

Sammlung Göschel

Geodäsie

Einführung in die wesentlichsten
Aufgaben der Erdmessung und
der Landesvermessung

bearbeitet von

Dr. G. Reinhardt

Mit 66 Abbildungen

Sammlung Göschen

Bl. 1502

89

Geodäsie

Einführung

in die

wesentlichsten Aufgaben der Erdmessung
und der Landesvermessung

bearbeitet von

Dr. C. Reinhertz

Professor der Geodäsie in Bonn

Mit 66 Abbildungen

Leipzig

G. J. Göschen'sche Verlagshandlung

1899

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
§ 1. Vorbemerkung	7
I. Abschnitt.	
Die Grundaufgaben der Erdmessung und der geodätischen Bestimmungsmethoden.	
§ 2. Die Erdfigur	8
§ 3. Die Kugel-Hypothese und die ältesten Gradmessungen .	10
§ 4. Bestimmung von Polhöhe und Azimut	14
§ 5. Die Grundzüge der Triangulierung (Snellius' Beispiel) .	18
§ 6. Fortsetzung	20
§ 7. Das Vorwärtseinschneiden	20
§ 8. Das Rückwärtseinschneiden	22
§ 9. Azimut-Uebertragung und Koordinatenberechnung (Poly- gonometrie)	23
§ 10. Trigonometrische Koordinatenbestimmung	25
§ 11. Die Berechnung des Gradbogens und weitere Messungen nach Snellius' Methode	27
§ 12. Die Hypothese des abgeplatteten Rotationsellipsoides .	29
§ 13. Die Breitengradmessungen des 18. Jahrhunderts und das metrische System	32
II. Abschnitt.	
Die wichtigsten geodätischen Instrumente und ihr Gebrauch.	
§ 14. Die Libelle	37
§ 15. Das Mess- oder Zielfernrohr	43
§ 16. Die Vorrichtungen zur scharfen Ablesung feiner Kreis- theilungen	46

	Seite
Der Nonius	47
Das Ablesemikroskop	49
a. Das Skalen- oder Strich-Mikroskop	49
b. Das Schraubenmikroskop	50
§ 17. Der Theodolit	52
§ 18. Das Wichtigste über den Gebrauch des Theodoliten bei den verschiedenen Messungsverfahren	63
Die Messung von Horizontalwinkeln oder Richtungen	
§ 19. Die Messung von Vertikalwinkeln	65
Die Refraktion	66
§ 20. Der Gebrauch des Theodoliten zur trigonometrischen Höhenmessung	68
§ 21. Der Gebrauch des Theodoliten zur Bestimmung des Azi- mutes von Dreiecksseiten und der Polhöhe von Dreiecks- punkten	70
§ 22. Der Gebrauch des Theodoliten als Tachymeter	73
Der Fadendistanzmesser	73
§ 23. Die Bussole (Kompass)	76
§ 24. Der Phototheodolit	76
§ 25. Der Messtisch	78
§ 26. Das Nivellierinstrument und sein Gebrauch zur Höhen- messung	81

III. Abschnitt.

Die exakten Gradmessungstriangulierungen zur Bestimmung der Erddimensionen.

§ 27. Die ostpreussische Gradmessung, als Beispiel einer exakten Triangulierung	87
Die Winkelmessung	89
§ 28. Die Basismessung	91
§ 29. Die weiteren Arbeiten	98
Die Höhenmessung	98
Die astronomischen Messungen	99
Die Berechnung des Dreiecksnetzes	99
§ 30. Die Dimensionen des mathematischen Erdkörpers und die Rechnungen auf dem Ellipsoid	103
§ 31. Die Längengradmessung und die internationalen Mes- sungen (Die europäische Gradmessung und internationale Erdmessung)	110

IV. Abschnitt.

Seite

Die Landesvermessung.

§ 32.	Einleitung	115
§ 33.	Der Landeshorizont	118
§ 34.	Die Landestriangulierung	118
§ 35.	Die Landespräisionsnivellierung und die trigonometri- sche Höhenbestimmung	127
§ 36.	Die topographische Aufnahme	130
§ 37.	Die barometrische Höhenmessung	133
	Das Federbarometer	135
	Die Ausführung der barometrischen Höhenmessung	134
§ 38.	Die specielle geometrische Vermessung (das Kataster)	139
§ 39.	Rechtwinklige geodätische Koordinaten	140
§ 40.	Die Specialvermessung	144
	Triangulierung und Polygonisierung	144
§ 41.	Die Einzelaufnahme (Kleinmessung)	146
	Die Ausführung der Messung	149
	Die Instrumente zum Abstecken der rechten Winkel bei der Koordinatenaufnahme (Winkel-Spiegel, -Prisma)	150
§ 42.	Die Anfertigung der Specialkarten und die Flächen- inhaltsberechnung	152
§ 43.	Schlussbemerkung	155

V. Abschnitt.

Die specielle Untersuchung der Erdfigur.

§ 44.	Grundbegriffe (Niveaufläche, Sphäroid, Geoid)	158
§ 45.	Die geometrischen Bestimmungen des Geoids durch Lot- abweichungen	163
§ 46.	Die Bestimmung der Geoidformen durch Messung der Schwereintensität	168
§ 47.	Die Niveaufläche des Meeresspiegels	175
Register		180

Litteratur.

1. Für die Theorie der Erdmessung:

Helmer t, Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie. Bd. I. Die mathematischen Theorien, Leipzig 1880. Bd. II. Die physikalischen Theorien, Leipzig 1884.

2. Für die Ergebnisse der Erdmessung:

Internationale Erdmessung, Protokolle, Verhandlungen etc, sowie die Veröffentlichungen des K. preuss. geodätischen Instituts. — Berlin.

3. Für die Geschichte der Geodäsie:

Wolf, Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Litteratur. Bd. I Zürich 1890, Bd. II. 1892.

4. Für die Landesvermessung und Landmessung:

Jordan, Handbuch der Vermessungskunde. Stuttgart. Bd. I. Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. 1895. Bd II. Feld- und Landmessung. 1897. Bd. III. Landesvermessung und Grundaufgaben der Erdmessung. 1896.

Vorbemerkung.

§ 1.

Die Geodäsie lehrt die Ausmessung der Erdoberfläche. — Die grundlegende und umfassendste Aufgabe ist die Bestimmung der Erdgestalt im Ganzen, man nennt sie die „Erdmessung“. — Die exakte bis ins einzelne gehende im Zusammenhang durchgeführte Ausmessung und Abbildung eines ganzen Staatsgebietes bezeichnet man als „Landesvermessung“. — Die in der Regel auf beschränkte Gebiete sich erstreckenden besonderen Vermessungen für die verschiedenartigsten praktischen Zwecke rechnet man zur „Feldmessung“. — Diesen Aufgaben und ihren verschiedenartigen Anforderungen entsprechend kommen zahlreiche Methoden der Messung, Rechnung und Abbildung mit den mannigfaltigsten Hilfsmitteln zur Anwendung. Man rechnet diese Methoden je nach den Anforderungen, welche an ihre theoretischen Grundlagen gestellt werden, zur „höheren“ oder „niederen“ Geodäsie. — Sie haben ihre heutige Ausbildung im Laufe einer allmählichen Entwicklung erhalten, welche zurückreicht über die Zeit der arabischen Gradmessungen, der römischen Agrimensoren und der alexandrinischen Geometer bis zu den altägyptischen Harpedonapten (Seilspanner), welche in dem vom Nile überfluteten Thale die Ackerstücke einteilten.

Die Grundzüge der heute sowohl für die Aufgaben der Erdmessung als auch der exakten Landmessung zur Anwendung kommenden Methoden wurden schon aufgestellt bei den zur Bestimmung der Figur und Grösse der Erde unternommenen Gradmessungen des 17. und 18. Jahrhunderts; ihre Durchbildung verdanken sie im Verein mit dem allgemeinen Fortschritt der exakten Wissenschaften und der Präzisionsmechanik besonders der zu Beginn des 19. Jahrhunderts von C. F. Gauss geschaffenen Fehlertheorie und Fehlerausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate.

Es sollen daher bei dieser „Einführung in die allgemeinen Aufgaben der gesamten Geodäsie“, dem angedeuteten, eine leichte Uebersicht darbietenden Entwicklungsgang folgend, die Grundzüge der wesentlichsten Methoden und ihre Bedeutung zur Darstellung gelangen.

I. Abschnitt.

Die Grundaufgaben der Erdmessung und der geodätischen Bestimmungsmethoden.

§ 2. Die Erdfigur.

Nach der heute als gültig betrachteten Hypothese über die Entstehung des Sonnensystems ist die Erde ein Körper, welcher sich aus einem rotierenden kosmischen Gasball durch Abkühlung und Zusammenziehung allmählich gebildet und unter dem Einfluss der Schwerkraft und Schwungkraft zu seiner jetzigen Gestalt entwickelt hat. Der Körper zeigt an seiner äusseren

von der Lufthülle umgebenen Oberfläche die feste Erdkruste, deren Hohlformen mit Wasser angefüllt sind. Etwa 28%, wenig mehr als $\frac{1}{4}$ dieser Kruste ragt als „Festland“ aus dem „Weltmeer“ empor. — Die Oberfläche beider Formen lassen bei allgemeiner Betrachtung nach allen Richtungen hin eine Krümmung erkennen.

Das wesentlichste Moment für die Formung des Erdkörpers ist die Schwerkraft; dementsprechend bildet auch die Grundlage aller geodätischen Bestimmungen, welcher Art sie auch sein mögen, die jedem Erdorte eigentümliche Richtung und Intensität der Schwerkraft. Als das ursprünglichste aller geodätischen Instrumente ist deshalb das an einem Faden aufgehängte „Bleilot“ (Senkel) zu betrachten, dessen Ruhelage die „Lotlinie“ bestimmt, und dessen Schwingungen die Intensität der Schwerkraft messen. — Eine alte Erfahrung lehrt, dass die Lotrichtung rechtwinklig steht zu einer ruhenden Flüssigkeitsoberfläche. — Denken wir uns an unendlich vielen Punkten der Erdoberfläche Fadenlote aufgehängt, und von einem bestimmten Punkte P einer bestimmten Lotlinie ausgehend (Fig. 1) eine geschlossene Fläche, welche alle diese unendlich vielen Lotlinien rechtwinklig durchschneidet, so haben wir einen theoretischen Ausdruck für die Erdfigur, man nennt sie das „Geoid“. — Auf Grund der erwähnten Erfahrung könnten wir diese Fläche uns bildlich hergestellt denken durch den Spiegel einer ruhenden Flüssigkeit. — Machen wir uns frei von dem beliebig gewählten Punkt P, und denken diesen ideellen Spiegel



Figur 1.

gesenkt, bis er im allgemeinen mit dem Meeresspiegel zusammenfällt, so haben wir in diesem thatsächlich vorhandenen, allerdings den oceanischen Bewegungen unterworfenen Spiegel, welcher etwa $\frac{3}{4}$ der Gesamterdoberfläche ausmacht, jene theoretische Fläche, die „mathematische Erdoberfläche“ sichtbar vor uns.

Es ist nun die Aufgabe der Erdmessung, die Gestalt dieser theoretischen Fläche am ballförmigen Erdkörper zu definieren, zu bestimmen und danach die Abmessungen zu ermitteln.

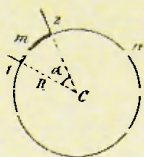
Diese Aufgabe, fast so alt wie menschliches Forschen überhaupt, ist im Laufe der Zeit in verschiedener Weise aufgefasst und behandelt worden. Der naiven Auffassung, wie sie im Homer zum Ausdruck kommt, nach welcher die Erde eine flache vom Weltstrom umflossene Scheibe ist, folgten die Auffassungen des Pythagoras, Aristoteles und Archimedes, welche für die Kugelgestalt eintraten und die eine allseitige Krümmung der Oberfläche belegenden Thatsachen beobachteten und lehrten.

Unmittelbar hierauf gründen sich die mathematischen Hypothesen für die Erdfigur und deren geometrische Auswertungen durch die sogenannten „Gradmessungen“.

§ 3. Die Kugel-Hypothese.

Wird die Frage nach der mathematischen Gestalt der Erdoberfläche einfach dadurch erledigt, dass die Hypothese aufgestellt wird, „die Erde ist eine Kugel“, ohne jede weitere Definition, so ist auch die geometrische Auswertung dieser Hypothese sehr einfach.

In Figur 2 ist m ein Stück des Umfanges U eines Kugelschnittes, mit dem Kugelmittelpunkt C und dem Kugelradius R . — Der zu m gehörige Centriwinkel ist

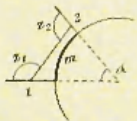


Figur 2.

$$\alpha = \frac{m}{U} \cdot 360^\circ = \frac{m}{R} \varrho^\circ \left(\text{womit } \varrho^\circ = \frac{360^\circ}{2\pi} \right);$$

sobald demnach α und m gemessen sind, kann der Erdradius R , oder der Erdumfang U , oder der zu dem Centriwinkel $\alpha = 1^\circ$ gehörende Erdbogen, also die Länge eines „Gradbogens“ berechnet werden. — (Daher die Bezeichnung „Gradmessung“.)

Der Centriwinkel α wird gebildet durch die Radien nach 1 und 2, welche bei der Kugelhypothese den zum Mittelpunkt konvergierenden Richtungen des Bleilotes entsprechen. — Die Messung von α an der Erdoberfläche kann in verschiedener Weise erfolgen, terrestrisch oder astronomisch. Die erstere Methode zeigt Figur 3, wonach $\alpha = z_1 + z_2 - 180^\circ$, wenn z_1 und z_2 die gegenseitigen „Zenitwinkel“ in 1 und 2 bedeuten. Da



Figur 3.

wegen der sehr grossen und sehr unregelmässigen Strahlenbrechung (vergl. § 19) an der Erdoberfläche diese Bestimmung von α sehr unsicher, und ausserdem die gegenseitige Messung nur für sehr kleine Bögen m möglich ist, hat diese sonst sehr einfache Methode keine Bedeutung für die Erdmessung erlangt und stets die astronomische Bestimmung Anwendung gefunden. Hierbei enthält der Kugelschnitt U die Erdaxe NC und wird zum Meridianschnitt (Fig. 4).

nimmt h polwärts ab. Wenn demnach in Figur 64 Seite 158 z. B. auf dem Wege 1 — 2 — 3 — 4 — 1 zurück nach 1 fehlerfrei nivelliert würde, so würde sich doch ein den linearen Abständen h_1-2 und h_3-4 entsprechender Schlussfehler zeigen. Es wird zur Berücksichtigung dieses Umstandes entweder die normale Schwereänderung nach der Interpolationsformel in Ansatz gebracht, oder die wahre Schwere, welche dann längs des Nivellierzuges gemessen werden muss. Beim Ueberschreiten der Alpen z. B. würden die sichtbaren Massen einen Höhenfehler von rund $\frac{1}{2}$ m bedingen.

Eine unter Beachtung aller dieser Umstände ausgeführte Berechnung des westeuropäischen Höhennetzes und seiner Anschlüsse an die Mittelwasserhöhen hat gezeigt, dass die Abweichungen der Mittelwasserstände von einer Niveaulfläche sowohl einerseits über den Fehler der geodätischen Vergleichung, selbst bei unmittelbar benachbarten Küstenpunkten desselben Meerestheiles, hinausgehen, als auch andererseits die Unsicherheiten dieser Vergleichung für weit entfernte Punkte zur Zeit teilweise noch dieselben Beträge erreichen, wie die berechneten Abweichungen selbst. Das Ergebnis lässt sich kurz so zusammenfassen: Die bisher beobachteten Mittelwasserstände an den Europa umspülenden Meeren scheinen mit einer Genauigkeit von etwa 1—2 dm derselben Niveaulfläche anzugehören. — Diese Verbindung von fortlaufenden Mittelwasserbestimmungen mit nivellitischen Anschluss an das Festpunktnetz ermöglicht auch eine scharfe Ermittlung der eventuellen Veränderlichkeit der normalen Eintauchungslinie der Kontinente.

Da sowohl die Wasserstandsbeobachtungen als auch die Nivellierzüge zur Zeit noch nicht in genügendem Umfang und Schärfe zur Ausführung gelangt sind, hat man von der in Aussicht genommenen Festsetzung eines internationalen europäischen Nullniveaus vor der Hand noch Abstand genommen. Für Preussen und Deutschland gilt der in § 33 besprochene Landeshorizont.
