekannt, da Gyldenfeldt, berichtend von ihr in der »Zeitschrift für Forst- und Jagdwesen« (1880, S. 240), nichts sagt in dieser Hinsicht.

**B.) II. 2. a)** Wenn wir schon für die Zuwachsfunktion das Prinzip angenommen haben, dass ihre obere Zeitgrenze (bei Waldbäumen und Waldbeständen wenigstens) ins Unendliche reichen soll, so ist hiermit der Vorrat solcher aus Gleichung 24 bzw. 22 herleitbarer Funktionen nicht ganz erschöpft. Die Glei-

chung 20 bleibt nämlich in sich selbst unverändert, wenn man z. B. vor ihre beiden rechtsstehenden Ausdrücke negative Vorzeichen setzt, d. h. wenn man diese Gleichung anschreibt in der Form 20-a. Werden nun diese negativen Vorzeichen in die Gleichung 22 eingeführt, so erhält sie die Form 47. Wird deren letztangeschriebener (eingeklammelter) Ausdruck auf gemeinsamen Nenner ( $g_1 - g_2$ ) gebracht, so kürzen sich miteinander der Zähler des ersten und der Nenner dieses nun neuentstandenen zweiten Bruches, wobei im Zähler des ersteren nur noch a übrigbleibt, während der gesagte Nenner des letzteren ganz wegfällt. Wird hierauf der zweite Ausdruck aus dem Nenner des ersten Bruches unter den noch übrig bleibenden Zähler des letzteren versetzt, so können dann beide diese Ausdrücke unter den gemeinsamen Exponenten  $-r_2$  gesetzt und sodann, als Zähler und Nenner ein und desselben Bruches, mit  $(-1)$  multipliziert werden. Hierdurch nimmt nun die Gleichung 47 die Form 48 an. Transformiert man jetzt diese letztere mit Rücksicht auf die Negativität des Exponenten, so ergibt sich weiterhin die Gleichung 49.

Wie hieraus ersichtlich,  $g_2$  muss auch hier, ebenso wie früher, grösser sein als  $g_1$  (und demzufolge auch  $r_2 > r_1$ ), da sonst  $y'$  eventuell (ab und zu) auch negativ sein könnte, was jedoch mit Rücksicht auf den unbedingt positiven Charakter des Zuwachses nicht statthaft ist. Ausserdem müsste die Relation  $g_1 > g_2$  es mit sich bringen, dass bei einem gewissen von Null verschiedenen (positiven)  $x$ -Betrag der Nenner des rechtsstehenden (veränderlichen) Bruches auf Null herabsinkt, was nun den naturwidrigen und daher unmöglichen Betrag  $y' = \infty$  zur Folge hätte. Ihrer theoretischen Aufgabe kann somit diese letztere Gleichung genügen nur unter der (wie wir noch sehen werden) ganz leicht erfüllbaren Bedingung  $g_2 > g_1$ .

Damit nun andererseits  $g_a$  unendlich werde, wie dies z. B. in den Gleichungen 38—41 der Fall ist (mit Rücksicht auf die vorletzte Gleichung unter 23), dies ist hier durchaus unnötig, da auch hier  $y'$  grösser bleibt als 0 bis selbst in die Unendlichkeit und erst alsdann (wegen  $r_2 > r_1$ ) auf Null herabsinken muss. Der variable Bruch in 49 kann nämlich auf die Form 50 (rechterhand) gebracht werden, deren erster Summand bei  $x = \infty$  offenbar verschwindet. Damit nun ihr zweiter Summand bei demselben  $x$ -Betrag unendlich werde und demzufolge auch  $y'$  verschwinde, Vorbedingung dafür ist  $r_2 > r_v$ .

Dies ist also die Grundbedingung für die Richtigkeit der Gleichung 49 und dieser Bedingung sollen wir Genüge leisten bereits a priori. Dies ist jedoch auch ganz leicht möglich, wenn von den Substitutionsgleichungen 51 Gebrauch gemacht wird,

wo  $c$  als ein neuer Parameter eingeführt wurde, der grösser sein muss als 1. Mit Rücksicht auf die Gleichung 20 besteht jetzt die ihr konforme Gleichung 52 und hieraus ergibt sich nun der Ausdruck 53. Wird dieser letztere (ebenso wie die Ausdrücke unter 51) in die Gleichung 49 eingeführt, so ergibt sich hieraus nach einigen Zusammenziehungen der Ausdruck 54. Hieraus wiederum, usw. mit Rücksicht auf die Abkürzungen unter 55, ergibt sich schliesslich die erstrebte Funktion 56, wo ebenfalls alle Parameter positiv sein müssen ( $A$  natürlich mit einer anderen Bedeutung als in den Gleichungen 24, 44, 46). Hierdurch erhielten wir nun eine Zuwachsfunktion, die (bei denselben Grundeigenschaften) einen wesentlichen Vorteil hat den bereits angeführten gegenüber. Wir werden ihn noch kennen lernen.

**B.) II. 2. b)** Auch für diese letzthergeleitete Funktion wird im Haupttexte analytisch nachgewiesen, dass sie alle charakteristischen Eigenschaften der Zuwachskurven besitzt, ganz so wie die Funktion 24. Namentlich wird festgestellt, dass unbedingt  $c > 2$  sein muss, da sonst die Kurve 56 nicht entsprechen könnte den wirklichen Zuwachskurven sowohl in bezug auf die Richtung ihres Ausganges aus dem Ursprünge als auch in bezug auf die Position ihrer Wendepunkte. Als wesentlichste Resultate dieser Verifikation sind Gleichungen 58 und 60 hervorzuheben, deren erste die Abszisse des einzigen Kulminationspunktes repräsentiert, die zweite dagegen die beiden Wendepunktabszissen. Die Verifikation der Funktionen 44 und 46 wurde hier unterlassen, da es bezüglich der letzteren bereits Koller getan hatte (a. a. O., S. 35—37) und da die erstere eigentlich nichts anderes ist, als eine analytisch brauchbarere Form der letzteren.

**B.) III.** Die Zuwachsfunktionen für sich allein können für die praktische Anwendung nur von einer mehr untergeordneten Bedeutung sein den Wachstumsfunktionen gegenüber. Dies kommt daher, dass der Zuwachs, als Differenz je zweier aufeinander folgender  $y$ -Beträge, behufs Prüfung seines Ganges nicht direkt gemessen, sondern nur indirekt ermittelt werden kann, usw. aus den nacheinander gemessenen  $y$ -Beträgen. So ist es wenigstens in der ganz gewaltigen Mehrzahl von Fällen, d. h. beim Massenzuwachs stets und beim Höhenzuwachs meist (nur hie und da Fälle, ausgenommen, wo wir es mit quirltreibenden Nadelhölzern zu tun haben). Deshalb erscheint es jedenfalls als naturgemässer, wenn auch der regelmässige Gang des Zuwachses (im Sinne der analytischen Funktion) ausgeführt wird nicht direkt aus einer der Zuwachsgleichungen selbst, sondern erst indirekt, d. h. aus einer der Wachstumsgleichungen.

Andererseits die Zuwachsbeträge, als Differenzen zwischen gemessenen  $y$ -Beträgen, sind von Messungsfehlern stärker be-

haftet als die  $y$  - Beträge selbst. Es kann allerdings stattfinden, dass, obwohl zwei aufeinanderfolgende  $y$  - Beträge mit Messungsfehlern behaftet, der daraus resultierende Zuwachsbetrag trotzdem fehlerlos bleibt, was z. B. der Fall wäre, wenn beide  $y$  - Beträge mit zahlenmässig gleichen und dazu auch mit gleich bezeichneten Messungsfehlern behaftet wären. Es ist jedoch auch der Fall entgegengesetzter Vorzeichen möglich, dem vorigen sogar auch gleich wahrscheinlich. Da haben wir dann eine Kumulierung von Fehlern im erhaltenen Zuwachsbetrage, weshalb eben die Amplitude der Fehlerhaftigkeit (um mich so auszudrücken) beim Zuwachse doppelt so gross erscheint als bei der Primärgrösse selbst.

Dies musste hervorgehoben werden bezüglich der absoluten Fehlerbeträge. Was nun die relative Fehlerhaftigkeit (in Prozenten ausgedrückt) anbelangt, so steht es in dieser Hinsicht mit dem Zuwachse noch ärger, da nämlich seine Beträge in der Regel viel geringer sind als die Primärgrössenbeträge.

Die Zuwachsfehler kommen zwar nicht eben arg zum Vorschein, wenn die Primärgrössen gemessen werden in grösseren Zeitabschnitten, z. B. jedes zehnte Jahr. Doch die so erhaltenen Zuwachsbeträge, als durchschnittlich-jährliche, unterscheiden sich schon mehr oder weniger von denjenigen, die (der regelmässigen Zuwachskurve gemäss) tatsächlich fallen sollen eben in die Mitten der einzelnen Perioden. In vielen Fällen kann allerdings solch ein mittlerer Zuwachsfoetrag fast haarscharf als der eben in der Perioden-Mitte erfolgte betrachtet werden und geschieht dies zur Zeit, wo die Zuwachskurve eine annähernd gerade Richtung zeigt. Wenn diese jedoch stärker gekrümmt ist, so gehört (je nach Umständen) solch ein durchschnittlicher Betrag, seiner Grösse nach, nicht mehr genau genug in die Mitte seiner Periode. Und dies nun, zusammen mit einem noch ziemlichen Teile der erwähnten Mangelhaftigkeit in der Zuwachsermittlung, beeinträchtigt die Präzision der darauf fundierten mathematischen  $Z u w a c h s$ -Kurve jedenfalls mehr, als es der Fall ist bei der (auf einem entschieden zuverlässigeren Grundlagenmaterial fundierten) mathematischen  $W a c h s t u m s$ -Kurve

C.) I. Die Wachstumsgleichungen sind bekanntlich erste Ableitungen der Wachstumsgleichungen. Diese letzteren ergeben sich daher aus der Integration von Differentialen jener ersteren.

Aus der Gleichung 44, die (wie gesagt) nur als eine für analytische Operationen besser geeignete Form der Gleichung 46 erscheint, folgt als vorläufige (noch nicht abgeschlossene) Form der Wachstumsgleichung der Ausdruck 61. Dieser kann nun zum Abschlüsse gebracht werden nur im Wege der sogenannten partiellen Integration. Bevor wir jedoch hierzu heran-



treten, wollen wir ihn noch etwas vereinfachen, usw. mit Hilfe des Substitutionsausdruckes 62 und der ihm zugeordneten Ausdrücke unter 63. Setzt man diese drei Ausdrücke in 61 ein und beachtet man hierbei die Integrationsgrenzen, mit deren Vertauschung sich das Vorzeichen des Integrals ändert, so ergibt sich daraus die Gleichung 64. Wenn wir jetzt vorläufig nur die unbestimmte Integration des Integrals 64 ins Auge fassen und substitutionsweise die Ausdrücke 65 und 67 anwenden, so nimmt das Integral  $I_0$  aus 65 mit Hilfe der bekannten Gleichung 66 die Form 68 an. Das Integral im Subtrahenden dieses letzten Ausdruckes (wir wollen es mit  $L$  bezeichnen) ist nun ganz analog gebaut wie das Integral  $7_0$  aus 65. Daher erhält es mit Hilfe der Ausdrücke unter 69 die Form 70. Substituiert man weiter die Ausdrücke 71, so nimmt das Integral ( $/_2$ ) aus dem Subtrahenden des Ausdruckes 70 die Form 72 an.

Wäre nun  $\beta$  eine ganze Zahl und wollte man den angegebenen Integrationsvorgang so lange fortsetzen, bis der Koeffizient vor dem Integralzeichen auf Null herabsinkt, so erhielte man als letztes partielle Integral den Ausdruck 73. Nach Einsetzen dieses letzteren in das vorletzte ( $/_{B-1}$ ), dieses wiederum in das vorangehende usw. bis schliesslich zu  $I_0$  (all dies unter gleichzeitiger Ausmultiplizierung der einzelnen Partialintegrale mit den davorstehenden Koeffizienten) wäre die unbestimmte Integration des Ausdruckes 64 zum Abschluss gebracht und bliebe es nur noch übrig, dieses unbestimmte Integral aufzulösen in bezug auf seine Grenzen. Hiermit wäre die gesuchte Wachstumsfunktion vollkommen gegeben usw. in einer endlichen Form.

Die Integration des Ausdruckes 64 hat, wie ersichtlich, eine Vorbedingung, dass nämlich  $B$  schon a priori bekannt ist. Man soll es also bereits aus der Gleichung 44 bestimmen, usw. entweder nach der Elementarmethode (Auflösung von 3 Gleichungen mit 3 bekannten Koordinatenpaaren) oder nach der Methode der kleinsten Quadrate. Nach irgend welcher dieser Methoden resultiert indessen  $B$  in der Regel als ein Bruch, was bedeuten will, dass die Auflösung des Integrals 64 in der Regel zu einer unendlichen und für das hier erstrebte Ziel eigentlich unbrauchbaren Reihe führt. Um nun doch zu einer für praktische Ausnützung geeigneten, also endlichen Reihe zu gelangen, muss  $B$  auf ganze Zahl auf- bzw. abgerundet werden. Unter dieser Bedingung und auf beschriebene Weise ergibt sich dann für  $/_0$  der Ausdruck 74. Mit Rücksicht auf leichte Erkennbarkeit der Pegel, nach welcher sich die Vorzeichen der einzelnen darin befindlichen Glieder wechseln, kann dieser Ausdruck angeschrieben werden auch in der Form 75. Wird jetzt zur Bestimmung dieses noch unbestimmten Integrals herangetreten (mit

Rücksicht auf die unter 64 angegebenen Grenzen), so entsteht hieraus die Gleichung 76 und aus dieser nach einigen Umformungen schliesslich die Gleichung 77.

Dies wäre also die K o l l e r'sche Wachstumsfunktion. Nach Prof. G u t t e n b e r g (a. a. O., S. 61) »erscheint sie etwas zu kompliziert, um eine Anwendung in der Praxis zu gestatten«. Ausser diesem rein praktisch gehaltenen Einwände kann man ihr auch deren einige von rein theoretischem Charakter geben. Aus leicht fasslichen Gründen gehört hierzu schon die Notwendigkeit der gesagten Auf- bzw. Abrundung von  $B$ . Ausserdem ist die Funktion eigentlich nicht selbständig. Denn vermittelt ihrer Parameter, die entweder alle (nach K o l l e r selbst) oder wenigstens teilweise ( $B$ ) aus der Gleichung 44 ermittelt werden müssen, setzt sie ihre  $y$ -Beträge in Abhängigkeit von den (jedenfalls weniger zuverlässigen) empirisch gefundenen  $y'$ -Beträgen. Nach meiner obigen Herleitung erscheint die K o l l e r'sche Wachstumsfunktion in rein formeller Hinsicht wesentlich einfacher als nach K o l l e r selbst (von K o l l e r wurde sie aus der analytisch weniger geeigneten Gleichung 46 hergeleitet), doch auch jetzt verliert sie noch immer nicht den von G u t t e n b e r g hervorgehobenen ungünstigen Charakter.

Für den Fall, dass von den in 77 enthaltenen Parametern nur  $B$  aus der Gleichung 44 ermittelt wird, müsste natürlich, der von allen Parametern zusammengesetzte Ausdruck vor der Hauptklammer durch einen einzigen, neuen Parametersausdruck ersetzt werden.

**C.) II., 1.** Wird sowohl der Zähler als auch der Nenner der Funktion 56 durch den Ausdruck 78 geteilt, so folgt aus ihr nach einfacher Umformung die Gleichung 79 bzw. 80. Setzt man in diese letztere die Ausdrücke unter 81 und 82 ein und beachtet man sowohl die neuen Integrationsgrenzen im Sinne der Gleichung 81 als auch die erwähnte Regel, dass die Vertauschung von Integrationsgrenzen eine Aenderung des Vorzeichens vor dem Integrale zur Folge hat, so ergibt sich hieraus nach entsprechender Zusammenziehung der Ausdruck 83. Werden nun in diesen letzteren die Ausdrücke unter 84 und 85 eingesetzt, so ergibt sich daraus die Gleichung 86, und aus dieser, nach Vereinfachung im Sinne des Ausdruckes 87, ergibt sich schliesslich die gesuchte Wachstumsfunktion 88. Die der Funktion 56 analoge Form des Ausdruckes 88 ist unter 88-a angeführt.

Wie ersichtlich, diese letztere Form unserer Wachstumsfunktion unterscheidet sich von der Funktion 56 nur insoferne, als hier sowohl der Zähler als auch der Nenner ein und denselben Exponenten besitzt. Es ist demnach, in völliger Uebereinstimmung mit den Formen der entsprechenden Kurven, diese

Wachstumsfunktion einfacher geformt als die ihr entsprechende Zuwachsfunktion. Sonst kommt aus 88-a gleich auf den ersten Blick heraus, dass für  $x \sim 0$  auch  $y = 0$  sein muss. Die Form 88 zeigt nun weiter, dass für  $x = 0$  sich  $y = a$  ergeben muss, dass also die Wachstumskurve ihr Ende nimmt mit dem asymptotischen Betrage  $a$  als Ordinate. Auf diesem Wege von  $0$  bis  $a$  passiert die  $y$ -Grösse (unaufhörlich zunehmend) durch einen einzigen Wendepunkt, dessen Abszisse ausgedrückt wurde durch die Gleichung 58. Da weiter, wie schon gesehen, die Funktion 56 bei  $x = 0$  ebenfalls gleich Null ist, so steht die anfängliche Richtung der Kurve 88 tangential zur Abszissenaxe.

Die Funktion 88 besitzt also sämtliche für die Wachstumscharakterisierung (wie dasselbe dargestellt wird durch Abbildung 1) notwendigen Eigenschaften. Sie muss sich daher an die konkreten, auf Grund der Beobachtungsergebnisse aufgetragenen Wachstumskurven in genügendem Maasse anschmiegen. Es ist jedoch auch bekannt, dass das Anschmiegevermögen einer theoretischen Kurve nicht allein von ihrem allgemeinen Charakter abhängt (ob prinzipiell richtig oder nicht), sondern auch von ihrer Parameteranzahl. Je grösser diese, desto (bei sonst richtigem Funktionscharakter) grösser die Anschmiegsamkeit. Von diesem Standpunkte aus könnte nun die Gleichung 88 nur noch mit einem einzigen neuen Parameter dotiert werden (in Form eines unmittelbar über  $x$  gestellten Exponenten) und erhielte man hierdurch die von mir 1930 (herleitungslos) publizierte Wachstumsgleichung. Am Ende der vorliegenden Studie werde ich auch diese erweiterte Form der Wachstumsfunktion speziell herleiten, muss jedoch schon jetzt hervorheben, dass auch selbst bei der Funktion 88 die Parameterberechnung nicht eben bequem und rasch vor sich geht, indem nämlich auch sie nicht in die Gruppe linearer Funktionen hineingehört. Deshalb muss auch bei ihr (ebenso wie bei der Koller'schen Funktion) der ganze Berechnungsprozess nach der Methode der kleinsten Quadrate — wegen zahlreicher Logarithmierungen und Antilogarithmierungen langwierig und mühselig — noch einige Male wiederholt werden. Dies gibt mir nun Beweggrund dazu, aus ihr eine möglichst verwandte Näherungsfunktion zu entwickeln, bei welcher keine Wiederholung des Rechnungsprozesses, und dazu auch kein Logarithmieren bzw. Antilogarithmieren notwendig ist. Selbstverständlich muss diese vereinfachte Funktionsform von ganz theoretischem Standpunkte aus minderwertig sein der Funktion 88 gegenüber.

C.) II., 2. Der Nenner der Funktion 88 kann leicht in eine Binomialreihe entwickelt werden, in der Regel unendliche, weil  $c$  nur ausnahmsweise ganze Zahl sein kann. Dadurch entsteht aus ihr die Funktion 89, die mit Hilfe der Substitutionsausdrücke unter 90 die Form 91 erhält mit  $A, B, C, \dots$  als neuen.

Parametern. Eine je grössere Anzahl solcher Parameter in der Gleichung bezw. der Glieder in ihrem Nenner (von links nach rechts), desto besser müssen sich ihre  $y$  - Werte an die gegebene Reihe von  $y$  - Beträgen anschmiegen.

Sonst ist aus der Funktion 91 ersichtlich, dass — wie gross •oder klein die Anzahl von Parametern bezw. von Nennergliedern auch sein mag, die Eins allein ausgenommen — für den Fall  $x = 0$  ebensowohl auch  $y = 0$  sein muss, während anderseits bei  $x = \infty$  der Betrag  $y = A$  sich ergibt. Diesbezüglich ist also die Funktion 91 ganz übereinstimmend mit der Funktion 88. Die übrigen Charaktermerkmale der Funktion 91 sind nicht so beständig. Sie sind einigermaßen durch die Anzahl von Nennergliedern bezw. von Parametern bedingt. Jedenfalls dürfte die Parameteranzahl nicht unter 4 herabsinken; anderseits jedoch, selbst auch in anspruchsvollsten Fällen, können 6 Parameter vollkommen genügen. Dabei dürfte die angegebene untere Anzahlgrenze für den Höhen-Wachstumsgang Geltung haben, die obere für den Wachstumsgang der Holzmasse.

Die Funktion 91 repräsentiert — ihrer ganzen Form gemäss — noch immer nicht das, was hier eigentlich erstrebt wird, da — auch sie (wie ersichtlich) noch nicht linear ist. Dafür ist doch vollkommen linear (mit Rücksicht auf die Parameter als Unbekannten) die ihr reziproke Funktion 92, die mit Hilfe der Substitutionsausdrücke unter 93 die endgültige Form 94 annimmt mit  $a, \beta, \gamma, \dots$  als neuen Parametern. Diese letztere lässt also eine bequeme und verhältnismässig rasche Parameterberechnung zu, sei es nach der Elementarmethode oder nach der Methode der kleinsten Quadrate. Nach deren Ausrechnung ergeben sich dann die Parameter der Gleichung 91 durch einfache Umkehrung der Ausdrücke unter 93 d. h. nach den Formeln 95. Doch ist dieses letztere auch nicht gar notwendig, da auf Grund bekannter Werte für  $a, \beta, \gamma, \dots$  und demzufolge auch für  $y^{-1}$  die den einzelnen Altern entsprechenden  $y$ - Beträge auch nur durch einfaches Umkehren von  $y^{\wedge 1}$  erfolgen können.

**D, I.** Zur Parameterberechnung nach der Elementarmethode übergehend, will ich diese nur für die Funktion 88 kurz darlegen.

Wenn man aus den drei Bestimmungsgleichungen 96, worin die Koordinatenpaare als bekannt vorausgesetzt werden, die Unbekannte  $a$  eliminiert, so entstehen die Gleichungen 97. Werden diese logarithmiert und miteinander dividiert, so fällt auch  $c$  weg und verbleibt zugleich nur noch die Gleichung 98. Ähnlich wie die Gleichung 34 kann auch diese letztere nur probierungsweise nach  $b$  aufgelöst werden, wobei jedoch  $b$  mit jeder beliebigen Genauigkeit bestimmt werden kann. Mit Hilfe des

für  $b$  gefundenen Wertes wird nun derjenige für  $c$  aus einer der Gleichungen 97 bestimmt und die Beträge für  $b$  und  $c$  dienen sodann zur Berechnung des Betrages für  $a$ , usw. aus einer der Gleichungen 96.

Die Parameterbestimmung nach dieser — eigentlich groben — Methode kann jedoch nur als eine Vorbereitungsarbeit gelten, usw. für die Bestimmung nach der viel feineren Methode der kleinsten Quadrate, zu welcher wir nun übergehen.

D, II, 1. Bevor wir jedoch die kompliziertere Entwicklung dieser Methode für die Funktion 88 in Anschlag nehmen, wollen wir möglichst kurz darstellen ihre einfachere Variante für die Funktion 94. Der Einfachheit halber werden hier nur 4 Parameter supponiert, da der Vorgang im Falle von mehr Parametern ganz analog ist. Der weiteren Vereinfachung wegen führen wir die Substitutionen nach 99 aus, wodurch die Gleichung 94 übergeht in die Gleichung 100.

Zwischen den theoretischen (gleichungsmässigen)  $>$ -Betragen für verschiedene Alter und den für dieselben durch Beobachtung erhaltenen (empirischen) Beträgen  $h(\sim^1 fwo/ = 1, 2, \dots, n)$  bestehen bekanntlich gewisse, vorderhand noch unbekannte und gleich in positiver wie in negativer Richtung mögliche Differenzen, welche durch das Gleichungssystem 101 angegeben sind. Mit Hilfe der Substitutionen unter 102 bekommen diese Gleichungen, unter der Bezeichnung »Fehlergleichungen« bekannt, die einfacheren Formen unter 103. Nachdem nun diese Differenzen (Fehler) mit den vorderhand noch unbekanntem Parameterbeträgen ( $a, \beta, \dots$ ) funktionell in Verbindung stehen, so entspricht jedem anderen Parametersysteme ein anderer  $X$ -Wert und entgegengesetzt. Nach der Theorie wird nun dasjenige Parametersystem als das wahrscheinlichste angenommen, welches die Gleichung 104 bzw. (mit Rücksicht auf das System 103) die Gleichung 105 zur Folge hat. Diese Fehlerquadratsumme kann indessen das erforderliche Minimum ergeben nur unter den durch die Gleichungen 106 angegebenen Bedingungen, d. h. wenn die partiellen Ableitungen der gesagten Summe nach  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  der Null gleichgestellt werden. Nach Ausführung dieser Operationen entstehen die 4 Gleichungen 107, die mit Rücksicht auf das System 103 ausgedrückt werden können durch die einfacheren Gleichungen 108 bzw. 109 (hierselbst nach der in der Fehlertheorie gebräuchlichen kürzeren Schreibweise).

Die Gleichungen 107 können indessen (nach Ausmultiplizierung der eingeklammerten Ausdrücke mit den ausserhalb stehenden Faktoren) auch in einer anderen Weise vereinfacht werden. Zu diesem Behufe ordnet man sie nach den Unbekannten ( $a, \beta, \dots$ ) selbst und entstehen hiernach (durch entsprechende Zusammenziehungen) die sogen. Normalgleichungen 110,

die aufgelöst werden können im Wege des einfachsten Eliminationsvorganges. Die so erhaltenen Parameterwerte, in das System 103 eingeführt, ermöglichen nun die Bestimmung einzelner Differenzbeträge, worauf man mit Hilfe der Gleichungen 108 auch die rechnerische Richtigkeit der erlangten Resultate prüfen kann.

Die Unbekanntenberechnung aus dem Systeme 110 kann noch vereinfacht werden, wenn für die Unbekannten bereits im vorhinein eigentliche Formeln aufgestellt werden. Wird zu diesem Behufe vorerst  $a$  eliminiert, so entstehen die Gleichungen 111, worin man sodann die Substitutionsausdrücke 112 einführen kann. Hierdurch erhält man die ganz einfachen Gleichungen 113. Durch Elimination von  $\beta$  resultieren alsdann die Gleichungen 114 und mit Hilfe der Vereinfachungsausdrücke unter 115 die Gleichungen 116. Die Elimination von  $y$  liefert zuletzt die einzige Gleichung 117, aus welcher sich in 118 der formelmässige Ausdruck für  $\hat{o}$  ergibt. Nach seiner Errechnung ergeben sich dann aus den Gleichungen 116 die beiden Ausdrücke für  $y$  (Gleichung 119). Die parallele Anwendung beider dieser Ausdrücke erscheint als vorteilhaft, da hierdurch bereits jetzt das eventuelle Bestehen eines groben Rechnungsfehlers entdeckt werden kann. Zum mindesten zeigen die Resultate beider dieser Formeln an, mit wieviel Decimalen weiterhin gearbeitet werden soll, da es z. B. unsinnig wäre auch weiterhin mit 10 Decimalen zu arbeiten, wenn die beiden parallelen Resultate schon in der neunten Decimale nicht übereinstimmen. Auf Grund der für  $y$  und  $\hat{o}$  bereits bekannten Werte berechnet sich dann der  $\beta$ - Wert nach der Formel 120 und weiterhin auch  $a$  nach der Formel 121.

**D, II, 2.** Aus jeder durch Gleichung 122 dargestellten (positiven oder negativen) Differenz zwischen dem gleichungsmässigen  $y$ - Werte und dem dafür beobachtungsweise erhaltenen  $h$ - Betrage ergibt sich umgekehrt je ein Ausdruck 123, der den gleichungsmässigen  $y$ - Wert als Aggregat zwischen dem betreffenden Beobachtungsergebnisse ( $h_j$ ) und seinem Fehler darstellt. Ausserdem enthält die Gleichung 123 auch eine formelle Hinweisung darauf, dass  $y_i$  funktionell abhängt nicht nur von  $X_j$  allein, sondern auch von den Parameterwerten, die sich von Fall zu Fall (z. B. von Standort zu Standort) wesentlich ändern. Indessen hängt, wie ersichtlich, diese Funktion nicht linear von ihren Parametern ab und muss daher für die Behandlung nach der Methode der kleinsten Quadrate erst speziell präpariert werden. Dies geschieht nun mit Hilfe des Satzes von Taylor. Nachdem jedoch aus technischen Gründen die Taylor'sche Reihe schon nach den die ersten partiellen Ableitungen enthaltenden Gliedern abgebrochen werden muss und nachdem hier-

durch die Quadrate und Produkte ihrer »Zusätze« vernachlässigt werden müssen, so müssen in die Funktion 88 bereits im vorhinein gewisse, möglichst gute Approximationswerte ( $a_0, b_0, c_0$ ) für Parameter eingeführt werden, die dann durch die Ausgleichung nur noch möglichst kleine Zusätze ( $a, \beta, \gamma$ ) erhalten sollen, um mit Hilfe der Gleichungen 124 auf die wahrscheinlichsten Parameterwerte ( $a, b, c$ ) ergänzt zu werden. Die Approximationswerte werden nun am zweckmässigsten nach dem durch Gleichungen 96—98 angegebenen Elementarverfahren ermittelt, wobei es auch noch als zweckmässig erscheint, die gegebenen Koordinatenpaare graphisch aufzutragen und die hierdurch erhaltene unregelmässige Kurve nach Augenmaass auszugleichen.

Die Gleichung 123, auf angegebene Weise mittelst der niedrigsten Glieder der Taylor'sehen Reihe (Gleichung 125) ausgedrückt, hätte somit die Form 126, die jedoch einer vielfachen Vereinfachung fähig ist. Zu diesem Behufe dienen die in 127 angegebenen Substitutionen, mittelst deren Hilfe sich hieraus direkt die Gleichung 128 ergibt. Hier gelten die Koeffizienten  $A, B, C, H_x$  als bekannt, nachdem nun dieselben auf Grund der Beobachtungsergebnisse direkt errechnet werden können. Aus dem durch 128 dargestellten System von Fehlergleichungen ergeben sich sodann auf bereits angegebene Weise (siehe Gleichungen 104—107) die Normalgleichungen 129, worin jedoch, wie ersichtlich, nicht mehr die Parameter selbst als Unbekannte vorkommen, sondern ihre Zusätze. Nach deren Ausrechnung (in Analogie mit den Gleichungen 111—121) werden diese Zusätze in die Formeln 124 eingesetzt. Fast nie jedoch erhält man hiermit gleich die definitiven Parameterbeträge, da die erwähnten Zusätze nach dieser ersten Berechnung in der Regel so gross sind, dass ihre Quadrate und Produkte nicht vernachlässigt werden dürfen. Deshalb dürfen die nach 124 zum ersten Male errechneten Parameterwerte nur erst als neue Approximationswerte zwecks Wiederholung des ganzen Rechnungsprozesses verwendet werden. Die hierdurch für  $a, \beta, \gamma$  erhaltenen neuen Werte müssen jedoch kleiner sein als das erste Mal, sofern natürlich kein grober Rechenfehler vorliegt bzw. sofern man mit einer genügenden Anzahl von Decimalen arbeitet. Doch müssen selbstverständlich auch sie noch immer nicht genug entsprechen und muss daher die ganze Prozedur **SQ** lange wiederholt werden, als die errechneten Zusatzwerte nicht, derart herabsinken, dass man ihre Quadrate und Produkte wirklich vernachlässigen kann. Od dieser Fall schon da ist, kann man sich mittelst der Kontrollgleichungen 130 vergewissern, die ähnlich erhalten werden wie diejenigen unter 108 bzw. 109. Ist dieser Fall schon eingetreten, so haben wir dann nicht nur die wahrscheinlichsten Parameterwerte hiermit gefunden, sondern

können auch alle uns notwendigen  $y$  - Werte auf die einfachste Weise und endgültig errechnen. Sie resultieren in diesem Falle mit genügender Genauigkeit bereits aus der Gleichung 122.

Die Methode der kleinsten Quadrate bietet uns auch die Möglichkeit, den Zuverlässigkeitsgrad der errechneten Parameterwerte zu bestimmen. Doch hierauf kann ich hier nicht eingehen.

D, III. Das hier behandelte Beispiel betrifft die in Tabelle 2 enthaltene und in Decimetern ausgedrückte Wachstumsreihe von Guttenberg. Sie ist, wie ersichtlich (Abbildung 1), bereits ausgeglichen, nicht jedoch nach der Methode der kleinsten Quadrate, sondern der Hauptsache nach graphisch und okulariter.

1. Behufs Ermittlung der Näherungswerte  $a_0$ ,  $b_0$ ,  $c_0$  (mittelst der Gleichungen 96—98) nahm ich die den Abszissen 10, 80, 150 entsprechenden Ordinaten zuhilfe. Hiermit erhielt ich:  $a_0 = 574 \cdot 3874$ ,  $b_0 = 14 \cdot 77354$ ,  $c_0 = 0.942\%$ . Mit Hilfe dieser Beträge ergaben sich nach den Gleichungen 129 die Zusatzwerte  $a = + 13 \cdot 019.9496$ ,  $\beta = - 2 \cdot 5498.0949$ ,  $y = + 0.837.605.347$ , so dass die Parameterwerte selbst jetzt betragen:  $a = 587 \cdot 407.3496$ ,  $b = 12 \cdot 2237.3051$ ,  $c = 4 \cdot 931.833.347$ . Es wurde natürlich die Wiederholung notwendig, wodurch ich erhielt:  $a = 1 \cdot 1473.5573$ ,  $\beta = - 0 \cdot 440.782.986$ ,  $y = + 0 \cdot 317.830.715$ , also Zusatzbeträge viel kleinere als das erste Mal, die jedoch noch immer nicht zu vernachlässigen sind. Ich begnügte mich hiermit dennoch, nur konnte ich aus dem gesagten Grunde die einzelnen  $y$ -Werte nicht aus der Gleichung 122 ermitteln, musste vielmehr zu diesem Behufe die neuen  $\sigma$ -Werte berechnen (siehe Gleichungen 125—127). In der Tabelle 5 sind diese Werte in der 3. Spalte zu finden. Der leichteren Vergleichung wegen enthält die 2. Spalte nochmals die Guttenbergsehen Originalzahlen aus der Tabelle 2. Die 4. Spalte enthält die Differenzen zwischen den Angaben dieser beiden Spalten, d. h. die  $H$ -Werte nach letzter Gleichung unter 127. Sie sind, wie ersichtlich, nicht eben gross. Graphisch sind die angeführten  $a_0$   $A$ -Werte durch die Abbildung 3 dargestellt (ausgezogene Kurve). Die daneben liegenden Punkte repräsentieren dagegen die Originalzahlen von Guttenberg. Die hier notwendigen Logarithmierungen führte ich mittelst der angeführten 10-stelligen Tafeln von Vega aus. Überhaupt alle Berechnungen sowohl hier als auch in folgenden Fällen wurden mit Zahlen von wenigstens 10 Effektivziffern ausgeführt.

2. Aus der Gleichung 94 nahm ich bei der Parameterberechnung zuerst 4 und sodann auch 5 Parameter in Betracht. Mit ihrer Hilfe berechnete ich dann nach den Formeln 95 die Para-



meter von Gleichung 91. Alle diese Parameter sind in der Tabelle 6 zusammengestellt, diejenigen für den ersten Fall in den ersten 4 Zeilen. Einer der Parameter für den zweiten Fall ist, wie ersichtlich, negativ, was ja nicht erstaunen kann angesichts der Tatsache, dass die Funktion 91, obwohl aus 88 entstanden, mit dieser dennoch nicht identisch ist. Aus der Tabelle 7, die sonst der vorigen (5) ganz ähnlich eingerichtet ist, geht hervor, dass sich die Kurve  $j_{;81}$  im Falle der Anwendung mit 4 Parametern etwas besser an die empirische Kurve von G u l l e n b e r g anschmiegt, als es der Fall war mit der Kurve  $j_{;88}$ . Dies ist übrigens ganz begreiflich angesichts der grösseren Anzahl ihrer Parameter, obwohl sie, wie gesehen, nur eine gewisse Annäherung an die Funktion 88 repräsentiert.

Eine noch viel bessere Anschmiegung an die G u t t e n b e r g'sche Wachstumsreihe zeigt sie bei der Anwendung mit 5 Parametern, wie dies aus Tabelle 8 hervorgeht, wo die Differenzen bereits ganz winzig sind. Ist indessen der Umstand, dass die beiden Wachstumsreihen bzw. die daraus entstehenden Kurven nicht ganz übereinstimmen, nur der theoretischen Kurve zur Last zu schreiben? Um diesbezüglich ein Urteil fällen zu können, bildete ich aus den aufeinander folgenden Beträgen der 2. Spalte Differenzen und aus diesen in derselben Weise auch die zweiten Differenzen (siehe die Spalten 5 und 6). Diese letzteren trug ich jetzt im Maasstabe 1 c./m — 2 dem graphisch auf. Nun zeigte es sich, dass diese zweiten Differenzen vom 50. Jahre ab eine durchaus unregelmässige Kurve bilden (siehe den punktierten Kurventeil, Abbildung 4) davon eben rührend, dass die G u t t e n b e r g'sche  $y$  - Kurve, ihrer Entstehungsweise gemäss, nur anscheinend regelmässig ist. Dagegen bilden die entsprechenden (in die letzte Spalte eingetragenen) zweiten Differenzen der Funktion 91 auch weiterhin eine ganz regelmässige Kurve, die sich eben durch die Mitte der von der anderen gebildeten, unregelmässig stehenden Punkte hindurchzieht und sie hierdurch ausgleicht.

Ich will hiermit nicht etwa sagen, dass die Funktion 91, mit 5 Parametern angewandt, in bezug auf ihren Kurvenverlauf bereits nichts mehr zu wünschen übrig lässt. Dies umsoweniger, als sie (wie gesehen) nur eine Näherungsform der Funktion 88 gegenüber darstellt und als sie ihre bessere Anschmiegsamkeit (dieser Mutterfunktion gegenüber) nur ihrer bedeutenden Ueberlegenheit in der Parameteranzahl zu verdanken hat. Doch dürfte diese ihre Eigenschaft nicht stets derart massgebend sein, als es eben scheinen will. Nachdem wir nämlich einen ihrer Parameterwerte bereits als negativ gesehen haben, so ist durchaus auch der Fall nicht ausgeschlossen, dass nicht ihr vorletzter, sondern ihr letzter Parameter negativ wird und in diesem Falle muss sie dann entschieden aufhören, in ihrem ganzen

Verlaufe verwendbar zu sein. Doch dürfte dann dieser eventuelle Sonderfall nur als ein Zeichen dafür gelten, dass die eben verwendete Parameteranzahl noch nicht genügt.

E.) Für den Gang des Dickenwachstums und des Durchmesserzuwachses im Bodenniveau gelten bekanntlich ganz analoge Kurven wie diejenigen auf Abbildung 1. Deshalb gelten nun für das Wachsen und Zuwachsen des Durchmessers an dieser untersten Schaftstelle auch die in den Gleichungen 56 und 88 enthaltenen Gesetze. Das erste davon gilt indessen auch für den Durchmesserzuwachs an irgend einer anderen Schaftstelle, so auch an derjenigen in der Brusthöhe (13 dem über dem Boden), nur natürlich erst von dem Zeitpunkte ( $t$ ) ab, in welchem diese Höhe von der Baumspitze eben erreicht wird. Nach Einsetzen dieses speziellen Argumentwertes in die Funktion 56 resultiert für den Anfangs-Betrag des Durchmesserzuwachses in der Brusthöhe der Ausdruck 131, der natürlich — dem betreffenden von Null, ja auch von 1 entschieden grösseren Argumentwerte gemäss — sich ebenfalls in den Grenzen der Endlichkeit bewegen muss.

Mit Rücksicht auf diese untere Zeitgrenze ( $t$ ) der Zuwachstätigkeit in der Brusthöhe muss natürlich bei der Herleitung des den Brusthöhendurchmesser betreffenden Wachstumsgesetzes von der Gleichung 132 ausgegangen werden, die sich von der analogen Gleichung 80 nur in bezug auf diese Grenze unterscheidet. Setzt man hierher die Ausdrücke unter 81 und 82 »ein, so resultiert hieraus nach entsprechender Zusammenziehung und mit Rücksicht auf die neuen Integrationsgrenzen im Sinne der Gleichung 81 der Ausdruck 133. Hieraus wiederum, nach Einsetzen der Ausdrücke unter 84 und 85, resultiert der Ausdruck 134, welcher nach Ausführung der Integration übergeht in den Ausdruck 135. Mit Hilfe des Substitutionsausdruckes unter 87 ergibt sich hieraus schliesslich der Ausdruck 136 mit dem konstanten Subtrahenden, der nach 137 auch durch  $k$  ersetzt werden kann. In Anbetracht dessen ist die endgültige Form unserer Funktion für das Dickenwachstum in der Brusthöhe enthalten in der Gleichung 138.

Wie ersichtlich, unterscheidet sie sich von der Funktion 88 lediglich durch noch einen weiteren Parameter, uzw. subtraktionellen Charakters.

Für den Fall  $x - t$  wird ihr Minuend, wie aus 136 ersichtlich, gleich dem Subtrahenden und resultiert somit für diesen Fall der Betrag  $y = 0$ . Im Alter  $t$  existiert also noch überhaupt kein Durchmesserbetrag in der Brusthöhe. Gleich hernach jedoch entstehend, wächst er unaufhörlich und konvergiert gegen einen endlichen Betrag  $y - a - k$ , der sich für  $x = \infty$  ergeben müsste.

Wolte man die aufeinander folgenden Stammstärken am alleruntersten Schaftpunkte (eben im Bodenniveau) messen, so müsste man  $t$  in 136 und 137 durch  $o$  ersetzen, da für das Erreichen der noch ganz verschwindenden (eigentlich noch keiner) Höhe des betreffenden Punktes auch gar kein Altersbetrag notwendig war. Als Folge des gesagten Ersetzens ergäbe sich der Betrag  $k = o$  und fiel somit der Ausdruck 138 zusammen mit dem Ausdrucke 88, welcher — wie gesagt — Geltung hat für das Dickenwachstum am alleruntersten Schaftpunkte.

Infolge des Parameters  $k$  ist natürlich die praktische Anwendung der Funktion 138 wesentlich erschwert der Funktion 88 gegenüber. Sine wegen lässt sich ausserdem die Funktion 138 nicht mehr in solch eine lineare Form überführen, wie es bei der Funktion 88 der Fall ist.

F.) Die Gleichungen 8-a, 9 und 10 lassen noch eine allgemeinere Form zu, indem nämlich auch jedes  $x$  mit einem von der Einheit verschiedenen Exponenten dotiert werden kann. Diesen wollen wir allgemein mit  $2s + 1$  ausdrücken. Dabei kann  $s$  vorderhand (wegen Zufriedenstellung der auf diese Weise erweiterten Gleichung 10), wenn auch nicht alle, so doch eine ganz gewaltige Anzahl positiver (ganzer oder auch gebrochener) Werte annehmen. Auf dieser Grundlage und mittelst der Integration (wie früher) folgt nun aus der in dieser Weise erweiterten Gleichung 9 bzw.: 12 die Gleichung 139, die für den Fall  $s = q$  in die einfachere Gleichung 13 zurück übergeht. Ein dem Vorgange, welcher uns zur Gleichung 17 führte, ganz ähnlicher Vorgang führt jetzt zur Gleichung 140 und diese selbst vereinfacht sich mittelst der Gleichung 141 auf die Gleichung 142.

Als Folge des Zusammenfallens der Maximalordinate mit der Ordinatenaxe ergibt sich hier auf bereits beschriebene Weise die Proportion 143. Im Sinne dieser letzteren stehen jetzt in der Relation  $r_x : r_2$  nicht mehr die Linearausdrücke  $g_x$  und  $g_2$  selbst, sondern ihre Potenzen. Weiterhin folgt aus der Gleichung 142 auch noch ein anderer Schluss, dass nämlich diese Potenzen auch als eigentliche Grenzen der Variabilität aufgefasst werden können. Doch sie müssen auch ja in dieser Weise aufgefasst werden, wenn die Funktion 142 jedenfalls asymmetrisch sein soll (was hier von ihr eigentlich auch erfordert wird). Wenn aber die Sache so steht, dann gilt nunmehr als eigentliches Argument nicht mehr das frühere ( $x$ ), sondern seine Potenz. Mit Rücksicht darauf muss jetzt  $t$  nicht auf die der erwähnten Einschränkung von  $s$  entsprechenden Werte beschränkt sein, denn diese Einschränkung war ja nur bei symmetrischen Funktionen notwendig (um die in erwähnter Weise erweiterte Gleichung 10 zufriedenzustellen). Das einzige, was jetzt von  $t$  erfordert wird, ist die Positivität.

Unter diesen Umständen gilt für die derjenigen unter 21 analoge Transformation die einfache Gleichung 144. Aus ihr folgt weiter die Gleichung 145 und aus dieser (durch ähnliche Substitutionen wie bei 23) die Gleichung 146, d. h. die allgemeinere Form der Gleichung 24. Sie verwandelt sich (in ähnlicher Weise wie früher) in die Gleichung 147, d. h. in die allgemeinere Form der Gleichung 44. Aus dieser wiederum, wenn sie in der Form 147-a angeschrieben wird, folgt mit Hilfe der bekannten Gleichung 148 (welche Geltung hat unter der Bedingung  $D = 00$ ) die Gleichung 149. Eine ganz einfache Umformung dieser letzteren führt weiterhin zur Gleichung 150. Solange nun die Bedingung  $D = \bullet\bullet$  besteht, ist die Gleichung 149 (und demzufolge auch 150) ganz identisch mit derjenigen unter 147-a (bezw. 147), die den Wert  $y^* = 0$  ausser bei  $x = 0$  erst noch bei  $x =$  zur Folge hat. Die erwähnte Bedingung ist jedoch nicht die einzige, die bei den erwähnten Abszissenwerten zum Ordinatenwerte 0 führt. Derselbe Effekt kann nämlich erreicht werden auch bei ganz endlichen  $D$ -Werten, nur muss zu diesem Behufe gleichzeitig mit der Einführung von teilweise vereinfachenden Substitutionsausdrücken 151 auch noch (im Sinne der Ausführungen bei 49 bis 51) von ganz speziellen Substitutionsausdrücken 152 Gebrauch gemacht werden.

Hiermit gelangen wir zur Gleichung 153, die (wie ersichtlich) bei  $d = -1$  sich in die Funktion 56 zurückverwandelt. Wird sowohl der Zähler als auch der Nenner dieser allgemeineren Form für die Funktion 56 mit dem Ausdrucke 154 dividiert, so gelangt man nach einigen einfachen Griffen zur Gleichung 155, von dieser wiederum mit Hilfe der Substitutionsausdrücke 156 und 157 (in ähnlicher Weise wie früher) zur Gleichung 158 und zuletzt zur Gleichung 159, d. h. zur allgemeineren analytischen Form des Wachstumsgesetzes. Auf ähnliche Weise wie früher ergibt sich endlich in der Gleichung 160 auch die allgemeinere analytische Form des Dickenwachstumsgesetzes.

Die Parameterberechnung für die Funktion 159 verläuft analog derjenigen für die Funktion 88, nur ist natürlich die ganze Prozedur (wegen grösserer Parameteranzahl) hier noch langwieriger. Dafür ist aber die Anschmiegsamkeit hier weit besser als bei der vorigen (einfacheren) Funktionsform. Für voriges Beispiel betragen die Parameter dieser erweiterten Funktionsform wie folgt:  $a = 487701.0464$ ,  $b = 473-327.3355$ ,  $c = 1-338.810.808$ ,  $d = 1-569.983.831$ . Deren Berechnung erforderte 5 Wiederholungen einerseits ihrer grösseren Anzahl wegen, andererseits auch infolge des Umstandes, dass bei den ersten 5 Berechnungen durchaus nur 7-stellige Logarithmentafeln in Anwendung waren, was natürlich die Präzision der Rechnung wesentlich beeinträchtigte. Die wesentlichsten (für uns hier) Ausgleichungsergebnisse befinden sich in

der Tabelle 9. Nach den Angaben der 4. Spalte erreicht keine einzige Differenz nicht einmal den Betrag von 9 cm. Im Durchschnitte sind diese Resultate denjenigen aus der Tabelle 8 ähnlich, dabei wurden jedoch diejenigen mit weit weniger Zeit- und Müheaufwand erreicht.

In der Tabelle 10 bringe ich noch die Ausgleichungsergebnisse (nach dieser selben Funktion) für die V. Standortsklasse der gesagten Guttenberg'schen Ertragstafel (Nr. 16, S. 47), Die Parameterwerte sind jetzt :  $a = 334-241.3228$ ,  $b = 90-378.343.14$ ,  $c = 2-295.009.752$ ,  $d = 1126.763.791$ . Sämtliche Resultate für diese (V.) Standortsklasse verdanke ich meinem ehemaligen Assistenten Herrn Dr. N. Neidhardt. Wie ersichtlich, hier erreicht die gesagte Differenz selbst den Betrag von 3 cm nirgends, was zugleich besagt, dass die betreffenden Höhenbeträge von Guttenberg besser ausgeglichen sind als diejenigen für die I. Standortsklasse. Ein Vergleich dieser letzteren Parameterwerte mit den obigen (für die I. Standortsklasse) zeigt noch, dass mit der Aenderung der Bonität sich natürlich auch alle Parameterwerte geändert haben, dass dabei jedoch die Aenderung von  $b$  diejenige aller übrigen Parameter verhältnissmäßig weit überragt.

Hiermit ist selbstverständlich nicht gesagt, dass die Eigenschaft eines »Standortsweisers« nur diesem Parameter allein zugeschrieben werden sollte, da ja — wie ersichtlich — alle vier Parameter charakteristisch sind für die Standortbonität. In welcher Form können sie jedoch alle vier — und dazu auch zugleich — am besten als Standortswieser dienen?

Aus der vorigen Herleitung, bzw. von der Gleichung 153 her, können wir leicht konstatieren, aus welchen Bestandteilen der Parameter  $a$  beider letztangeführter Gleichungen besteht. Seinen vollen Ausdruck repräsentiert nämlich die Gleichung 161 und aus dieser ergibt sich unmittelbar die Gleichung 162 — den Multiplikationsparameter der Gleichung 153 darstellend. Dieser Parameter der Zuwachsfunktion 153, kurz dieser »Zuwachskoeffizient«, eignet sich also als Standortswieser am besten, da er in gleicher Weise aus allen 4 Parametern der Gleichung 159 zusammengesetzt ist.

Aus den obigen konkreten Parameterwerten resultiert als Betrag des Zuwachskoeffizienten für die V. Guttenberg'sche Standortsklasse die rund genommene Zahl 78118. Für die I. Standortsklasse dagegen beträgt der Zuwachskoeffizient rund 485230, also über sechsmal (genauer 6.2 mal) mehr als für die V. Standortsklasse. Wie beträgt sich, diesem Zuwachskoeffizienten gegenüber, die Bestandesmittelhöhe als Standortswieser?

Wird der einzelne  $h$  - Betrag aus der Tabelle 9 durch den ihm (dem Alter nach) entsprechenden  $h$  - Betrag aus der Tabel-

le 10 dividiert, so ergeben sich der Reihe nach die Werte: 4'08, 3-57, 3-34, 3-11, 2-96, 2\*83, 271, 2\*61, 2\*51, 2\*43, 2\*36, 2\*30, 2\*25, 2'21, also Werte sowohl ungleiche untereinander als auch bedeutend geringere dem angeführten konstanten Werte 6.2 gegenüber. Nach der Methode der kleinsten Quadrate lässt sich ausserdem für den errechneten Zuwachskoeffizientenbetrag auch der Unsicherheitsgrad berechnen, der bekanntlich bedingt ist sowohl durch die Unregelmässigkeit der empirisch gegebenen  $h$  - Kurve als auch durch die Wirkung von Beobachtungsfehlern. Dagegen ist bekanntlich solche Berechnung bei der Bonitierung mittelst der Bestandesmittelhöhe nicht möglich.

Es dürfte also die Bonitierung mit Hilfe des angegebenen Zuwachskoeffizienten als wirksamer gelten der Bonitierung mittelst der Bestandesmittelhöhe gegenüber. Sie ist jedoch auch natürlicher als diese letztere in Anbetracht dessen, dass die Bestandesmittelhöhe (ebenso wie auch die Bestandesoberhöhe), auch bei ganz ungeänderter Standortsgüte, mit der Zeit sehr variiert, während der auf Messungsergebnissen genügend fundierte Zuwachskoeffizient eine Änderung erleiden kann nur im Falle einer wesentlichen zeitweisen Bonitätsänderung.

Von praktischer Seite aus müsste man behufs Bonitierung mittelst des Zuwachskoeffizienten zu den Stammanalysen Zuflucht nehmen, sofern man über etwaige Bestandeshöhendata für verschiedene Alter nicht bereits verfügt. Die Stammanalysen könnten sich natürlich nur auf Höhenanalysen für eine gewisse (ständig genommene) Anzahl stärkster Bäume beschränken. Zu den stärksten müssen bekanntlich die betreffenden Bäume gehören wegen möglicher Ausscheidung des Standraumeinflusses. In Plenterbeständen müsste natürlich nur das wirtschaftliche Baumalter in Rechnung gezogen werden.

Statt der Funktion 159 dürfte zu diesem Behufe (der Arbeitskürzung wegen) auch die aus ihr unter der Bedingung  $c = 1$  erfolgende Funktion 163 sich ganz gut eignen. Diese letztere erscheint auch der Funktion 88 gegenüber als praktischer. Ausserdem dürfte sie auch sonst etwas besser hierzu geeignet sein als die Funktion 88. Die Funktion 91 dagegen ist hierzu überhaupt nicht geeignet, abgesehen von dem Umstände, dass bei der Berechnung ihrer Parameter mit Hilfe derjenigen für die Funktion 94 nicht eigentlich die Baumhöhen bzw. die Baummassen selbst einer Ausgleichung unterzogen werden, sondern Ihre reziproken Werte und dass dieser Umstand ab und zu auch ganz störend sein kann.

PROF. DR. A. LEVAKOVI :

# ANALITI KI IZRAZ ZA SASTOJINSKU VISINSKU KRIVULJU

(ANALYTISCHER AUSDRUCK FÜR DIE BESTANDESHÖHEN  
KURVE).

## SADRŽAJ — INHALT:

- I. Uvod — Einleitung
- II. Osnovna jednadžba krivulje — Primäre Kurvengleichung
- III. Ujednostavnjeni oblici jednadžbe — Vereinfachte Gleichungsformen
- IV. Daljnja ujednostavnjenja — Weitere Vereinfachungen
- V. Izra unavanje parametara — Parameterberechnung
- VI. Dodatak — Zusatz  
Zusammenfassung

## I. UVOD

U prednjoj studiji («Analiti ki oblik zakona rastenja») pro matrali smo visinu stabla kao funkciju vremena. Krivulja, koja predo uje doti nu funkcionalnost, nazivlje se kratko i visin skom krivuljom. No visina se redovito osmatra i kao pro sje na funkcija debljine u visini prsiju i to ne prema povremenim promjenama ovih dviju dimenzija kod jed nog te istog individua (stabla), ve prema isto do b nim njihovim promjenama o d i n d i v i d u a d o i n d i v i d u a . I takova krivulja visinâ nazivlje se kratko visinskom krivuljom. Predmetom ove studije bit e ova druga vrst visinske krivulje (sastojinska visinska krivulja).

Najjednostavnije dolazi se do ovakove krivulje grafi kom konstrukcijom, pri em su (kao što je poznato) ve od davnine u upotrebi dvije ovakove grafi ke metode.

Kod jedne od njih nanosi se prsni promjer svakog visin skog primjernog stabla zasebice kao apscisa, a visina kao ordi nata. Pri tom se, kao što je poznato, dobiva oduga ka mrežasta pruga ta aka, kroz iju se sredinu — po samoj njenoj dužini — potegne prostom rukom i od oka pravilnija jedna krivulja, koja

(kao što je poznato) pokazuje, da su deblja stabla u glavnom (prosje no) i viša od tanjih.

Kod druge od tih dviju metoda ne nanosi se u koordinatni sustav prsni promjer i visina svakog izmjerenog stabla napose, ve se ta stabla najprije grupišu prema stepenima debljine (obi no od cm do cm), pri em u pojedini ovakav stepen padne ili po jedno ili i po više stabala, a u gdjekoji baš i nijedno. Od stabala, kojih u jednom te istom debljinskom stepenu ima po više, izra una se onda prosje ni iznos visine (a kadšto i debljine, što je svakako ispravnije, nego ako se za sva ta stabla uzme da im debljina odgovara sredini debljinskog stepena), pa se prosje ni iznos debljine nanese na apscisnu, a prosje ni iznos visine na ordinatnu os. Od stabala, kojih u pojedinom debljinskom stepenu ima samo po jedno, nanesu se kao koordinate debljina i visina samo toga jednog stabla. Ta ke, koje nastaju na taj na in, sa injavaju zapravo jedan poligon, koji se izjedna i što pravilnijom jednom krivuljom, i to opet prostoru no i od oka. Ako je posao u glavnom dobro izveden, onda ta krivulja (jedna ko kao i kod prve metode) unutar konkretnih granica, izme u kojih se giblje debljine svih stabala u odrasloj sastojini, mora da bude konkavna prema apscisnoj osi.

Koja je od ovih dviju metoda bolja i sigurnija, teško je re i napre ac i generalno.

Kod druge je slika neizjedna enih još visinskih iznosa sva kako jednostavnija, jer svakoj apscisi odgovara samo po jedna ordinata i jer ove ordinate (barem u debljinskim Stepenima sa brojem izmjerenih stabala ve im od 1) predstavljaju ve izvjes tan stepen izjedna enosti, tako da nepravilnost u me usobnom položaju tih ta aka nije tako velika kao kod prve metode. No ovdje dolazi do izražaja bitna jedna mana, koje opet nema kod prve metode. Ta se mana sastoji u tome, da ta ke spomenutog poligona izgledaju na oko kao sve jednako važne za izjedna enje toga poligona u pravilnu krivulju, što me utim nije slu aj. Jer o ito ona ta ka, koja predstavlja aritmetiku sredinu od ve eg broja pojedina nih visina (doti no i debljina) ima za izjedna enje poligona ve u važnost od one, koja predstavlja manji broj individua ili ak jedan jedini individuum. Ona bi stoga pri izjedna ivanju poligona trebala da se uzme više u obzir od onih drugih i to u razmjeru broja individua, što ih ona zastupa, a to se na njoj samoj nikako ne vidi. Može do duše da se pokraj nje zabilježi i broj zastupanih individua ili da se — recimo — ona zaokruži sa toliko kruži a, koliko u njoj ima individua. No ni te mjere nisu u stanju da tu pomognu, koliko bi to bilo kadšto od potrebe.

Kod prve metode naprotiv vidi se odmah na prvi pogled, gdje je mreža ta aka guš a, a gdje rje a, pa to pri potezanju pravilne krivulje može primjereno i da se uvaži. Ali tu je opet





veze sa zadatkom, kojem ovdje ima da posluži. Ona može do duše da se proširi na oblik:

$$y = a + b x + c x^2 + d x^3 \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (2).$$

koji bi ve imao jednu infleksionu ta ku, i to kod apscise:

$$x = \sim id \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (3)$$

No infleksiona ta ka sa ovom apscisom nalaizila bi se ne na mjestu, na kojem bi prema toku konkretne visinske krivulje trebala da se nalazi, nego na mjestu, do kojeg sastojinska visinska krivulja uop e ne dopire. Osim toga ima jednadžba 2 jedan maksimum i jedan minimum i to kod pozitivnih apscisa:

$$'M - \check{s}^{\wedge} i f^7 " 1 ? ) ' ' ' ' >$$

dok je poznato, da sastojinska visinska krivulja ovakovih ka rakteristi nih ta aka nema. Jedan maksimum i to kod pozitivne apscise:

$$b$$

(pozitivne, jer *c* mora da bude negativno) ima uostalom i jed nadžba 1, pa je ona dakle i u ovom pogledu protuslovna sastojinskim visinskim krivuljama. Osim toga iz razloga ve spome nutog ne bi « u jednadžbama 1 i 2 smjelo da ima parametarski karakter, ve samo konstantnu vrijednost + 13, naime 13 dm.

Ovakove jednostavne potencijalne funkcije nemaju uop e svojstava potrebnih za okarakterisanje sastojinskih visinskih krivulja, pa se stoga njihovom upotrebom u ovu svrhu može postavljeni cilj u ve ini slu ajeva zapravo samo da promaši. Stoga u da za navedenu svrhu izvedem i obrazložim izvjesnu funkciju, koja može da predstavi prosje ne visine stabala pod svim okolnostima i u strogom smislu rije i, pošto sa ovim svojim zadatkom ima zapravo i nutarnju vezu. Za obi niju upotrebu izvest u iz nje i izvjesne jednostavnije oblike sa manjim stupnjem preciznosti.

## II. OSNOVNA JEDNADŽBA VISINSKE KRIVULJE.

Jednadžba 159 iz prednje studije povezuje, kao što vidje smo, u me usobni funkcionalni odnos visinu stabla i njegovu starost. Isto to, ali u pogledu debljine u visini prsiju, ini jed nadžba 160. Napisat u ih ovdje prema posebnim ciljevima ove radnje. Prva od njih glasila bi:

$$\left(1 + \frac{P}{f}\right)^x \quad (6>$$

a druga:

$$P = K t \quad (7>$$

gdje je:

$$K M = P \quad (8>$$

Zajedni ka je dakle jednadžbama 6 i 7 samo starost ( $x$ ), dok se sve ostale njihove veli ine i parametarske i funkcijske ( $f$  = visina stabla,  $P$  = debljina u visini prsiju) razlikuju me usobno. Jednadžba 7 sadrži osim toga u parametru  $K$  izraz  $t$ , koji (kao što ve znamo) predstavlja starost, u kojoj stablo baš izraste do visine prsiju (13 dm), ali je poš ne premašuje.

Stavi li se  $x = t$ , onda su minuend i suptrahend jednadžbe 7 jednaki me usobno, pa stoga izlazi  $| = 0$ , t. j. u starosti  $t$  pro mjer stabla u visini prsiju baš je jednak nuli, pošto vrh stabla u toj starosti baš seže (kao što rekoh) do te visine, ali je ne premašuje. Stavi li se pak  $x \rightarrow \infty$ , onda (kao što ve znamo) izlaze iz jednadžbi 6 i 7 kona ni i asimptoti ki iznosi:

(9&gt;

Kad bi dakle stablo bilo i beskona no staro, što me utim, (kao što znamo) ne može da bude, visina i debljina mogle bi i onda da mu budu samo kona ne.

Iz jednadžbe 7 izlazi obrnuto izraz:

$$g^r \quad (10>$$

Ako se ovaj uvrsti u jednadžbu 6, onda iz nje skoro nepo sredno izlazi jednadžba:

$$V = \frac{P}{S \cdot R} \cdot 01$$

$$a^1$$

prema kojoj visina stabla nije više funkcija vremena doti no starosti, ve funkcija debljine u visini prsiju. Za argumenat ( | ) ove funkcije znamo iz jednadžbe 7 da može da se giblje samo izme u iznosa 0 (koji je posljedica spomenutog odnosa  $x = 0$  i 'iznosa predstavljenog drugom jednadžbom pod 9 (koji izlazi kao posljedica odnosa  $x =$  te da dakle desna (gornja) granica I podru ja može zapravo da bude samo kona na , dok lijeva (donja) granica može da seže sve do nule.

Uvrsti li se u funkciju 11 ovaj donja granica ( £ = 0) i ako se u njoj parametar **K** zamijeni sa potpunim izrazom prema jednadžbi 8, onda iz nje nakon nekoliko stezanja izlazi:

$$P = 13 \tag{12}$$

t. j. visina od 13 dm, koja odgovara starosti t• Uvrsti li se pak u tu funkciju gornja argumentska granica, predstavljena drugom jednadžbom pod 9, onda iz nje gotovo odjednom izlazi iznos predstavljen prvom jednadžbom pod 9, t. j. kona ni iz nos visine, koji bi prema jednadžbi 6 odgovarao starosti  $x = 00$ .

Dok se dakle argumenat funkcije 11 može u skrajnjem slučaju (i teoretski tek) da giblje zapravo samo izme u nule i iz vjesnog kona nog iznosa prema drugoj jednadžbi pod 9, dotle se ona sama može (isto tako) da giblje zapravo samo izme u iznosa 13 i izvjesnog kona nog iznosa prema prvoj jednadžbi pod 9.

To su naravski granice, unutar kojih mogu da se giblju prsni promjeri i visine stabala zapravo samo tokom vremena i kod zasebice uzetih individua (bilo fakti nih bilo prosje nih). Desne me utim (gornje) granice ne postizavaju se ni kod zasebice uzetih individua nikako, jer su to samo asimptoti ki iz nosi, prema kojima prsni promjeri i visine uporedo sa staroš u tek konvergiraju.

Uzmemo li pak u razmatranje lanove cijele jedne skupine individua (sastojine) i ako ujedno isklju imo iz razmatranja faktor vrijeme, ako dakle suponiramo sastojinu jedno dobnu, onda i donja granica prsni promjera doti no visina može da bude dosegnuta samo u sastojinama mladim, gdje dakle ima i stabilaca oko 13 dm visokih.

Naravski da ova ja a, pa i mnogo ja a ograni enost podru ja, unutar kojega se u konkretnim sastojinama zbilja giblju

prсни promjeri, prema području, što ga funkcija 11 u vezi sa osnovnim joj funkcijama 6 i 7 još dopušta, ne govori ništa protiv same te funkcije, jer funkcija, koja ima pretenzija na ispravnost, ne smije jedino da ima granice uže od granica u konkretnom stanju uopće mogu ih, dok šire granice bezuvjetno smije da ima.

Kao što vidimo, iz funkcije 11 isključena je faktor vrijeme i ona prema tome — ma, da je nastala iz funkcija, koje debljinu i visinu stabla povezuju u izvjesne odnose sa vremenom — ne vodi o vremenu samom nikakova naročita računa. Vrijeme za nju i postoji i ne postoji, jer ona samo izriče, da je deblje stablo ujedno i više, a iz kojeg je to razloga, da li radi veće starosti ili radi prilika za razvoj stabla povoljnijih, u to pitanje ona ne dira. Ona, bolje rečeno, dopušta i jednu i drugu od ove dvije eventualnosti, i to ili svaku zasebno ili i obje paralelno, što je napokon i sasvim shvatljivo, jer je ona nastala iz funkcija, gdje je visina i debljina povezana funkcionalno ne samo s vremenom, već i sa izvjesnim (parametarskim) izrazima, karakterističnim za životne prilike pojedinog individua. Ona stoga može da reguliše odnos između visine i debljine ne samo u toliko, u koliko se ovaj kod jednog te istog individua (faktičnog ili prosječno uzetog) mijenja tokom vremena, već i u toliko, u koliko se on unutar jednog te istog momenta mijenja između u raznih individua jednako doduše starih, ali (pod uplivom nejednakih životnih prilika) nejednako debelih i visokih.

### III. UJEDNOSTAVNJENI OBLICI JEDNADŽBE.

Inače vidimo iz funkcije 11, da ima svega 7 parametara, jer parametri  $r$  i  $R$ ,  $q$  i  $Q$ . ne dolaze u njoj svaki za sebe, već u grupama  $r$  i  $\frac{q}{R}$ , koje tek u cjelini sa injavaju ovdje svaka po

G«

jedan parametar. Radi velikog broja parametara ona je za praktičnu primjenu posve nepodesna. No ona može da se čak i mnogo ujednostavni i prva etapa na putu toga ujednostavnjivanja sastojala bi se u ovom:

Već iz prednje studije znamo, da ako se debljine stabla mjere povremeno sasvim pri zemlji, t. j. u visini, za koje postignuća nije bila potrebna još nikakova starost ( $t = 0$ ), da onda iz ovdješnje jednadžbe 8 izlazi iznos  $K - 0$ . U tom dakle slučaju smijemo da u jednadžbu 11 uvrstimo za  $K$  iznos  $0$ , pa onda iz nje izlazi jednadžba:

$$n = T \frac{1}{r^p} i \dots \text{ttif} \dots \text{(i3)}$$

$$l a^R L J J$$

koja predstavlja visinu stabla kao funkciju debljine sasvim pri zemne. No ako je prema ovoj jednadžbi sa debljinom sasvim prizemnom skop ana (kao funkcija) dužina cijeloga stabla, t. j. sve od zemlje pa do vrha, onda je po toj istoj jednadžbi sa debljinom u visini prsiju skop ana analogno (kao funkcija) visina doti no dužina onoga dijela stablova, koji se nalazi iznad prsne visine. Odnos je ovdje sli an odnosu, koji postoji između broja godina sasvim prizemnog i broja godina u visini prsiju. Kao što naime broj godina sasvim pri zemlji predstavlja starost cijeloga stabla, tako isto i broj godina u prsnoj visini predstavlja starost samo onoga dijela stablova, koji se nalazi iznad prsne visine.

Ako dakle u funkciji 13 ima kao argumenat funkcije da važi debljina; u visini prsiju, onda ta funkcija predstavlja samo dužinu nadprsnog dijela stablova, t. j. dijela koji preostaje, ako se od potpune visine stabla odbije iznos od 13 dm. Uvrstimo li naime u tu funkciju iznos  $\xi - 0$ , onda iz nje izlazi iznos  $r_j = 0$ , koji samo potvrđuje prednji zaključak, jer veli, da kad je prsni promjer jednak nuli, da je onda i dužina nadprsnog dijela stablova jednaka nuli. Uvrstimo li se pak u tu funkciju iznos  $i = P$ , onda i iz nje izlazi prvi izraz pod 9, samo sada sa drugim znamenjem nego prije, jer mu naime pripada sada iznos za 13 dm manji nego prije.

Ovo prvo ujednostavnjenje jednadžbe 11 izvedeno je, kao što vidimo, bez ikakove stvarne izmjene. Izmjena je tek formalne naravi, u toliko naime što jednadžba 13 važi strogo ne za potpunu visinu stabla, ve samo za nadprсни dio te visine. Pri daljnem ujednostavnjivanju, kojem se iz praktičnih razloga nikako ne da izbjeći, moramo međutim da zahvatimo više manje u samu suštinu, t. j. da baš izmijenimo neke njene sastavne dijelove, ali tako, kako bi to bilo skopano sa što manje štetnih posljedica. U tu svrhu možemo najprije da stavimo  $r = R$ , koja supozicija ne mora naravno da bude ispravna, ali opet ne može da bude ni osjetljivo neispravna, jer iznosi  $r$  i  $R$  ne mogu mnogo da se međusobno razlikuju. Time se jednadžba 13 po jednostavnjuje na oblik:

$$' \quad " \quad b \quad i \quad i \quad s \quad M \quad r \quad "$$

doti no dalje na oblik:

Sad je pitanje, kakav ovdje može da bude odnos izme u q i Q, t. j. da li ove dvije veli ine mogu da budu jednake ili se baš moraju (na elno barem) da smatraju kao nejednake.

Ako bi one bile jednake, onda bi ova zadnja jednadžba do bila oblik:

$$v v t e ' i * \overset{s}{\text{-----}} ce)$$

£

kojemu može da se dade jednostavnija forma:

$$V = u f \dots \dots \dots (17)$$

Sada bi visinska krivulja bila ili samo konkavna prema apscisnoj osi (u slu aju  $u < 1$ ) ili samo konveksna prema toj osi (u slu aju  $o > 1$ ) ili bi napokon prešla u jednostavni, prema apscisnoj osi nagnuti pravac (u slu aju  $o = 1$ ). Ni u jednom dakle slu aju ne bi iz jednadžbe 16 doti no 17 mogla da izi e linija sa bilo kakovom infleksionom ta kom (osim eventualno u ishodištu koordinatskom); dok mi naprotiv znamo, da konkretna visinska krivulja, produžena eventualno unatrag sve do ishodišta koordinatskog, ima desno od ordinatne osi ^ ako možda i ne uvijek, ali barem vrlo esto — izrazitu infleksionu ta ku. Iz te injenice slijedi logi no zaklju ak, da se q i Q. ne smiju ve a priori da uzmu kao me usobno jednaki. Ako ih ipak principi jelno moramo da tretiramo kao nejednake, koje od njih može onda da bude ve e?

U smislu dosadanjih razmatranja može i . iz jednadžbe 14 doti no 15 da se giblje samo izme u granica O i P. Ova me u tim druga granica ne izlazi nikako kao postulat baš samih t i h jednadžbi. Ona zapravo (uz spomenuti uslov  $K = o$ ) izlazi jedino iz funkcije 7, dok naprotiv sama funkcija 14 doti no 15 dopušta o ito još kud i kamo širi razmak izme u obiju £ grana. Jer ako funkcije 6 i 7 (kao valjda i sve uop e mogu e funkcije) dopuštaju na elno svome argumentu (x) > da raste sve do u beskona nost, zašto ovo isto ne bi mogla svome argumentu (£ ) da dopusti i funkcija 14 doti no 15. Ona naravski to i do pušta, pa kao što funkcije 6 i 7 izri u, koliku bi visinu i deblji nu postiglo stablo, kad bi živjelo sve do u vje nost (ma da do

toga, kao što znamo, ne može da dode), tako isto i funkcija 14 doti no 15 izri e, koliku bi visinu imalo stablo, kad bi mu debljina (što prema funkciji 7 ne može naravski da bude) mjesto do skrajnjeg iznosa  $\xi = P$  porasla do skrajnjeg iznosa  $\xi = \infty$ . Iz nje naime uz ovaj uslov izlazi iznos:

$$n \quad P \quad (18)$$

Kad bi sad  $q$  i  $Q$ . bili me usobno jednaki, onda bi odovud (jednako kao i iz jednadžbe 16 doti no 17 uz supoziciju  $\xi =$  izašao iznos  $t_j =$  No mi smo vidjeli, da ovaj odnos između  $q$  i  $Q$  ne može da se dopusti ve a priori. O ito je me utim, da ne može u o p e n i k a k o da bude  $q > Q$ , jer bi ina e iz ove zadnje jednadžbe lako mogao da za y Izi e i iznos negativan, koji se ve a priori mora ovdje da ozna i kao besmislen i nemo gu . Može dakle, principijelno uzevši, da bude samo  $q < Q$  ili u izuzetnom slu aju (kao slu aju grani nom između u mogu nosti i nemogu nosti) tako er  $q \bullet \Rightarrow Q$ . Oba me utim ova odno sa u zajednici sa jednadžbom 18 vele, da bi pri iznosu  $\xi = \infty$  morao za visinu stabla da izi e iznos svakako ve i nego pri iz nosu  $i$  s  $P$ , t. j. u slu aju  $q = Q$ , izašao bi za  $r_j$  iznos besko na an, ina e pak iznos kona an. Onaj prvi, t. j. beskona ni iz nos za % pri apscisi  $\xi = \infty$  bio bi našem poimanju pristupa niji od ovoga drugoga, jer je u prvi mah zaista teško zamisliti si, da bi stablo pri beskona nom iznosu debljine moglo da ima sa mo kona an iznos visine. No s druge strane ne valja smetnuti s vida, da su ovakovi debljinski i visinski ekstremi samo izražaj injenice, da stablo može dobro da raste u debljinu i onda, kad je ve davno prestalo da raste u visinu.

Raš istiVši time važna ova pitanja možemo sada da pristu pimo transformaciji jednadžbe 15. Ona može da se napiše i ovako:

$$P \quad (19)$$

Stavimo li sada:



$$P = a \quad (20)$$

$$5 = c$$

$$s = d$$

onda napokon imamo:

$$V = a \quad (21)$$

t. j. funkciju sasvim analognu funkciji 6 iz ove doti no funkciji 159 iz prednje studije, samo što sada ulogu argumenta vrši promjer stabla u visini prsiju ( $a$  ne starost njegova) i što osim toga ova funkcija važi sada samo za nadprсни dio visine.

Infleksiona ta ka ove funkcije određena je apscisom:

$$i \quad (22)$$

koja, kao što vidimo, može da bude ili pozitivna ili negativna ili imaginarna, a može da se nalazi i u samom ishodištu koordinatskom. Mjesto jedne mogu s ovim izrazom da budu određene eventualno i dvije infleksione ta ke, od kojih bi se jedna nalazila lijevo, a druga desno od ordinatne osi. Sve to zavisi u prvom redu od toga, da li je  $cd = 1$ , a osim toga utječe na sve ovo i konkretni iznos eksponenta. Za nas me utim može kao nalazište infleksione ta ke da dođe u obzir samo desna strana ordinatne osi, dok bi se u svakom drugom slučaju moglo postojanje infleksione ta ke s našeg stanovišta jednostavno da za, nije e.

Prema jednadžbama 21 i 22 postoje dakle u pogledu infleksione ta ke najšire mogu nosti. Ako je konkretna visinska krivulja zbilja nema, ne e je jednadžba ni iskazati, iskaže li je pak (sa pozitivnim iznosom naravski), onda ona — ma bila možda prostim okom i neprimjetljiva — fakti no postoji.

IV. DALJNJA UJEDNOSTAVNJENJA.

Kao jednadžba sastojinske visinske krivulje može dakle sa mo u sasvim izuzetnom slu aju da dode eventualno u obzir dosta primitivna jednadžba 16 doti no 17, dok po pravilu može ovo svojstvo da pripada samo jednadžbi 21, u kojoj su iz spo menutih razloga svi parametri kona ni i pozitivni. Samo na ravski ima ova jednadžba prakti nu manu u toliko, što joj je primjena zapravo vrlo tegotna, tako da i ona iz prakti nih raz loga može da dode u obzir zapravo tek u izuzetnim slu ajevima, kad je naime baš iz posebnih kakvih razloga potrebna naro ita preciznost. Za obi ne potrebe — pogotovo kad se radi o od rasloj sastojini, u kojoj je visinska krivulja unutar skrajnjih konkretno u sastojini zastupanih debljinskih granica ve sasvim konkavna prema dolje — može jednadžba 21 da se još ujedno stavni. No ovdje (baš radi te udaljenosti donje debljinske gra nice od samoga ishodišta koordinatskog) ne može da dode u obzir ujednostavnjenje sadržano u jednadžbi 91 dot. 94 iz pred nje studije, ve moramo pri ujednostavnjivanju da po emo drugim putem. U tu svrhu može u funkciji 21 da se stavi ili

$$b_{\pm} = 1, c = 1 \quad . . . . . (23)$$

ili pak

$$b = 1, d \acute{E} 1 \quad . . . . . (24)$$

pak onda iz te funkcije izlazi ili izraz:

$$\frac{I \ H}{i^1, \ i_m} \bullet \text{-----} \langle * \rangle$$

ili pak izraz:

$$n \text{---} \frac{a}{1 + f} \bullet \text{-----} (26)$$

koja oba predstavljaju ve vrlo veliko ujednostavnjenje prvo bitne funkcije i naravski vrlo veliko ubrzanje posla pri izra u navanju parametara po metodi najmanjih kvadrata. No ra u nanje sa jednadžbom 25 može da se još i dalje veoma ujedno stavni i pospješi, ako joj se dade oblik analogan jednadžbi 88 a iz prednje studije, u kojem obliku ona glasi:

$$* \ \langle (4i)^d \bullet \text{-----} \rangle$$

Ako se sada stavi:

$$\gg \dots \dots \dots J \quad (28)$$

onda se jednadžba reducira na oblik:

$$v = a \dots \dots \dots (29)$$

analogan, kao što vidimo, jednadžbi 16 doti no 17, no s tom razlikom, da krivulja 29 može da ima infleksionu ta ku, ija aps cisa uz uslove pod 23 izlazi direktno iz jednadžbe 22, dok kri vulja 16 doti no 17 ne može infleksionu ta ku (osim eventualno u ishodištu koordinatskom) nikako da ima.

S ovim me utim nije ujednostavnjivanje jednadžbe 25 još gotovo. Jednadžba 29 može naime lako da se pretvori u jed nadžbu linearnu s obzirom na parametre kao nepoznanice, pa da se tako izra unavanje parametara po metodi najmanjih kvadrata izvede s jednim jedinim zamahom, t. j. bez ikakova ponavljanja. Treba u tu svrhu samo da se jednadžba logarit muje, ime ona dobiva oblik:

$$\log tj = \log a + d \log \& \dots \dots (30)$$

Stavi li se sada ujednostavnjenja radi:

$$\begin{aligned} \log q &= y \quad j \\ \log a &\sim A \quad y. \dots \dots \dots (31) \\ d &= D \\ \log \& &= x \end{aligned}$$

<onda ona za napomenuti postupak po metodi najmanjih kva drata dobiva kona ni oblik:

$$y = A + Dx. \dots \dots \dots (32)$$

Na osnovi izra unanog iznosa za *A* dolazi se onda do izno sa za *a* jednostavnim obrnu em druge jednadžbe pod 31, t. j. an tilogarithmovanjem dobivenog *A* iznosa, dok je sa iznosom do bivenim za *D* dobiven eo ipso odmah i iznos za *d*• No sam iz iznos za *a* ne mora u ve ini slu ajeva ni da nam bude baš po znat, jer do prosje nih stepenskih visinskih iznosa u smislu jed nadžbe 27 doti no 29 možemo da do emo ve na osnovi izra unanih iznosa za *A* i *D*. Pojedine na osnovi tih parametarskih iznosa poznate *y* vrijednosti iz jednadžbe 32 trebaju naime u tu svrhu da se samo antilogarithmuju.

## V. IZRA UNAVANJE PARAMETARA.

Pri izjedna ivanju sastojinskih visinskih krivulja esto se, kao što rekoh u uvodu, visinska primjerna stabla grupišu po debljinskim stepenima, pa se za svaki takav stepen izra una aritmeti ka sredina od svih stepenu pripalih pojedina nih visi na. Ako se sad po metodi najmanjih kvadrata izjedna uju te aritmeti ke sredine (Aj) ili, bolje re eno, iznosi:

$$- Aj - 13 \dots \cdot \cdot \cdot \quad (33)$$

doti no logaritmi ovih iznosa, t. j.

$$t M i o f f k. \dots \dots \dots (34)$$

onda je potrebno, da se u<sup>ra</sup> un uzmu i brojevi stabala pripalih pojedinom stepenu (od ijih su dakle visina pojedine aritmeti ke sredine sa injene). Ti brojevi stabala važe onda kao tzv utezi doti no regulatori izjedna ivanja.

Da bi rezultati izjedna ivanja visina po spomenutoj metodi i s pomo u linearne jednadžbe 32, što u ih ovdje priop iti za jedan konkretni primjer, bili bolje pristupa ni, moram ukrat ko da tangiram i upotrebljavanje spomenutih utega.

Iz (prethodno još nepoznatih) prosje nih stepenskih  $y_i$  iz nosâ po jednadžbi 32 i iz poznatih ve prosje nih stepenskih  $l_i$  iznosa prema jednadžbi 34 izlazi za svaki pojedini debljinski stepen diferencijska jednadžba:

$$K - 'rr = A + \xi > *, - /, \dots \dots \quad (35)$$

Svaka od ovakovih jednadžbi može sad da se pomnoži sa drugim korjenom pripadnog joj utega ( $y_i^2$ ), pa se dobiva:

$$K V p i = \overset{A}{I P v} \uparrow \overset{n \cdot x}{i} Y P i - \overset{1}{Y P i} \quad (36)$$

gdje  $n$  nazna uje ukupni broj debljinskih stepena.

Ako se sad svaka od ovih jednadžbi kvadrira, pa se onda ti kvadrati zbroje, dobiva se:

$$\begin{aligned} S = P, 4 + P_2 \quad + J \cdot \cdot \cdot + P n^i n = \\ (A y^A + D x J p, 1 \} l p, )^2 + \cdot \cdot \cdot + (A l p_n \quad (37) \\ + D x_n \quad ] / 7_n \sim l J i_n )^2 \end{aligned}$$

Podvrgne li se ova suma zahtjevu minimalnosti ili, što je isto, diferencira li se ona po nepoznicama  $A$  i  $D$ , pa se onda ove parcijalne derivacije stave jednakima nuli, dobiva se:

$$\begin{aligned}
 & [A + Dx, Yp] \quad (i_{pi}) \quad |J_x + \dots + \\
 & + (A \setminus p_a + Dx_n \setminus >_n / ,, \quad \setminus r \ll o \\
 & (A \setminus p_i \setminus f_{D_{xi}} // p, \setminus l_x \setminus f_{pi}) \setminus x_x \setminus ] / >, \quad + \dots + \quad y \cdot \quad (38). \\
 & i \quad I/p; + Dr_n \setminus V p_n \setminus I_n \setminus y_{pi}) \setminus X_n \quad = o ;
 \end{aligned}$$

Na na in sli an postupku ozna enom pri jednadžbama 107 do 110 iz prednje studije dobivaju se sada za tzv. kontrolne jednadžbe izrazi:

$$[p] = o; [pxX] \text{ US } o \cdot , \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (39)'$$

Iz normalnih jednadžbi:

$$\begin{aligned}
 [p] A + [px]D &= [p] I \cdot \cdot \cdot , \quad (40) \\
 [px] A + [pxj] D &= f_{pxlj} J
 \end{aligned}$$

moju napokon lako da se formulišu izrazi za izra unavanje ne poznаница^ i  $D$ .

Tako eto brojevi visinskih primjernih stabala zastupanih u pojedinim debljinskim stepenima doti no u njihovim aritmetičkim sredinama dolaze u ra un na najjednostavniji i najpotpuniji na in.

Primjer, o kojem se ovdje, radi, izveo sam s pomo u pada taka, što ih je svojedobno objavio prof. Kunze (Supplemente zum Tharander förstl. Jahrbuche, Bd III, Heft 1, str. 14). Podaci potje u iz jedne 53 godišnje smrekove sastojine, u kojoj su na .primjernoj plohi od 0.2 ha bila posje ena i u oborenom stanju izmjerena sva stabla (njih 157). Na spomenutom mjestu sre eni su podaci tih izmjera po debljinskim stepenima tako> da kao debljine ( $f_j$ ) važe sredine pojedinih debljinskih stepena, a kao izmjerene visine ( $h_j$ ) aritmetičke sredine svih pojedina njih, visina unutar stepena. U priloženoj tabeli (stupac 2) navedeni su od tih aritmetički srednjih visina samo nadprсни dijelovi (po odbicima iznosâ od 13 dm), dok stupac 3 sadrži brojeve stabala ( $P_j$ ) u pojedinim stepenima. U stupcu 4 složeni su napokon rezultati izjedna ivanja prema jednadžbi 29 dobiveni na spomenut na in s pomo u parametarskih iznosa:  $A = 2'484.6661$ ,  $D = 1*210.8571$ .

S pomo u ovih dvaju parametarskih iznosa izra unao sam napokon i visinske iznose za debljinske stepene od ] do 12

$t_i$		$P_i$		$I_1$	
dm			dm	dm	
1 3	149 7	3	153 0	0 1	16 7
1 4	154 6	4	158 9	0 2	34 9
1 5	165 9	3	164 5	0 3	51 7
1 6	171	11	169 6	0 4	67
1 7	175 5	10	174 3	0 5	80 7
1 8	178 8	6	178 8	0 6	93 1
1 9	182 1	12	182 9	0 7	104 2
2 0	184 7	8	186 8	0 8	114 3
2 1	193	12	190 5	0 9	123'5
2 2	194 8	17	193 9	1 0	131 9
2 3	197 7	9	197 2	1 1	139 5
2 4	203 4	13	200 2	1 2	146 5
2 5	202 5	8	203 1	—	—
2 6	204 1	8	205 8	—	—
2 7	204.2	7	208 4	—	—
2 8	213 4	8	210 9		—
2 9	210 2	6	213 2	—	—
3 0	216'	2	215 5	—	—
3 1	213'	2	217 6	—	—
3 2	217 9	7	219 6	—	1 Hi
3 5	222 5	1	225 2	—	—
$s_1$	—	157		—	—

cm, koji u doti noj sastojini nisu bili zastupani. Oni su složeni u 6. stupcu tabele, u kojoj su (kao što vidimo) svi debljinski stepeni izraženi istom (decimetarskom) mjerom kao i visine. U istoj toj mjeri debljine su bile izražavane i u obraunu.

Krivulja na priloženoj slici prikazuje potpun tok izrauna njih 17. iznosa. On eto pokazuje, da se krivulja 29 vrlo dobro priljubljuje uz nepravilni dakako tok ta aka, koje potje u od

rezultatâ izmjere doti no njihovih aritmetičkih sredina. Infleksiona tačka (*I*) ovdje je veća, kao što vidimo, vrlo slabo primjetljiva.

## VI. DODATAK.

Pri izražavanju parametara za jednadžbu 29 putem jednadžbe 30 dot. 32 ne izjednauju se zapravo visine stabala, već logaritmi tih visina, a ova okolnost može kadšto (ako se naime neizjednaene još visine ponašaju vrlo nepravilno) da dovede i do nezgodnih rezultata. Stoga je u ovakovim slučajevima bolje, da se izjednaivanjanje visina po jednadžbi 29 izvede na način analogan onome, koji je sadržan u jednadžbama 122—130 iz prednje studije. No ni u ovom slučaju ne mora jednadžba 29 (isto tako kao ni jednadžba 26) da daje uvijek sasvim dobre

rezultate. U slučaju veći zahtjeva u pogledu preciznosti bolje je stoga da se upotrijebi jednadžba 88 ili 163 iz prednje studije, koje se obje veći više približuju prednjoj jednadžbi 21 i od kojih je (kao što sam već rekao u prednjoj studiji) jednadžba 163 — izgleda — nešto praktičnija.

Produkt njezinih parametara mogao bi eventualno i u ovom slučaju (t. j. pri njezinoj primjeni na izjednačene sastojinske visinske krivulje) da posluži kao dobar indikator stojbine, pa nam u tom slučaju ne bi za bonitiranje stojbine bile potrebne visinske analize stabala. Pitanje modaliteta za, ovakovo eventualno bonitiranje predstavlja međutim jedan problem, kojega riješenje ne može zasad ni da se nasluti.

U prednjoj studiji rekao sam, da je krivulja rasteća drvene mase (u zavisnosti ove od vremena kao nezavisne varijable) analogna krivulji rasteća visine. Stoga ovdješnja jednadžba 11 predstavlja ujedno i zavisnost prosječne drvene mase pojedinog stabla od njegove debljine u visini prsiju, dok bi jednadžba 12 — primijenjena na drvenu masu — predstavljala prosječnu drvenu masu stabalca visokog točno 13 dm, t. j. koje mu je promjer u visini prsiju baš još jednak nuli. Nadalje jednadžbe 13 i 21 povezuju u funkcionalni odnos sa prsnim promjerom kao nezavisnom varijabilom diferenciju?? — *m, gdeij* naznačuje prosječnu drvenu masu stabla prema jednadžbi 11, a *m* prosječnu drvenu masu stabalca visokog točno 13 dm. Naravno da konstantna (kod jedne te iste vrste drveća i na jednom te istom lokalitetu) masa *m* praktički izezava u razmjeru prema varijabilnoj masi % kako se ova očituje kod stabala odraslih, pa stoga s praktičnog gledišta može jednadžba 21 da u odraslim sastojinama važi kao sasvim precizna jednadžba za izjednačavanje sadržinske krivulje kao funkcije prsnog promjera. Mjesto nje može čak i ovdje da se vrlo dobro upotrijebi jednadžba 88 ili 163 iz prednje studije. To u tome utim pokazati u slijedećoj jednoj radnji.

Kad sam već ovu radnju predao bio u štampu, dobio sam u ruke časopis »Lesnicka Prace« broj 4—5 od 1935 god. U njemu na str. 233 i 248 navodi A. Leporsky kao jednadžbu sastojinske visinske krivulje (drugim doduše slovima) izraz:

$$c \hat{A} o (1 - be^{-c*}) \dots \dots \dots (41)$$

gdje *tj* naznačuje potpunu visinu stabla, dok je *e* baza na ravnih logaritama. Na osnovi izmjera izvedenih u jednoj od rasloj jelovoj sastojini na školskom dobru Adamov navodi Leporsky za spomenute parametre iznose: *a* — 31\*2 met, *b* — 1 0203, *c* = 4\*41386.

Bez dvojbe je ova Leporskyeva jednadžba bolja od spomenute, po Näslundu upotrebljavane jednadžbe 1, no



ni po njoj ne može visinska krivulja nikako da ima infleksionu ta ku, koja me utim može kadšto da bude eventualno i od od lu nog zna enja. Druga derivacija gornje jednadžbe glasi naime:

$$V'' = - abc^* \quad . . . . . (42)$$

a iz ove po izjedna enju sa nulom izlazi za | samo iznos 00.

Osim toga — a u vezi sa navedenim konkretnim parame tarskim iznosima — izlazi iz jednadžbe 41, da bi iznosu | = 0 imao u doti noj sastojini da odgovara visinski iznos od — 0.633 m, dok zapravo (kao što znamo) ima tome 1 iznosu da odgo vara uvijek i samo iznos od + 1.3 m

Ni Leporskyeva jednadžba ne može dakle da pro sje nu visinu stabla (kao funkciju debljine u visini prsiju) oka rakteriše uvijek u dovoljnoj mjeri.

#### ZUSAMMENFASSUNG.

I. In der vorhergehenden Studie («Analytische Form des Wachstumsgesetzes») wurde die Baumhöhe als Funktion der Zeit behandelt. Hier kommt sie als Funktion des Brusthöhen durchmessers in Betracht, usw. in der Form, wie sie sich im Be stände (ebenso wie der gesagte Durchmesser) nicht unter dem Einflüsse der Zeit ändert, sondern bloss als Folge des einfachen Ueberganges von einem Individuum zum anderen.

Zwecks Ausgleichung solcher (natürlich unregelmässiger) Bestandeshöhenkurven nach der Methode der kleinsten Quadrate benützte M. Näslund (siehe »Meddelanden fran Statens Skogsvörsöksanstalt«, Heft 25, S. 93—170, Stockholm 1929) die bereits von früher her allgemein bekannte Gleichung 1, die zum gesagten Zwecke allerdings hie und da in Anwendung kommen kann (mit mehr oder weniger Erfolg), nicht jedoch unter allen Umständen, wie dies übrigens auch aus der betreffenden Näslund'schen Arbeit hervorgeht. Die aus der Gleichung 1 sich ergebende Kurve ist nämlich wendepunktslos, während jedoch die Höhenkurven gewisser Holzarten, namentlich in jüngeren Beständen, einen ausdrücklichen Wendepunkt zeigen. Für solche Bestände kann also die erwähnte Gleichung nicht eigentlich in Betracht kommen. Sie kann zwar durch Hinzufügen noch eines Gliedes in die Gleichung 2 erweitert werden, die nun einen Wendepunkt jedenfalls besitzt (Gleichung 3). Doch befindet sich dieser an der Stelle, bis zu welcher keine konkrete Höhenkurve überhaupt reichen kann und besitzt ausserdem die Gleichung 2 (der Gleichung 4 gemäss) ein Maximum und ein Minimum, während jedoch bekannt ist, dass die Bestandeshöhen

kurven keine solchen Punkte besitzen. Ein Maximum mit positiver Abszisse (Gleichung 5, wo  $c$  negativ sein muss) besitzt übrigens auch die Gleichung 1, die also auch in dieser Hinsicht den Bestandeshöhenkurven entschieden widerspricht. Ausserdem darf  $a$  in den Gleichungen 1 und 2 nicht die Eigenschaft eines Parameters besitzen, da die zur Abszisse 0 hieselbst zugehörige Ordinate nur einen einzigen, bzw. positiven Wert von 13 dem besitzen kann.

Ueberhaupt haben derartige einfache Funktionen nicht die für das Charakterisieren der Bestandeshöhenkurven notwendigen Eigenschaften, sie haben ja mit dieser Aufgabe auch gar keinen innigen Zusammenhang. Sie können somit dieser Aufgabe nur halbwegs entsprechen, bisweilen sogar auch ganz schädliche Folgen haben. Daher versuche ich nun, eine Funktion herzuleiten, die mit ihrer Aufgabe in innigem Zusammenhange stehend — imstande wäre, dieser Aufgabe unter allen Umständen und vollkommen zu entsprechen. Von ihr ausgehend will ich für gewöhnlicheren Gebrauch einfachere, in den Grundeigenschaften jedoch mit ihr übereinstimmende Ausdrücke aufstellen.

II. Die aus der vorhergehenden Studie bereits bekannte Gleichung 159 bringt die Bumhöhe in funktionellen Zusammenhang mit dem Alter. Dasselbe tut die Gleichung 160 mit dem Bruthöhendurchmesser. Beide diese Gleichungen sind auch hier wiederum angeführt (unter 6 bis 8), nur jedoch — den hiesigen Zwecken entsprechend — mit anderen Buchstaben. Wird  $X - t$  gesetzt, so ist der Subtrahend in 7 (der Gleichung 8 gemäss) eben gleich dem Minuenden, was den Betrag  $\epsilon = 0$  zur Folge hat. Dies hiesse nun, dass im Alter  $t$  der Bruthöhendurchmesser gleich Null ist, da die Baumspitze in diesem Alter eben noch reicht bis zur gesagten Höhe (13 dem), übertrifft sie jedoch durchaus nicht. Wird nun auch  $x - \infty$  gesetzt, so folgen aus 6 und 7 die asymptotischen (endlichen) Werte unter 9. Wäre also ein Baum selbst gar unendlich alt, was doch bekanntlich nicht geschehen kann, so könnten seine Dimensionen auch dann noch nur endlich sein.

Aus der Gleichung 7 folgt umgekehrt der Ausdruck 10 und dieser in 6 eingesetzt führt zur Gleichung 11, wonach die Baumhöhe nicht mehr mit der Zeit funktionell verbunden ist, sondern mit der Bruthöhenstärke. Wird die angegebene untere Grenze der Funktion 7 (d. h.  $| = \infty$ ) in diese letztangeführte Gleichung eingesetzt, so ergibt sich nach einigen Zusammenziehungen der Ausdruck 12, d. h. der dem Alter  $t$  entsprechende Höhenbetrag von 13 dem. Setzt man hingegen in dieselbe Gleichung (11) den zweiten Ausdruck unter 9 ein (obere Grenze von Gleichung 7), so ergibt sich fast unvermittelt der erste Ausdruck unter 9v

der (wie gesehen) dem Alter <sup>00</sup> entspricht. Während also das Argument der Funktion 11 in äusserstem Falle eigentlich nur zwischen Null und einem gewissen, dem zweiten Ausdrucke unter 9 entsprechenden, also endlichen Betrage sich bewegen kann, vermag sich diese Funktion selbst eigentlich nur zwischen dem Betrage 13 und einem davon viel grösseren, dem ersten Ausdrucke unter 9 entsprechenden, somit also ebenfalls nur endlichen Grenzwerte zu bewegen. Doch auch von diesen endlichen Durchmesser- und Höhengrenzen werden nun bekanntlich nur die unteren gelegentlich erreicht (in jungen Beständen natürlich), die oberen dagegen nie. Nichtsdestoweniger kann hierdurch die Richtigkeit der Funktion 11 nicht in Frage kommen, denn von einer auf Richtigkeit prätendierenden Funktion wird nun ein weiterer Geltungsbereich (den in concreto möglichen Fällen gegenüber) ja auch verlangt.

Wie gesehen, die Zeit als irgend ein Faktor figuriert in der Funktion 11 nicht. Obwohl aus den mit der Zeit in Verbindung stehenden Funktionen 6 und 7 entstanden, kümmert sie sich daher um diesen selben Faktor nicht gar viel. Sie zeigt nur an, dass der stärkere Baum auch höher ist, und ob dies der Fall ist wegen seines grösseren Alters oder wegen seiner günstigeren Lebensbedingungen, dièse Frage ist für sie nebensächlich. Besser gesagt, sie lässt beide diese Möglichkeiten zu, usw. entweder jede für sich allein oder auch beide gleichzeitig, was nun auch ganz nahe liegt, indem nämlich in ihren Mutterfunktionen 6 und 7 die Höhe und die Stärke funktionell verbunden sind nicht nur mit der Zeit selbst, sondern auch mit den (wie bekannt) für die Lebensbedingungen charakteristisch erscheinenden Parametern. Sie vermag daher das Verhältnis zwischen Höhe und Stärke nicht nur insofern zu regulieren, als sich dieses bei ein und demselben (faktischen oder auch durchschnittlich genommenen) Individuum mit der Zeit ändert, sondern auch insofern, als sich dasselbe ändert lediglich unter dem Einflüsse der Lebensbedingungen, d. h. zwischen verschiedenen gleich alten, infolge ungleicher Lebensbedingungen jedoch ungleich starken und ungleich hohen Individuen.

III. Insgesamt genommen, hat die Funktion 11 eigentlich 7 selbständige Parameter, da einzelne Gruppen von Parametern nur als neue Einzelparameter gelten können. Wegen dieser noch immerhin ganz grossen Parameteranzahl (in Verbindung mit ihrer Form selbst) ist sie natürlich praktisch ganz unbrauchbar. Sie lässt sich jedoch fast vollkommen schadenlos auf bloss 4 Parameter reduzieren und die erste Etappe auf diesem Wege bestünde in Folgendem:

Bereits aus der vorhergehenden Studie wissen wir, dass, wenn die Durchmesser ganz im Bodenniveau gemessen wären, d. h. in der Höhe, für deren Erreichung noch gar kein Alter ( $t = 0$ ) notwendig ist, dass sich dann aus der hiesigen Gleichung 8 der Betrag  $K = 0$  ergäbe. Unter dieser Bedingung ergäbe sich aus 11 die einfachere Gleichung 13, die Baumhöhe als Funktion des Bodenniveaudurchmessers darstellend. Doch wenn nach dieser Gleichung die totale Baumhöhe funktionell verbunden ist mit der Bodenniveaustärke, so erscheint nach dieser selben Gleichung die Länge des oberhalb der Brusthöhe sich befindenden Baumteiles als Funktion der Brusthöhenstärke. Das Verhältnis ist hier ähnlich dem Verhältnisse, welches besteht zwischen der einerseits ganz im Bodenniveau und andererseits in der Brusthöhe Ttonstatierbaren Jahrringanzahl. Sowie nämlich die Jahrringanzahl im Bodenniveau das totale Baumalter. angibt, so gibt die Jahrringanzahl in der Brusthöhe das Alter des oberhalb der Brusthöhe befindlichen Baumteiles an. Wenn nun also als Argument der Funktion 13 die Brusthöhenstärke selbst zu gelten hat, so stellt dann diese Funktion nur die Länge des oberhalb der Brusthöhe befindlichen Baumteiles dar. Wird nämlich der Betrag  $\neq 0$  darin eingesetzt, so resultiert als Bekräftigung dieser Schlussfolgerung der Betrag  $y = 0$ . Unter Einführung von  $/ = P$  ergibt sich daraus der erste Ausdruck unter 9, nur jetzt mit einem um 13 dem kleineren Betrage als früher.

Diese erste Vereinfachung von 11 ist also nur ganz formell, sofern näml. die Funktion 13 nicht für die ganze Baumhöhe Geltung hat, sondern nur für den um 13 dem verkleinerten Baumhöhenbetrag. Zur weiteren Vereinfachung übergehend müssen wir vorerst  $r = R$  setzen. Diese Gleichstellung selbstverständlich ist nicht ganz richtig. Doch ist sie auch nicht wesentlich unrichtig, da sich ja  $r$  und  $R$  nicht viel voneinander unterscheiden können. Auf diese Weise vereinfacht sich die Gleichung 13 auf die Formen 14 und 15, wo jetzt eine Entscheidung zu treffen ist bezüglich der Beträge für  $q$  und  $Q$ . Wären auch diese einander gleich, so ergäbe sich aus 15 die Gleichung 16 bzw. 17 (einfacher geschrieben). Hiermit wäre nun die Höhenkurve entweder nur konkav nach unten (im Falle von  $0 < 1$ ) oder nur konvex nach unten (im Falle von  $u > 1$ ), den ganz unmöglichen Fall  $0 = 1$  beiseite gelassen. Keinesfalls könnte also aus 16 bzw. 17 eine rechts von der Ordinatenaxe Wendepunkt habende Kurve sich ergeben, während wir jedoch wissen, dass ein solcher Punkt — wenn auch vielleicht nicht immer, so doch sehr oft — ein wesentliches Merkmal der (eventuell bis zur Ordinatenaxe rückwärts verlängerten) Bestandeshöhenkurve ist. Hieraus folgt nun der berechtigte Schluss, dass  $q$  und  $Q$  nicht bereits im vorhinein als gleich supponiert werden dürfen. Wie können sie sich dann anders zu einander verhalten?

Im Sinne der bisherigen Betrachtungen kann sich  $\xi$  aus der Gleichung **14** bzw. **15** nur innerhalb der Grenzen  $\mathbf{o}$  und  $\mathbf{P}$  bewegen. Diese zweite Grenze jedoch resultiert nicht aus diesen Gleichungen selbst, sondern (unter der Bedingung  $\mathbf{K} = \mathbf{o}$ ) lediglich aus der Gleichung **7**, während hingegen die Gleichung **14** bzw. **15** einen weit grösseren, bis selbst ins Unendliche reichenden Abstand zwischen beiden Grenzen zulässt. Sowie nämlich die Gleichungen **6** und **7** aussagen, eine wie grosse Höhe und Stärke der Baum erreichen dürfte, wenn er (was selbstverständlich unmöglich ist) bis selbst in die Ewigkeit leben und wachsen könnte, so sagt die Funktion **14** bzw. **15** aus, wie hoch der Baum wäre bei einer eventuellen bis ins Unendliche reichenden (in diesem Betrage selbstverständlich unmöglichen) Brusthöhenstärke. Unter dieser Bedingung folgt näml. aus ihr die Gleichung **18**. Wäre jetzt  $q = Q$ , so ergäbe sich hieraus (ebenso wie aus **16** bzw. **17** unter derselben Bedingung  $\xi = \mathbf{o}$ ) der Betrag  $17 = 00$ . Wir sahen jedoch, dass die Relation  $q = Q$  nicht bereits a priori zugelassen werden darf. Noch weniger kann dann die Relation  $q > Q$  überhaupt bestehen, da sonst aus **18** sich leicht auch ein negativer, im vorhinein bereits sinnloser  $r_j$ -Betrag ergeben würde. Es kann also, prinzipiell genommen, nur  $q < Q$  gesetzt werden oder auch ausnahmsweise (als ein Grenzfall zwischen dem Möglichen und dem Unmöglichen) noch  $q = Q$ . Beide diese Relationen indessen besagen in Verbindung mit der Gleichung **18**, dass für die Baumhöhe im Falle von  $I = 00$  ein grösserer Betrag sich ergeben müsste als im Falle von  $I = P$ . Als Folge von  $q = Q$  ergäbe sich nämlich bei  $= 00$  ein unendlicher, sonst aber (d. h. bei  $q < Q$ ) ein endlicher  $r_j$ -Betrag. Jener erstere Höhenbetrag ist allerdings unserem Begreifen zugänglicher als dieser letztere, da man sich in der Tat nicht leicht einen Baum vorstellen kann, der bei unendlicher Brusthöhenstärke nicht auch unendlich hoch wäre. Doch darf man hierbei nicht ausser Acht lassen, dass diese scheinbar sinnlosen Stärke- und Höhenextreme nur aus der Tatsache sich ergeben, dass ein Baum auch dann noch verhältnissmässig sehr gut an Stärke zunehmen kann, wenn er schon längst aufgehört hat (fast oder auch ganz) in die Höhe zu wachsen.

Nach diesen Auseinandersetzungen können wir nun zur weiteren Transformation der Gleichung **15** herantreten. Nachdem sie auch die Form **19** annehmen kann, so resultiert aus ihr substitutionsweise (nach **20**) der endgültige Ausdruck **21**, d. h. eine der Funktion **6** ganz analoge Funktion. Nur figurirt jetzt als Argument die Brusthöhenstärke (nicht das Alter, wie früher) und gilt ausserdem diese Funktion nur für den oberhalb der Brusthöhe befindlichen Baumhöhentheil. Ihr Wendepunkt ist (bezüglich der Abszisse) bestimmt durch die Gleichung **22**, aus welcher (wie ersichtlich) sowohl positive als auch negative, auch

sogar imaginäre Werte (neben dem Nullwerte selbst) sich ergeben können. Statt eines können aus diesem Ausdrucke eventuell auch zwei Wendepunkte (der eine rechts, der andere links von der Ordinatenaxe) hervorgehen, was alles in erster Linie von den durch  $cdm$  1 dargestellten Möglichkeiten, sowie alsdann auch von dem konkreten Exponentenbetrage (—) abhängt. Für uns natürlich kann als Wendepunktslage nur der I. Quadrant in Betracht kommen.

Den Gleichungen 21 und 22 gemäss bestehen also in bezug auf den Wendepunkt sämtliche Möglichkeiten. Wenn die konkrete Bestandeshöhenkurve einen solchen wirklich nicht besitzt, so wird dieser Tatbestand auch aus der Gleichung 22 sich ergeben. Ergibt sich jedoch daraus ein positiver Abszissenwert, so besitzt die Kurve jedenfalls einen für uns in Betracht kommenden Wendepunkt, mag er nun okulariter auch nicht recht genannt werden.

IV. Als Gleichung der Bestandeshöhenkurve kann also die ziemlich primitive Gleichung 17 nur fast ausnahmsweise (nur als eine der ausserordentlich vielen Möglichkeiten) in Betracht kommen. Der Regel nach gebührt diese Eigenschaft der Gleichung 21, deren Parameter aus angeführten Gründen alle selbstverständlich positiv sein müssen. Nur natürlich ist diese Gleichung nicht leicht praktikierbar, aus welchem Grunde für gewöhnlichen Gebrauch noch weitere Vereinfachungen als vorteilhaft erscheinen, namentlich für ältere Bestände, wo die Höhenkurve innerhalb der äussersten konkret im Bestände gegebenen Stärkegrenzen schon ganz konkav nach unten verläuft. Hier jedoch, eben wegen dieser Entfernung zwischen der unteren Stärkegrenze und dem Koordinatenursprunge, kann die in der Gleichung 91 bezw. 94 (der vorhergehenden Studie) enthaltene Vereinfachung nicht in Betracht kommen und müssen wir somit einen anderen Vereinfachungsweg einschlagen. Zu diesem Behufe können in die Gleichung 21 die unter 23 und 24 angeführten Werte eingeführt werden, wodurch sie sich auf die Formen 25 und 26 reduziert.

Mit Rücksicht auf die halb so grosse Anzahl von Parametern, der Gleichung 21 gegenüber, verläuft jetzt der Rechenprozess nach der Methode der kleinsten Quadrate ungeheuer rascher als früher, namentlich auch wegen des Umstandes, dass jetzt die Gleichung 25 auch noch weiter vereinfachungsfähig ist. Die erste Etappe auf diesem Vereinfachungswege bestünde in der Umformung von 25 in die Gleichung 27, woraus sich sodann substitutionsweise (Gleichung 28) die der Gleichung 17 ganz ähnliche Gleichung 29 ergibt.

Nur besteht jedoch zwischen dieser letzteren und der Gleichung 17 ein wesentlicher Unterschied insoferne, als diese letztere (von der Gleichung 21 herstammend) im I. Quadrante einen Wendepunkt haben kann, während jene andere dieser Eigenschaft nicht fähig ist.

Durch Logarithmierung kann die Gleichung 29 zuletzt noch in die ganz lineare Form 30 bzw. 32 gebracht werden (mittelst der Substitutionsausdrücke unter 31) und erlangen wir somit auch hier den grossen Vorteil der wiederholungslosen Parameterberechnung beim Berechnungsvorgange nach der Methode der kleinsten Quadrate.

V. Behufs Ausgleichung der Bestandeshöhenkurve werden die Höhenprobestämme oft in 1-centimetrige Stärkestufen gruppiert. Für jede dieser Stufen wird sodann von allen ihr zugeordneten Einzelhöhen das arithmetische Mittel genommen. Werden jetzt diese Mittelhöhen oder besser die aus denselben mittelst Gleichung 33 und 34 sich ergebenden  $\bar{h}_i$  - Werte nach der Methode der kleinsten Quadrate weiter behandelt, so erscheint es als vorteilhaft, auch die den einzelnen Stufen zugeordneten Probestammzahlen (als sogen. Gewichte) in Rechnung zu ziehen. Damit nun die hier für ein konkretes Beispiel zur Veröffentlichung gelangenden Ausgleichungsergebnisse nach der erwähnten Methode und mittels der Gleichung 32 zugänglicher werden können, will ich auch die Behandlung der genannten Gewichte (Stammzahlen) hier kurz tangieren.

Aus den für einzelne Stärkestufen vorläufig noch unbekanntenen  $\bar{h}_i$  Werten nach Gleichung 32 und aus bereits bekannten  $\bar{p}_i$  - Werten nach Gleichung 34 ergibt sich für eine jede Stärkestufe als Differenzgleichung der Ausdruck 35. Jede dieser Gleichungen kann jetzt mit der Quadratwurzel des ihr zugehörigen Gewichtes ( $\bar{p}_i$ ) multipliziert werden und entstehen so die Gleichungen 36. Wird jetzt jede dieser letzteren quadriert und die erhaltenen Quadrate summiert (Gleichung 37), wird sodann diese Summe der Minimalitätsforderung unterzogen oder (was auf dasselbe hinausgeht) nach den Unbekannten  $A$  und  $D$  differenziert, werden zuletzt noch diese Partialableitungen gleich Null gesetzt, so ergeben sich die beiden Ausdrücke unter 38. Ähnlich wie bei den Gleichungen 107 — 110 aus der vorhergehenden Studie ergeben sich jetzt für sogenannte Kontrollgleichungen die Ausdrücke unter 39. Aus den Normalgleichungen endlich (40) können leicht formelmässige Ausdrücke für die Berechnung der Unbekannten  $A$  und  $D$  aufgestellt werden. Auf diesem Wege kommen nun die in den einzelnen Stärkestufen enthaltenen Probestammzahlen ganz automatisch und in vollkommenster Weise in Rechnung.

Das hier behandelte Beispiel wurde auf Grund der Kunze-  
sehen Messungsergebnisse ausgeführt (Supplemente zum Tha-  
ran der forst. Jahrbuch, Bd III, H. 1, S. 14). Sie stammen aus ein-  
nem 53-jährigen Fichtenbestande her. Auf einer 0.2 ha grossen  
Probefläche wurden alle 157 Bäume zur Fällung gebracht, im  
Liegenden vermessen und die Messungsergebnisse am angeführ-  
ten Orte nach Stärkestufen zusammengestellt. Als Bruthöhen-  
stärken ( $\xi$ ;) gelten hier die einzelnen Stufenmitten, und als er-  
fahrungsmässige Baumhöhen ( $A_j$ ) die gesagten arithmetischen  
Mittel. In der hier beigegebenen Tabelle (2. Spalte) sind von  
diesen Mittelhöhen nur die nach Abzug von je 13 dem verblei-  
benden Restbeträge angeführt, während die 3. Spalte die betref-  
fenden Stammzahlen ( $p$ .) enthält. In der 4. Spalte sind endlich  
die Ausgleichungsergebnisse  $\bar{r}_j$  zusammengestellt, welche auf an-  
gegebene Weise erhalten wurden mittelst der Parameterwerte  
 $A = 2-484.6661$ ,  $D = 1-210.8571$ .

Mittelst der hier angeführten Parameterwerte berechnete  
ich endlich auch die Höhenbeträge für die in den Messungser-  
gebnissen nicht vertretenen Stufen von 1—12 cm. Sie befinden  
sich in der 6. Tabellenspalte. Alle in der Tabelle vorkommenden  
Grössen sind in gemeinsamem (decimetrischem) Maasse nicht  
nur hierselbst ausgedrückt, sondern auch in der Berechnung-  
behandelt. Das beigegebene Graphikon stellt nun den ganzen  
Verlauf der berechneten  $\bar{r}_j$  - Werte dar. Der Wendepunkt ( $\prime$ ),  
ist hier schon sehr schwer konstatierbar.

VI. Bei der Berechnung von Parametern für die Gleichung  
29 vermittelt derjenigen für die Gleichung 30 bzw. 32 werden  
eigentlich nicht die Höhen ausgeglichen, sondern ihre Logarith-  
men. Dieser Umstand kann nun ab und zu, wenn nämlich die  
noch unausgeglichenen Höhen sehr unregelmässig sich verhalten,  
auch recht unpassende Resultate als Folge haben. In solchen  
Fällen sollte daher die Höhenausgleichung vermittelt der Gleichung  
29 erfolgen nach demjenigen Verfahren, welches markiert wurde durch  
die Gleichungen 122—130 aus der vorhergehenden Studie. Doch auch  
diesfalls muss ja die obige Gleichung 29, ebenso wie auch die Gleichung  
26, nicht immer recht gute Resultate ergeben. Wenn an die Präzision  
grössere Anforderungen gestellt werden, so ist es besser, von der Gleichung  
88 oder 163 aus der vorhergehenden Studie Gebrauch zu machen, welche  
beide ganz wesentlich näher stehen der obigen Gleichung 21 und von  
welchen beiden die Gleichung 163 vermutlich als etwas praktischer  
erscheint. Das Produkt ihrer Parameter dürfte eventuell auch bei ihrer  
hiesigen Anwendung als ein ganz guter Standortsweiser verwendbar  
sein und wären uns somit für die Standortsbonitierungen keine Stammanalysen  
notwendig-



Indessen stellt die Frage nach den Modalitäten einer solchen (etwaigen) Bonitierungsweise ein Problem dar, dessen Lösung vorderhand noch gar keine Vermutung zulässt.

In der vorhergehenden Studie sagte ich, dass die Massen-Wachstumskurve (als Funktion des Alters) analog ist, wie auch bereits allgemein bekannt, der H ö h e n-Wachstumskurve. Die hiesige Gleichung 11 repräsentiert daher nicht nur die Abhängigkeit der durchschnittlichen Baum - H ö h e vom Brusthöhen-durchmesser, sondern auch die Abhängigkeit der durchschnittlichen Baum-M a s s e von demselben Durchmesser. Die Gleichung 12 repräsentiert weiter (an die Baum-M a s s e angewendet) die durchschnittliche Masse des eben noch 13 dem hohen Stämmchens, dessen Brusthöhenstärke also noch gar vollkommen der Null gleich ist. Was nun die Gleichungen 13 und 21 anbelangt, so verbinden sie in den funktionellen Zusammenhang mit der Brusthöhenstärke die Differenz  $r_j - m$ , wo  $t_j$  die durchschnittliche Baummasse nach Gleichung 11 angibt,  $m$  dagegen die durchschnittliche Masse des eben noch 13 dem hohen Stämmchens. Der (bei ein und derselben Holzart und an derselben Lokalität) konstante Massenbetrag  $m$  verschwindet natürlich vom praktischen Standpunkte aus gegenüber dem variablen Massenbetrage  $r_j$ , wie dieser sich bei erwachsenen Bäumen äussert. Vom praktischen Standpunkte aus kann daher die Gleichung 21, sofern wir es mit ganz erwachsenen Beständen zu tun haben, als ganz präzises Mittel für die Ausgleichung von Massenkurven (in ihrer Abhängigkeit von Brusthöhenstärken) gelten. Statt ihr kann indessen auch hier ganz gut (der Arbeitskürzung wegen) auch die Gleichung 88 bzw. 163 aus der vorhergehenden Studie Anwendung finden. Dies wird in einer anderen Arbeit gezeigt werden.

Nachdem bereits die vorliegende Studie in den Druck übergeben wurde, erhielt ich zu Gesichte das Heft 4/5 der »Lesnickâ Prace« für 1935. Darin, auf S. 233 und 248 führt A. L e p o r s k y als Gleichung der Bestandeshöhenkurve den hier unter 41 (mit anderen Buchstaben) angegebenen Ausdruck an, mit  $r_j$  als totaler Baumhöhe und  $e$  als Basis des natürlichen Logarithmensystems. Auf Grund der aus einem bereits erwachsenen Tannenbestande stammenden Beobachtungsergebnisse führt L e p o r s k y — als für den betreffenden Bestand geltend — folgende Parameterwerte seiner oben angeführten Gleichung an:  $a = 31 \cdot 2$  met,  $b = 1'0203$ ,  $c = 4 \cdot 41386$

Zweifelsohne ist diese L e p o r s k y'sche Gleichung für unsere Zwecke jedenfalls richtiger als die von N ä s l u n d in Anwendung gebrachte Gleichung 1, doch kann die Höhenkurve auch nach ihr noch keinen Wendepunkt besitzen. Wird nämlich die obere Gleichung zweimal differenziert (Gleichung 42) und hiernach gleich Null gesetzt, ergibt sich für  $f$  einzig und allein

der Betrag  $oo$  ; Werden anderseits die oben angeführten konkreten Parameterwerte des näheren durchgeprüft, so wird man leicht gewahr, dass (der Gleichung 41 gemäss) der hieselbst dem Nullwerte von  $i$  entsprechende  $r_j$  - Wert entschieden negativ sein müsste ( $- 0'633 \text{ m}$ ), während wir ja doch wissen, dass er auch hier noch ebenso wie auch ganz allgemein nur  $+ 1'3 \text{ m}$  betragen kann. Auch diese L e p o r s k y'sche Gleichung kann daher die der Brusthöhenstärke durchschnittlich entsprechende Baumhöhe nicht immer in genügender Weise charakterisieren.