

Op. 1943

UNIVERZITET U BEOGRADU

ĐORĐE KARAPANDŽIĆ

predavač

Šumarskog fakulteta



VIŠA MATEMATIKA

ZA

STUDENTE ŠUMARSTVA

II IZDANJE



Hayatna Knjizica

IZDAVAČKO PREDUZEĆE NARODNE REPUBLIKE SRBIJE
BEOGRAD, 1949

SADRŽAJ

	Str.
• Uvod — pojam funkcije	1
Osnovi infinitezimalnog računa	
I Diferencijalni računi	
1. Pojam granice	4
2. Račun limesa	12
3. Priraštaj	14
4. Izvodi osnovnih funkcija	14
5. Izvod složene funkcije	19
6. Izvod funkcije $y = \ln x$, $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = x^n$	20
7. Izvodi zbira, proizvoda i količnika	21
8. Tablica izvoda	25
9. Parcijalni izvodi i totalni diferencijal	31
10. Langrange-ova teorema	34
11. L'Hospital-ovo pravilo	35
12. Maximum i minimum	40
13. Maclaurin-ova formula za polinom — binomni obrazac	49
14. Maclaurin-ova formula za makakvu funkciju	53
15. Maclaurin-ove formule za osnovne funkcije a^x , $\sin x$, $\cos x$	56
17. Euler-ova i Moivre-ova formula	53
II. Integralni račun	
1. Integral kao primitivna funkcija	60
2. Tablica integrala	62
3. Integracije jednog tipa neodređenih integrala	63
4. Parcijalna integracija	65
5. Integracija najprostijih racionalnih funkcija	68
6. Integracija smenom	68
7. Integracija razvijanjem u red	71
8. Razvijanje funkcija u Maclaurin-ov red integracijom	72
9. Integral kao površina — određeni integral	76
10. Određeni integral kao zbir	81
11. Primeri upotrebe određenog integrala	82
12. Približna numerička integracija	86
Diferencijalna geometrija (u ravni)	
1. Tangente krivih	90
2. Normale krivih	92
3. Izračunavanje dodirnih količina	93
4. Izračunavanje dužine luka krivih	94

VI

	Str.
5. Poluprečnik krivine — krug krivine	94
6. Singularne tačke	96
7. Konstrukcija krivih	98
Diferencijalne jednačine	
1. Pojam diferencijalne jednačine	105
2. Neke osnovne jednačine prvog reda	106
3. Najprostiji tipovi jednačina drugog reda	110
Primena osnova infinitezimalnog računa na mehaniku i dendrometriju	
Mehanika	
1. Kinematičko značenje prvog i drugog izvoda	113
2. Statički moment — težište	115
3. Pappus — Guldin-ove teoreme	119
4. Razne diferencijalne jednačine	121
5. Zakon isticanja tečnosti	123
6. Razni primeri	125
Dendrometrija	
1. Formule za izračunavanje zapremine stabla	126
2. Uticaj grešaka pri merenju dužina za određivanje zapremine	130
3. Izračunavanje priraštaja	132
Dodatak	
I Sistematika integrala	
1. Integracija racionalnih funkcija	134
2. Integracija nekih iracionalnih funkcija	143
3. Integracija nekih trigonometrijskih funkcija	145
4. Izračunavanje površina u ravni	146
5. Krivolinijski integral	153
II Obične diferencijalne jednačine	
A) Jednačine prvog reda	
1. Totalni diferencijal	157
2. Linearna jednačina	160
3. Bernouilli-eva jednačina	161
4. Clairaut — Lagrange-ova jednačina	162
B) Jednačine drugog reda.	
1. Homogena jednačina II reda i stavovi o partikularnim integralima	164
2. Jednačine s konstantnim koeficijentima	166
3. Nehomogena jednačina II reda	168
4. Neke jednačine dinamike	170

PREDGOVOR

Ovaj udžbenik namenjen je studentima šumarstva pa su i njegov obim kao i obrada saobraženi tome cilju.

Što se tiče obima on nije proiziđao iz neke proizvoljno određene materije već iz konsultovanja sa svima nastavnicima predmeta ove struke u kojima se koristi matematika. Pri svem tom izvesne korekture u tom pravcu biće izvedene kad se pojave svi udžbenici ovih predmeta — što će biti svakako još tokom ove godine.

Obrada ovako odabrane materije morala je da zadovolji dva zahteva: prvo, da materija bude što sistematičnije izložena — sa direktnim povezivanjem odeljaka, a drugo, da izlaganja ne budu preopširna. Zbog ovog drugog zahteva prilikom izlaganja najvažnije dopune izložene su u vidu napomena i primedaba. Ovaj način je podesan zbog toga što skreće pažnju čitaocu na važnost dopune, što bi mu svakoko manje palo u oči da je sve u jedinstvenom tekstu. Sem ovog svakoko je manji zamor prilikom čitanja. Inače, obraćena je pažnja da se kod vežbanja dosledno provlače tri važne krive a to su parabola, Neil-ova parabola i lančanica.

Ipak, za sad je morao izostati izvestan broj primera iz raznih predmeta struke čime bi se izložena materija još bolje predstavila u svetlosti struke. Ovo je moralo biti stoga što neki udžbenici još nisu izišli a neki su izišli posle završetka ovog udžbenika, pa je tako nemoguće uzeti one najkarakterističnije primere koji, s jedne strane ne zahtevaju dublje poznavanje materije koja će se tek izučavati, a s druge pokazuju baš direktno korišćenje matematike u struci. Koliki je značaj ove poslednje činjenice nije potrebno dokazivati. Sa druge strane nešto je ipak učinjeno i u tom pravcu: na kraju izloženog materijala date su najvažnije primene u mehanici i dendrometriji kao i još neki primeri iz struke. Radi eventualnog daljeg usavršavanja na kraju udžbenika stavljen je dodatak sa dopunama iz sistematike integrala izračunavanja površina, krivolinijskih integrala i najvažnijih običnih diferencijalnih jednačina. Naravno da je i u ovom slučaju vođeno računa o tome da izlaganje bude najneposrednije i da celina ne premaša izvesnu meru po obimu — što bi je učinilo nepristupačnom.

Ovu materiju trebalo je dopuniti izlaganjem o primeni diferencijalnog računa na funkcije, bar sa dve promenljive kao i odeljkom o dvostrukim integralima — ali za sad je i to moralo biti odloženo jer je ipak najvažniji bio

osnovni kurs. Istorijske napomene, tako dragocene za upotpunjavanje nastave — sasvim su izostale. Odeljak o beskrajnim redovima je izostao, pa se moralo pribegavati tome da se uz same pojedine slučajeve daju odgovarajuća najnužnija objašnjenja. Ovo je svakako nedostatak — ali trebalo je dati što pre osnovni kurs, i sve što nije naročito neophodno moralo je izostati.

U pogledu literature koristio sam kratki kurs više matematike S. P. Vinogradova, zatim Bermanta (I tom) i najzad Baule-a (I sv.) u prevodu M. Kiseljaka („Matematika prirodoslovaca i inženjera“) kao i Ebner — Roth („Technische Mathematik“). U svakome od ovih udžbenika, a najviše u udžbeniku S. P. Vinogradova, mogao se naći izvestan broj kraćih i jasnih dokaza. Priličan broj zadataka korišćen je iz zbirke zadataka Kuzmin — Gintera. Inače cela kompozicija morala je biti saobražena napred navedenim ciljevima — i kao što je rečeno, u tom pravcu moraju se izvesti dopune koje će tek tada pokazati primenu matematike u svetlosti ove struke.

Osoblje preduzeća „Slobodan Jović“ II, koje je štampalo ovaj udžbenik, nastojalo je vrlo predano da udžbenik bude što brižljivije i što pre otštampan pri čemu su se naročito zalagali drugovi slugači Dušan Janković i Mileta D. Kom-palić koji su nosili glavni deo posla — pa stoga i osoblju preduzeća „Slobodan Jović“ II i pomenutim drugovima izražavam svoju zahvalnost

24 januara 1949
Beograd

Đorđe Karapandžić