

3/5903

*Vilko Niče*

# DESKRIPTIVNA GEOMETRIJA

---

ŠKOLSKA KNJIGA — ZAGREB



Dr VILKO NIČE  
redovni profesor Arhitektonskog  
fakulteta Sveučilišta u Zagrebu

ŠUMARSKI FAKULTET U ZAGREBU  
ŠUMARSKA KNJIŽNICA  
S/5908

# DESKRIPTIVNA GEOMETRIJA

Prvi svezak



ŠKOLSKA KNJIGA  
ZAGREB 1979

## PREDGOVOR

U posljednjih 25 godina izašlo je osam izdanja udžbenika *Deskriptivna geometrija za fakultete i visoke škole u kojima se ona predaje*. Svako je izdanje manje ili više izmijenjeno i prilagođeno nastavi toga predmeta prvenstveno na tehničkim fakultetima, a dobrim dijelom i na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu zatim na umjetničkim akademijama i drugima. U posljednje se vrijeme, međutim, osjetila potreba takva udžbenika u kojemu bi svatko tko se interesira za deskriptivnu geometriju našao ono što ga zanima ili ono što mu je potrebno iz tog matematičkog područja. Ovdje se u prvom redu misli na slušače Prirodoslovno-matematičkog fakulteta koji žele postati nastavnici deskriptivne geometrije na srednjim i visokim školama. U tom će udžbeniku biti obrađeno gradivo predviđeno u programima svih fakulteta i visokih škola gdje se taj predmet predaje, tako da će studenti moći iz njega odabrati ono što im bude potrebno za učenje. Studenti prirodoslovno-matematičkih fakulteta bilo gdje u Jugoslaviji koji žele postati srednjoškolski nastavnici ili asistenti na fakultetima, morat će poznavati čitavo gradivo ove knjige.

Knjiga *Deskriptivna geometrija* imat će dva sveska. U prvom će svesku biti obrađeni temelji projektivne sintetičke geometrije u ravnini i prostoru, zatim ravninske krivulje. Nadalje će u njemu biti obrađena ortogonalna projekcija sa svima svojim poznatim dijelovima (elementi, presjeci, prodori, sjene, rotacijske i zavojne plohe).

U drugom svesku nalazit će se kotirana projekcija s primjenama, aksonometrijske metode, centralna projekcija sa svima svojim primjenama, kao i konstruktivna obrada ploha. Od ploha će biti obrađene pravčaste i opće plohe 2. stupnja, zatim pravčaste plohe 3. i 4. stupnja, s posebnim obzirom na praktičnu primjenu u arhitekturi, građevinarstvu i umjetnosti.

Budući da će ovaj udžbenik biti prilično opširan, iziskivat će i veća sredstva, brigu i pažnju, što će sve biti uklopljeno u rad IRO Školske knjige, na čemu ovoj našoj uglednoj izdavačkoj kući ovdje izražavam svoju zahvalnost.

Autor

## Sadržaj

### Predgovor

## I. Temelji sintetičke projektivne geometrije u ravnini i prostoru te neke ravninske krivulje

### Uvod

#### A. PROJEKTIVNA PRIDRUŽENOST I NJEZINI PROIZVODI

§	<b>1. Elementi i tvorevine sintetičke projektivne geometrije te njihovi međusobni odnosi.</b>	
	a) Elementi projektivne geometrije . . . . .	2
	b) Neizmjerne daleki elementi . . . . .	2
	c) Dualitet. . . . .	3
	d) Perspektivan odnos . . . . .	3
	e) Projektivan odnos . . . . .	5
§	<b>2. Pappusov stavak i potpuni četverokut</b>	
	a) Pappusov stavak . . . . .	5
	b) Konstrukcija četvrte točke zadanog dvoomjera . . . . .	6
	c) Harmonijske četvorke točaka i pravaca . . . . .	7
	d) Četverovrh i četverostran . . . . .	7
	e) Konstruktivna primjena potpunog četverovrha i potpunog četverostrana . . . . .	8
§	<b>3. Projektivan odnos nizova i pramenova te njihovo nadopunjavanje</b>	
	a) Projektivno pridruženi nizovi . . . . .	9
	b) Projektivno pridruženi pramenovi pravaca . . . . .	10
	c) Projektivan odnos niza točaka i pramena pravaca . . . . .	10
	d) Projektivno pridružen pramen pravaca pramenu ravnina . . . . .	10
	e) Projektivan odnos niza točaka i pramena ravnina . . . . .	11
	f) Osobine perspektivnih položaja . . . . .	11
	g) Primjena perspektiviteta . . . . .	11
	h) Nadopunjavanje projektivnih pramenova pravaca . . . . .	12
	i) Nadopunjavanje projektivnih nizova tečaka . . . . .	13
	j) Nadopunjavanje projektivno pridruženih niza točaka i pramena pravaca . . . . .	13
	k) Središnje točke i slični nizovi . . . . .	14
§	<b>4. Kolokalni projektivni nizovi i pramenovi</b>	
	a) Kolokalni projektivni nizovi . . . . .	15
	b) Prva karakteristična konstanta dvaju kolokalnih projektivnih nizova . . . . .	16
	c) Druga karakteristična konstanta dvaju kolokalnih projektivnih nizova . . . . .	17
	d) Kolokalni projektivno pridruženi pramenovi pravaca . . . . .	17
	e) Karakteristična konstanta dvaju kolokalnih projektivnih pramenova . . . . .	17
§	<b>5. Konstrukcija dvostrukih točaka i dvostrukih zraka</b>	
	a) Jedna osobina kružnice . . . . .	18
	b) Steinerova konstrukcija . . . . .	18

§ 6. Involutorni nizovi i involutorni pramenovi prvoga reda	
a) Involutorni niz prvoga reda	19
b) Involutoran pramen pravaca prvoga reda	20
c) Karakteristična konstanta involutornih nizova	20
d) Konstruktivno nadopunjavanje involutornih nizova	22
e) Konstruktivno nadopunjavanje involutornih pramenova 1. vrste	22
f) Karakteristične konstante involutornih pramenova 1. reda	23
§ 7. Izotropni pravci i Laguerreove točke	
a) Izotropni pravci	24
b) Apsolutne točke	25
c) Apsolutna konika prostora	25
d) Izotropni stošci	25
e) Izotropne ravnine	25
§ 8. Involicija na potpunom četverokutu	
a) Potpuni četverovrh	26
b) Potpuni četverostran	26
§ 9. Imaginarni elementi trodimenzionalnog prostora	
a) Konjugirano imaginarne točke na pravcu	27
b) Konjugirano imaginarni pravci jedne točke	27
c) Konjugirano imaginarne ravnine jednog pravca	27
d) Konjugirano imaginarne točke u realnoj ravnini	28
e) Konjugirano imaginarni pravci u realnoj ravnini	28
f) Konjugirano imaginarne točke u prostoru	28
g) Konjugirano imaginarni pravci u prostoru	28
h) Konjugirano imaginarne ravnine u prostoru	28
i) Izotropni pravci u realnoj ravnini	28
j) Izotropan stožac	28
k) Izotropni pravci u prostoru	28
l) Izotropne ravnine u prostoru	28
§ 10. Krivulje 2. stupnja	
a) Proizvod dvaju projektivnih pramenova pravaca	28
b) Konika zadana s pet točaka	29
c) Proizvod dvaju projektivnih nizova	30
d) Konstrukcija krivulje 2. reda zadane jednom točkom A te dvjema tangentama $t, t_1$ i njihovim diralštima $T$ i $T_1$	31
e) Jedna osobina hiperbole	31
f) Jedna konstrukcija elipse	32
g) Konstrukcija parabole kao krivulje 2. razreda	33
h) Konstrukcija parabole kao krivulje 2. reda	33
§ 11. Pascalov i Brianchonov stavak s primjenama	
a) Pascalov pravac	34
b) Brianchonova točka	36
c) Nekoliko konstruktivnih primjena Brianchonove točke i Pascalova pravca	36
§ 12. Konike po definiciji	
a) Elipsa	38
b) Hiperbola	40
c) Parabola	41
§ 13. Jednakost reda i razreda (stupanj) konika	
§ 14. Involicija 2. reda	
a) Involutoran niz i involutoran pramen 2. reda	43
b) Nadopunjavanje na drugi način involutornih pramenova i nizova 1. reda	46
c) Konjugirano pridruženi pravci i konjugirano pridružene točke	47
d) Realna i konjugirano imaginarna sjecišta konike s pravcem te realne i konjugirano imaginarne tangente konike položene točkom	47
e) Konjugirano imaginarna sjecišta pravca s kružnicom	48
f) Konjugirani promjeri i osi konike	49

§ 15. <b>Žarišta (fokusi) i žarišna involucija konika</b>	
a) Broj, vrsta i smještaj žarišta konike	50
b) Žarišna involucija konike	51
c) Središta zakrivljenosti konike u tjemenu	53
§ 16. <b>Zakrivljenost konika u običnim točkama</b>	
a) O zakrivljenosti konika	54
b) Prva konstrukcija središta zakrivljenosti	54
c) Druga konstrukcija središta zakrivljenosti	55
d) Dva pojednostavnjena konstruktivna postupka	55
e) Zakrivljenost hiperbole u jednoj točki	56
f) Dvije pojednostavnjene konstrukcije za hiperbolu i parabolu	57
§ 17. <b>Nekoliko zadaća o konikama</b>	
a) Elipsa je zadana pravcima velike i male osi koje se sijeku u njezinu središtu $S$ , jednom točkom $P$ , kao i tangentom i normalom te elipse s oznakama $t$ i $n$	58
b) Konika je zadana točkom $P$ , žarištem $F$ i ravnalicom $f$	59
c) Parabola je zadana tangentama $t$ , $a$ , $b$ i diralištem $D$ na tangenti $t$	60
d) Parabola je zadana kao proizvod dvaju projektivni sličnih nizova $(p) \propto (p_1)$	60
e) Parabola je zadana s četiri tangente $a$ , $b$ , $c$ , $d$	60
f) Konika je zadana s tri realne točke $M$ , $N$ , $P$ i jednim parom konjugirano imaginarnih	61
g) Treba konstruirati koniku s dva para konjugirano imaginarnih i jednom realnom točkom $A$	62
§ 18. <b>Pramen konika</b>	
a) Osobine pramena konika	63
b) Projektivna pridruženost pramena konika i pramena pravaca te dvaju pramenova konika	64
§ 19. <b>Pravčaste plohe 2. stupnja</b>	
a) Projektivan odnos dvaju pramenova ravnina i njihov proizvod	65
b) Proizvod dvaju projektivnih nizova	65
c) Dva sistema izvodnica na pravčastim kvadrikama	65
d) Osobine pravčastih kvadrika	65
e) Konjugirane imaginarne izvodnice i izotropne izvodnice II vrste	66
f) Vrste pravčastih ploha 2. stupnja (kvadrika)	66
<b>B. KOLINEARNA I KORELATIVNA PRIDRUŽENOST TVOREVINA II VRSTE</b>	
§ 20. <b>Kolinearna i korelativna polja i svežnjevi</b>	
a) Definicija kolinearnog odnosa	67
b) Perspektivan odnos polja i svežnjeva	67
c) Definicija korelativne pridruženosti	68
§ 21. <b>Osobine kolinearne i korelativne pridruženosti</b>	
a) Projektivni odnosi u kolinearnoj i korelativnoj pridruženosti	68
b) Određenost i nadopunjavanje kolinearnih polja	68
c) Određivanje i uspostavljanje korelativnog odnosa	69
d) Rastavljena perspektivno kolinearna polja	70
e) Izbježni pravci	70
§ 22. <b>Specijalni slučajevi kolinearne pridruženosti</b>	
a) Perspektivno kolinearna polja i njihovi specijalni slučajevi	70
b) Afino pridružena polja	72
c) Jedna konstruktivna zadaća	73
§ 23. <b>Kolokalna kolinearna polja i svežnjevi</b>	
a) Incidentni elementi	73
b) Kolinearne preslikavanje pomoću dvostrukih točaka	75
c) Perspektivno kolinearna polja	75
d) Jedna konstruktivna zadaća	77

e) Involutorno kolinearna polja	77
f) Simetrija u ravnini	78
g) Specijalan slučaj perspektivne kolineacije i konstruktivna primjena	78
h) Descartesov stavak	80
<b>§ 24. Kolokalna afina polja</b>	
a) Perspektivno kolinearna afina pridruženost i njezina karakteristična konstanta	80
b) Afino preslikavanje kružnice	80
c) Konstrukcija elipse iz para konjugiranih promjera i neke konstrukcije na njoj	81
d) Konstrukcija elipse iz velike i male osi	82
e) Ritzova konstrukcija velike i male osi elipse	83
<b>§ 25. Kolokalna korelativna polja</b>	
a) Incidentni elementi	84
b) Involutorno korelativna ili polarna polja	85
c) Konstrukcija pola i polare	87
d) Konstruktivna primjena polarnog polja	88
<b>§ 26. Proizvodi kolinearnih svežnjeva i polja</b>	
a) Proizvod dvaju kolinearnih svežnjeva	89
b) Red; razred kongruencije	90
c) Opće plohe 3. reda	90
<b>§ 27. Proizvodi korelativnih svežnjeva i polja</b>	
a) Opće plohe 2. reda	91
b) Pravčaste ploče 2. reda	91
c) Plohe 2. razreda	92

## C. KOLINEACIJA I KORELACIJA U PROSTORU

<b>§ 28. Definicija, određivanje i preslikavanje kolinearnih prostora</b>	
a) Definicija i određivanje kolinearne pridruženosti u prostoru	93
b) Proizvod dvaju kolinearnih prostora	94
c) Incidentni elementi dvaju kolinearnih prostora	94
<b>§ 29. Osobiti slučajevi prostorne kolinearne pridruženosti</b>	
a) Perspektivno kolinearni prostori	96
b) Izbježne ravnine perspektivno kolinearnih prostora	97
c) Afini i perspektivno afini prostori	98
<b>§ 30. Korelativno pridruženi prostori</b>	
a) Određivanje i nadopuna korelativnih prostora	99
b) Incidentne plohe 2. stupnja	100
c) Polarni prostori	101
d) Polarni tetraedri polarnog prostora	101
e) Ništični prostori	102

## D. NEKE RAVNINSKE KRIVULJE I PRAVILNI LIKOVI

<b>§ 31. Ravninske krivulje</b>	
a) Red i razred krivulje	103
b) Dodiri	103
c) Grafičke krivulje	103
d) Rektifikacija kružnice	103
<b>§ 32. Pravilni likovi</b>	
a) Pravilan peterokut	105
b) Pravilan sedmerokut	105
c) Pravilan deveterokut	105
d) Pravilan jedanaesterokut	106

<b>§ 33. Grafičke krivulje</b>	
a) Konstrukcije tangente i normale	106
b) Konstrukcija središta zakrivljenosti (središta oskulacionih kružnica)	107
<b>§ 34. Cikličke krivulje</b>	
a) Cikloide	107
b) Obična cikloida	108
c) Produžena cikloida	109
d) Prikraćena cikloida	109
e) Tangente i zakrivljenost cikloida	109
f) Ep cikloide	110
g) Prikraćena i produžena ep cikloida	111
h) Središta zakrivljenosti	111
i) Hipocikloide	111
j) Osobiti slučajevi ep cikloida i hipocikloida	112
k) Paskalov puž i kardioida	112
<b>§ 35. Neke transcendentne krivulje</b>	
a) Arhimedova spirala	113
b) Evolventa kružnice	114
c) Sinusoida	114
<i>Zadaci za vježbu I</i>	115

## II. Mongeova ortogonalna projekcija

### A. OSNOVNE ZADAĆE U ORTOGONALNOJ PROJEKCIJI

<i>Predgovor i uvod</i>	117
<b>§ 36. Točke pravci i dužine</b>	
a) Točke, os $1x_2$ , kvadranti i oktanti	119
b) Pravac, njegove točke i dužine	120
c) Prikloni kutovi pravaca i prave veličine dužina	122
d) Prava veličina trokuta i drugih ravninskih likova	124
e) Pravci i dužine okomiti na os $1x_2$	124
f) Dva pravca u prostoru	124
<b>§ 37. Ravnina, njezine točke i njezini pravci</b>	
a) Tragovi ravnine i njezini položaji u prostoru	125
b) Pravci i točke u ravnini	126
c) Prikloni kutovi ravnine	127
d) Ravnine zadane bez tragova	128
e) Ravnina simetrije i ravnina koincidencije	129
<b>§ 38. Zajednički elementi i međusobni položaji pravaca i ravnina</b>	
a) Presječnica dviju ravnina	130
b) Osobiti međusobni položaji pravca i ravnine	132
c) Probodište pravca s ravninom	132
d) Okomit pravac na ravninu	134
e) Udaljenost točke od ravnine	134
f) Udaljenost točke od pravca	135
<b>§ 39. Treća i četvrta projekcija</b>	
a) Bokocrt	136
b) Stranocrti	138
c) Primjene stranocрта	139
d) Četvrta ravnina projekcija i njezine primjene	141
e) Četvrta projekcija kocke	143
<b>§ 40. Rotacija</b>	
a) Rotacija točke oko osi $\perp \pi_1$ i $\perp \pi_1$	143
b) Rotacija oko osi o u ravnini $\pi_1$	144
c) Kut dvaju pravaca, pravca i ravnine, te dviju ravnina	146

## B. PRIKAZIVANJE GEOMETRIJSKIH TIJELA

§ 41. Nepravilna i pravilna uglata geometrijska tijela	
a) Projekcije prizama i piramida u jednostavnim položajima prema ravninama $\pi_1$ i $\pi_2$	148
b) Pravilna uglata geometrijska tijela	148
c) Tetraedar	148
d) Oktaedar	149
e) Ikosaedar	149
f) Kocka	150
g) Dodekaedar	150
§ 42. Stošci i valjci 2. stupnja s osnovkama u $\pi_1$ ili $\pi_2$ Kugla	
a) Uspravan kružni valjak i uspravan kružni stožac	152
b) Kosi kružni valjak	152
c) Kosi kružni stožac	153
d) Spojne plohe	154
e) Kugla	154
§ 43. Rotacijske plohe	
a) Definicija i opis rotacijskih ploha	155
b) Rotacijski elipsoid, paraboloid i dvoplošni hiperboloid	155
c) Jednopolšni rotacijski hiperboloid	157
d) Torus ili anuloid	159
§ 44. Opće i pravčaste nerotacijske plohe 2. stupnja	
a) Troosni elipsoid	161
b) Eliptički paraboloid	163
c) Jednopolšni i dvoplošni eliptički hiperboloid (opći pravčasti i nepravčasti hiperboloid)	163
d) Hiperbolički paraboloid	164
§ 45. Teoretske zadaće u vezi s geometrijskim tijelima u općem položaju	
a) Kocka u općem položaju	165
b) Uspravna pravilna 6-strana piramida u općem položaju	167
c) Kružnica u općem položaju	168
d) Uspravan kružni istostrani stožac u općem položaju	169
e) Uspravan kružni stožac u općem položaju	170
f) Uspravan kružni valjak u općem položaju	170
g) Kontura torusa u općem položaju	171
Zadaci za vježbu II	172

## C. PRESJECI I PROBODIŠTA

§ 46. Presjeci uglatih tijela	
a) Presjek uspravne trostrane prizme općom ravninom	182
b) Presjek i plašt trostrane kose prizme	182
c) Presjek nepravilne trostrane piramide	184
d) Presjek nepravilne trostrane piramide na drugi način	185
e) Presjek bilo kakvog uglatog tijela općom ravninom	186
§ 47. Presjek valjka 2. stupnja	
a) Dandelinov dokaz za presjek rotacijskog valjka	186
b) Presjek uspravnog kružnog valjka općom ravninom	187
c) Presjek općom ravninom uspravnog kružnog valjka usporednog sa osi x	187
d) Plašt uspravnog kružnog valjka	188
e) Presjek kosog kružnog valjka općom ravninom	189
f) Direktna način presjeka kosog kružnog valjka općom ravninom	190
g) Kružni presjeci i plašt kosog kružnog valjka	191

<b>§ 48. Presjeci stošca 2. stupnja</b>	
a) Vrste presjeka	192
b) Dokaz za presjek stošca u elipsi	193
c) Konstrukcija presjeka uspravnog kružnog stošca u elipsi ravninom $\perp \pi_2$	193
d) Razvijanje plašta s presjekom	194
e) Presjek kosog kružnog stošca općom ravninom u elipsi	195
f) Plašt, osi i kružni presjeci kosog kružnog stošca	196
g) Presjek rotacijskog stošca u hiperboli i paraboli	198
h) Presjek rotacijskog stošca u hiperboli i paraboli ravninom $\perp \pi_2$	199
i) Specijalni presjek u hiperboli uspravnog kružnog stošca	200
j) Presjek kosog kružnog stošca u paraboli	200
k) Presjek kosom ravninom uspravnog kružnog stošca u hiperboli	201
l) Presjek kosog kružnog stošca pomoću bokocrtnih sutražnica	202

<b>§ 49. Presjeci kugle</b>	
a) Presjek kugle ravninom $\perp \pi_1$	203
b) Presjek kugle općom ravninom	204

<b>§ 50. Presjeci rotacijskih ploha</b>	
a) Presjek torusa ravninom $\perp \pi_2$	204
b) Presjek rotacijske plohe općom ravninom	205
c) Kružni presjeci torusa	206
d) Presjek rotacijskog elipsoida općom ravninom	206

<b>§ 51. Probodišta pravca s tijelima</b>	
a) Probodište pravca s nekim tijelom	208
b) Probodište pravca s kosim kružnim stošcem	208
c) Probodište pravca s kosim kružnim valjkom	208
d) Probodište pravca s kuglom	209
e) Probodište pravca s rotacijskom plohom	209

## D. PRODORI TIJELA

<b>§ 52. Prodori uglatih tijela</b>	
a) O prodorima uglatih tijela	211
b) Prodor kose četverostrane prizme s uspravnim trostranom prizmom	211
c) Prodor dviju uspravnih koaksijalnih kvadratnih piramida	212
d) Prodori prizama i piramida	212

<b>§ 53. Prodori uglatih tijela s oblima</b>	
a) Prodor kružnog valjka s kosom kvadratnom prizmom	213
b) Prodor kružnog stošca s pravilnom 6-stranom koaksijalnom prizmom	214
c) Prodor kugle s uspravnim trostranom prizmom	215
d) Primjena prodora kugle s prizmom	215
e) Prodori kugle s kosom prizmom ili kosom piramidom	215

<b>§ 54. Prodori valjaka, stožaca i kugala</b>	
a) O prostornim krivuljama	216
b) Izvođenje, vrste i osobine prodornih krivulja između valjaka, stožaca i kugala	216
c) Prodor kružnog valjka s kuglom	217
d) Prodor kugle s valjkom u kružnici	218
e) Prodor kugle s uspravnim kružnim stošcem	219
f) Prodor dvaju uspravnih kružnih valjaka	220
g) Prodor rotacijskog valjka s rotacijskim stošcem	221
h) Prodor uspravnog kružnog stošca s kosim kružnim valjkom	223
i) Prodor kosog kružnog stošca s kosim kružnim valjkom s osnovkama u ravnini $\pi$	225
j) Prodor uspravnog kružnog stošca i uspravnog kružnog valjka kojima se osi sijeku i usporedne su s ravninom $\pi_2$	226

<b>§ 55. Prodori s rotacijskim plohami</b>	
a) O prodorima s rotacijskim plohami	228
b) Prodor torusa s kuglom	228

c) Prodor torusa i rotacijskog kružnog valjka . . . . .	229
d) Prodor torusa i kružnog valjka kojima se osi okomito sijeku . . . . .	229
e) Prodor uspravnog kružnog stošca s torusom kojima se osi okomito sijeku . . . . .	230
f) Prodor uspravnog kružnog stošca s torusom kad su im osi mimosmjerne i okomite . . . . .	230
<b>§ 56. Raspadnute prodorne krivulje 4. reda</b>	
a) Prodor uspravnog kružnog valjka s kosim kružnim stošcem u prostornoj krivulji 3. reda . . . . .	231
b) Prodor dvaju kosih kružnih stožaca u prostornoj krivulji 3. reda . . . . .	232
<i>Zadaci za vježbu III</i> . . . . .	233
<b>E. KONSTRUKCIJE SJENA</b>	
<b>§ 57. O sjenama uopće</b>	
a) Rasvjeta, rastavnica, vlastita i bačena sjena . . . . .	239
b) Sjena točke, dužine i pravca . . . . .	240
c) Sjene likova . . . . .	241
<b>§ 58. Sjene jednostavnih geometrijskih tijela</b>	
a) Sjene prizme . . . . .	241
b) Sjene uspravnog kružnog valjka . . . . .	242
c) Sjene uspravnog kružnog stošca . . . . .	243
d) Vlastite sjene sastavljenog tijela . . . . .	244
e) Sjene kosog kružnog stošca . . . . .	244
<b>§ 59. Sjene šupljih tijela</b>	
a) Bačena sjena u šuplji valjak . . . . .	245
b) Bačena sjena u šuplju piramidu . . . . .	246
c) Sjene šupljeg uspravnog kružnog stošca . . . . .	247
d) Sjene šupljeg kosog kružnog valjka . . . . .	248
e) Sjene praktičnog sastavljenog predmeta . . . . .	249
<b>§ 60. Sjene kugle</b>	
a) Sjene kugle uz rasvjetu $\pi_2$ . . . . .	250
b) Sjene kugle uz opću rasvjetu . . . . .	250
c) Rastavnica kugle skraćenim postupkom . . . . .	251
d) Rastavnica prikraćenog uspravnog kružnog stošca . . . . .	252
e) Sjene u šupljij polukugli . . . . .	253
f) Sjene sastavljenog predmeta . . . . .	254
g) Sjene kugle uz centralnu rasvjetu . . . . .	255
<b>§ 61. Sjene koaksijalno sastavljenih predmeta</b>	
a) Bačena sjena kvadratne ploče na uspravan kružni valjak . . . . .	256
b) Sjena valjkaste ploče bačena na koaksijalan kružni valjak . . . . .	257
c) Sjene valjkaste kružne ploče bačena na koaksijalni kružni stožac . . . . .	257
d) Sjene tijela sastavljenog od polukugle i dvaju koaksijalnih valjkastih kružnih ploča . . . . .	258
<b>§ 62. Sjene rotacijskih ploha</b>	
a) Rastavnica rotacijske plohe . . . . .	259
b) Sjene rotacijske plohe . . . . .	260
<b>§ 63. Konstrukcije sjena metodom vraćanja</b>	
a) Bačena sjena pravca na kosu piramidu . . . . .	261
b) Bačena sjena kosog stošca na polovinu kugle . . . . .	262
c) Bačena sjena rotacijske plohe na rotacijsku plohu . . . . .	263
<b>§ 64. Izofota</b>	
a) O izofotama . . . . .	265
b) Izofote kugle . . . . .	265
c) Izofotiranje rotacijske plohe . . . . .	266

## F. ZAVOJNICE (CILINDRIČNE) I ZAVOJNE PLOHE

### § 65. Zavojnica

a) Definicija i osobine zavojnice . . . . .	273
b) Ortogonalna projekcija i konstruktivna obrada zavojnice . . . . .	274
c) Sjene zavojnice . . . . .	275

### § 66. Zavojne plohe

a) Razvojna (developabla) zavojna ploha . . . . .	276
b) Pravčaste zavojne plohe . . . . .	279
c) Sjene pravčastih zavojnih ploha . . . . .	280
d) Nacrtna kontura zavojnih pravčastih ploha . . . . .	284
e) Opće zavojne plohe . . . . .	285