

PRILOG MODELIRANJU NORMALITETA REGULARNIH SREDNJODOBNIH BUKOVIH SASTOJINA (EGT–II–D–10)

A CONTRIBUTION TO MODELLING THE NORMAL CONDITION OF REGULAR MIDDLE-AGED BEECH STANDS (EGT–II–D–10)

Juraj ZELIĆ*

SAŽETAK: U radu se istražuju mogućnosti modeliranja normaliteta čiste bukove sastojine (EGT–II–D 10) starosti 70 godina, na površini 1 ha, a kojom se u prethodnom razdoblju gospodarilo stručnim postupcima njege sastojine prorjeđivanjem.

Za utvrđivanje horizontalne strukture normalne sastojine bukve, to jest distribucije prsnih promjera, korištena je modelna pokusna ploha u g.j. “Južni Papuk”, odjel 58a.

Konkretna distribucija prsnih promjera izjednačena je Beta – funkcijom i predložena kao model normalne sastojine.

Izjednačena distribucija prsnih promjera je za debljinske stupnjeve 1 cm oblika:

$$N = f(d) = 0,04305 * \Sigma ((d - 9,5)^{0,52723} * (50,5 - d)^{1,4603})$$

U grafičkom dijelu modeliranja normaliteta debljinske strukture bukove sastojine korišteni su postupci računanja s matricama prijelaznih vjerojatnosti, te pomoću tzv. lažnih opservabli predstavljanje niza mjerenih podataka Lorentzovim čudnim atraktorom.

Utvrđena je sljedeća distribucija vjerojatnosti po debljinskim stupnjevima:

d_i	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	Σ
p_i	0,1470	0,1942	0,1924	0,1706	0,1361	0,0944	0,0526	0,0127	1,0000

Ukupan broj stabla modelne sastojine je 550, a raspoređena su po debljinskim stupnjevima po navedenim vjerojatnostima.

Glavni parametri kojima se mjeri odstupanje normalne od konkretne distribucije prsnih promjera (medijana, koeficijent asimetrije, koeficijent spljoštenosti, prvi i drugi eksponent Beta-funkcije) pokazuju kako je distribucija modelne sedamdeset-godišnje regularne bukove sastojine blago pozitivno (lijevo) asimetrična i blago spljoštenija.

Koeficijent asimetrije $\beta_1 = +0,3475$, a koeficijent spljoštenosti $\beta_2 = -0,5663$ pokazuje kako je ista sastojina blago spljoštenija u odnosu na normalnu.

Izračunati numerički i grafički podaci služe kao model za usporedbu ostalih čistih regularnih bukovich sastojina istog ekološkogospodarskog tipa i starosti. Na temelju usporedbe sa stvarnom sastojinom može se predložiti odgovarajući intenzitet njege proredom u budućem rastu i razvoju sastojine.

Ključne riječi: čista regularna bukova sastojina, modelna srednjodobna sastojina, normalitet, distribucija prsnih promjera, čudni atraktor, matrice prijelaznih vjerojatnosti, beta-funkcija, koeficijent asimetrije i koeficijent spljoštenosti.

* Mr. sc. Juraj Zelić, dipl. ing. šum., “Hrvatske šume”, Milke Trnine 2, Požega

UVOD – Introduction

“Šumska sastojina nije obična suma stabala nego je to biocenoza mnogobrojnih individua koji povezani u jednu cjelinu, gdje vladaju različiti odnosi” (Klepac 1963).

Sastojina je, dakle, povezana cjelina u kojoj su određeni odnosi i uspostavljeni međusobni dinamični procesi između pojedinih stabala.

Kao povezana cjelina jedinki, u kojoj su uspostavljeni međusobni odnosi koji funkcioniraju poput organizma, poznata je u prirodi pod pojmom jato ili roj.

U početnoj fazi razvoja sastojine sve biljke, stabala nastala iz šumskog sjemena prirodnom regeneracijom, imaju genetski podjednake mogućnosti da rastom i prirastom dosegnu biološku granicu određenu promjerom i visinom, odnosno volumenom stabla.

Međutim, zbog razlika povoljnijih edafskih i mikroklimatskih uvjeta, neke od jedinki razvijaju se rastom i prirastom brže od ostalih, te nakon određenog vremena zauzimaju poseban položaj u vertikalnoj i horizontalnoj strukturi sastojine. Takve jedinke, borbom za prostorom, svjetlom, toplinom, vodom i mineralima u tlu, neposredno i posredno utječu na sporiji rast i prirast ili smrt ostalih jedinki iz njihovog okruženja.

Prirodnom zakonitošću regulira se mogući broj jedinki na određenom prostoru, a smišljenom gospodar-

skom aktivnošću regulira se optimalan broj jedinki s najvećom vrijednošću u određenoj dobi sastojine.

Optimalan broj stabala određene vrste drveća po jedinici površine (1 ha) razlikuje se za različite vrste drveća i različite ekološko-gospodarske tipove i biljne zajednice iste vrste drveća.

Za utvrđivanje optimalnog broja stabala jednodobne sastojine po jedinici površine koristi se distribucija prsnih promjera. Mlade sastojine, prije nego se “sklope”, imaju krivulju distribucije zvonolikog oblika. U kasnijoj fazi razvoja sastojine takva “slučajna” distribucija nije održiva.

“Stabla jačih prsnih promjera sa slučajnom prednosti u početku i dalje kontinuirano imaju bolje uvjete rasta, dok tanja stabla (od srednjeg prsnog promjera) sustavno zaostaju u rastu. Distribucija prsnih promjera postaje asimetrična”. (Pranjić – Lukić, 1997).

Iz navedenog citata može se zaključiti kako u određenom trenutku, “kada se stabla sklope”, prestaje kaotični slučaj (James Gleick, 1996), te počinje zakonitost rasta i razvoja sastojine, determinizam koji se može matematički izraziti.

SVRHA I CILJ ISTRŽIVANJA – Research aim

Svrha istraživanja modela normaliteta čistih jednodobnih bukova sastojina (EGT – II – D – 10) je utvrđivanje distribucije broja stabala po debljinskim stupnjevima, koji će u određenom životnom razdoblju sastojine producirati maksimalan volumen, najviše vrijednosti.

Cilj je da se nakon utvrđenog modela normaliteta dade mogućnost usporedbe konkretne distribucije stabala sastojine istog ekološko-gospodarskog tipa i starosti s modelom te praktično odredi provođenje gospodarskih mjera u konkretnoj sastojini.

METODA RADA – The research method

Predmet rada

Kao ogledni primjer za modeliranje normaliteta čistih bukova sastojine (EGT – II – D – 10) odabrana je sastojina u gospodarskoj jedinici “Južni Papuk”, odjel 58a. Prema ocjeni šumarskih stručnjaka sastojinom se do starosti 70 godina primjerno gospodarilo prorjeđivanjem, te je odabiranjem i sječom stabala održana “normalna” distribucija stabala po debljinskim stupnjevima i jedinici površine. Položaj plohe u sastojini prikazan je na slici 1, sastojina na slici 2.

Kratak opis sastojine bukve iz Osnove gospodarstva “Južni Papuk”

Odjel 58, odsjeka

Površina: 44,83 ha, EGT - II – D – 10, bonitet II

Fitocenoza: *Lamio orvale-Fagetum sylvaticae* Ht. 1938, Ilirska bukova šuma s mrtvom koprivom (Vukelić i Rauš, 1998).

Obrast: 1,00, sklop potpun, omjer smjese: bukva 95,00, kitnjak 1,00, OTB 4,00

Temeljnica. 27,11, srednje plošno stablo 24,90 cm, broj stabala po hektaru 553, bez debljinskog stupnja 7,5 cm.

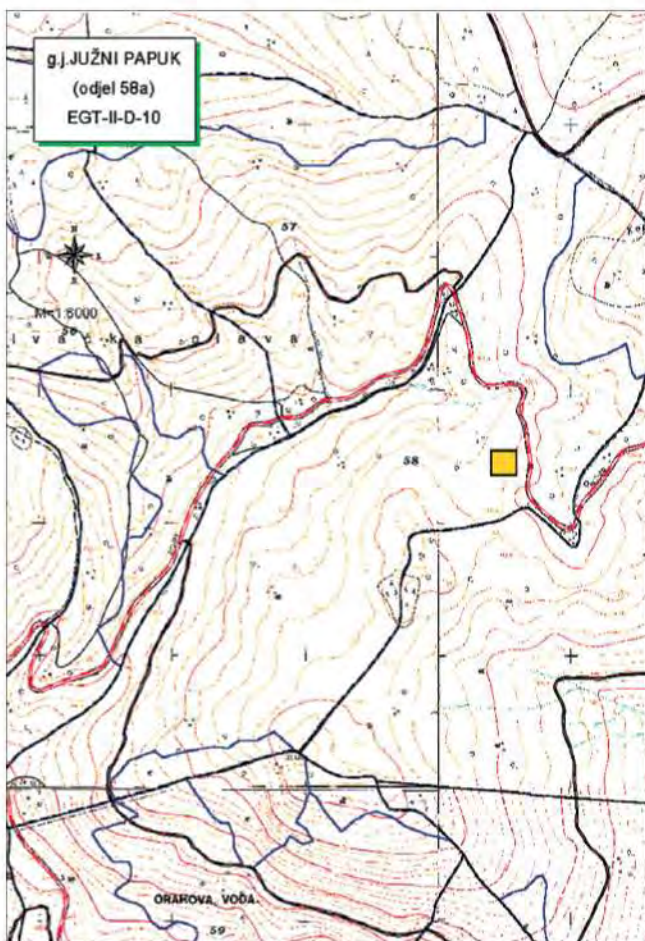
Drvena zaliha: 271 m³/ha, godišnji tečajni prirast 6,70 m³/ha, postotak tečajnog godišnjeg prirasta 2,48 %

Sječivi etat U I/1 polurazdoblju 27,01 m³/ha, intenzitet prorede 9,97 %.

Tarifni niz : 10/329

Opis staništa i sastojine: Sjemenjača bukve i OMB, s primjesom gorskog javora i kitnjaka dosta dobre kakvoće.

Na matičnim eruptivnim i metamorfnim stijenama gorja Papuk navučeni su u geološkoj prošlosti dolomiti na kojima se razvilo smeđe šumsko tlo (kalcikalkosol).



Slika 1. Gospodarska jedinica "Južni Papuk" odjel 58a, modelna ploha veličine 1 ha

Picture 1 Management unit "Južni Papuk", compartment 58a, surface of model plot, area 1 ha

Tlo je bogato hranivima, relativno duboko ovisno o mikroreljefu.

Smjernice gospodarenja i obrazloženje etata: U I/1 polurazdoblju izvršiti proredu.

Za biometrijsku obradu podatka korišteni su sljedeći postupci i funkcije:

- Za određivanje srednje vrijednosti izmjerenih prsnih promjera upotrijebljena je aritmetička sredina po formuli: $d_a = \sum n_i d_i / \sum n_i$
- Za izračunavanje varijance primijenjen je postupak, $\sigma^2 = \sum ((n_i d_i)^2 / \sum n_i) - (\sum n_i d_i / \sum n_i)^2$
- Za izjednačenje distribucije prsnih promjera sastojine upotrijebljena je beta – distribucija, $f(d) = K * \int ((d - a)^\alpha * (b - d)^\gamma)$, a za koeficijent asimetrije,

$$\beta_1 = m_3 / \sigma^3,$$

te za koeficijent spljoštenosti,

$$\beta_2 = (m_4 / \sigma^4) - 3.$$

Kao mogućnost određivanja zakonitosti distribucije prsnih promjera jednodobne sastojine bukve razma-

trana je primjena transponirane matrice prijelaznih vjerojatnosti, grafička rekonstrukcija atraktora Ruelle-Takensovom metodom na dvofrekventnom i trofrequentnom nizu podataka.



Slika 2. Regularna srednjodobna bukova sastojina (70 godina), odjel 58a, g.j. "Južni Papuk"

Picture 2 The regular middleage forest beech, age 70 years, compartment 58a, m.u. "Južni Papuk"

Način rada

U odjelu 58a, g. j. "Južni Papuk" odabrana je primjerna ploha veličine 1 ha. Ploha je precizno snimljena geodetskim instrumentom s usmjerenjem stranica istok-zapad i sjever-jug.

Klupaža stabala na primjernoj površini obavljena je promjerkom koja ima podjelu 1 cm, točno na obilježenoj prsnoj visini, 1,30 m.

Pretpostavljeno je kako bi bilježenje mjerenih veličina prsnih promjera stabala bukve po redoslijedu kretanja (smjer, istok-zapad i obratno po stranici plohe) na odabranoj primjernoj plohi dalo sliku hodograma (trajektorije), koji bi se mogao grafički predstaviti kao Lorenzov čudni atraktor (Lorenz, 1963).

Matematička teorija Markovljevih lanaca upotrebljava matrice prijelaznih vjerojatnosti, a pretpostavlja dinamičke procese, promjene stanja u određenom razdoblju.

Primjenu Markovljevih procesa za procjenu rasta visina i razvoj distribucije visina u bukovoju sastojini upotrijebili su Lukić, Šegotić i Kružić 1996. godine.

Distribucija prsnih promjera sastojine je u određenom vremenu trenutačno stanje, koje pokazuje promjenu razvoja stabala i njihovu međusobnu uvjetovanost u prošlosti s mogućom vjerojatnošću prelaženja u neko buduće stanje.

Levaković, 1938 je analizirao fiziološko-dinamičke osnove rasta stabala, te utvrdio kako je rastenje nejednolično gibanje uvjetovano silom rasta i silom kočenja rasta. U procesu razvoja sastojine sile rasta i sile suprostive rastu odnose se po funkciji, $Y_i = k (s_1 / s_2)$.

Zelić, 2000 je numeričkim veličinama koeficijenta unutarnjeg rasta (r) stabla i sastojine predložio bonitiranje obilježja rasta i razvoja.

Upotrebom matrica prijelaznih vjerojatnosti utvrđuje se vjerojatnost prelaženja jednog prsnog promjera stanja p_{ij} u stanje $p_{i+1, j+1}$.

Za formiranje matrica u obliku topološko-grafičkog prikaza mjerljivih veličina (prsnih promjera) korištene su tzv. lažne varijable (Prema Stewartu 2003, Ruelle i Takens, 1970).

Ruelle i Takens su za niz opažanja, mjernih veličina, a s ciljem rekonstrukcije čudnog atraktora, upotrijebili jednu ili dvije lažne opservable za rekonstrukciju dvodimenzionalnog odnosno trodimenzionalnog atraktora.

Pomakom vrijednosti po redosljedu mjerenih veličina za jedno mjesto dobije se dvodimenzionalna topološka aproksimacija oblika čudnog atraktora, a za dva mjesta trodimenzionalna aproksimacija oblika čudnog atraktora.

Izvorni mjereni niz podataka (prsnih promjera) i pomak za jedno, odnosno dva mjesta su sljedeći:

24, 24, 26, 31, 29, 17, 20, 30, 26, 28, 17, 39, 21, ...

→ → → → → → → → → → → → →

24, 24, 26, 31, 29, 17, 20, 30, 26, 28, 17, 39, 21, ...

→ → → → → → → → → → → → →

24, 24, 26, 31, 29, 17, 20, 30, 26, 28, 17, 39, 21, ...

Primjenjujući navedeno načelo odabira druge i treće opservable moguće je grafički prikazati aproksimaciju dvodimenzionalnog i trodimenzionalnog oblika čudnog atraktora. U prvom slučaju dobije se topološki par mjernih veličina (koordinate x, y), a u drugom slučaju topološku trojku, kao točku u prostoru (koordinate x, y, z).

Koordinate x, y će se koristiti kao parovi osnovne matrice i transponirane matrice:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1j} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{i1} & x_{i2} & \dots & x_{ij} \end{bmatrix} \quad X^T = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & \dots & x_{i1} \\ x_{12} & x_{22} & \dots & x_{i2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{1j} & x_{2j} & \dots & x_{ij} \end{bmatrix}$$

Prelaženje matričnog para iz jednog stanja u vjerojatno drugo stanje izrazit će se relativnim frekvencijama, prijelaznim vjerojatnostima (p_{ij}).

REZULTATI ISTRAŽIVANJA – The results of investigation

U tablici 1. prikazan je redosljed mjerenih prsnih promjera bukve na površine 1 ha po redovima, kako slijedi: Ukupan broj izmjerenih stabala je 550, a prelaženje

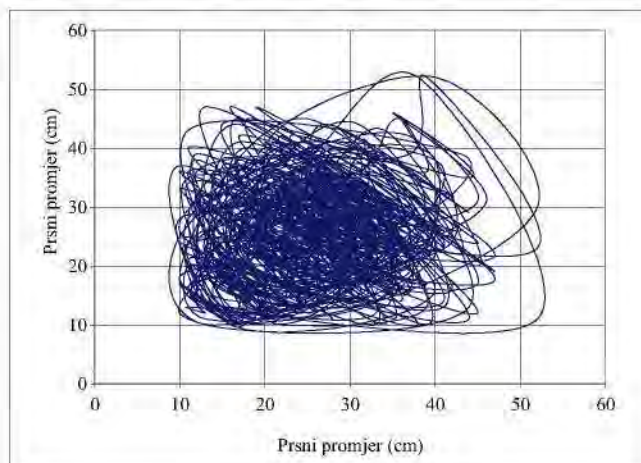
od jednog do drugog stabla prema zabilježenom redosljedu, uz primjenu druge opservable, daje grafički hodogram (čudni atraktor), kako pokazuje grafikon 1.

Tablica 1. Redosljed mjerenja prsnih promjera bukve
Table 1 The chronology of diameter breast height of beech

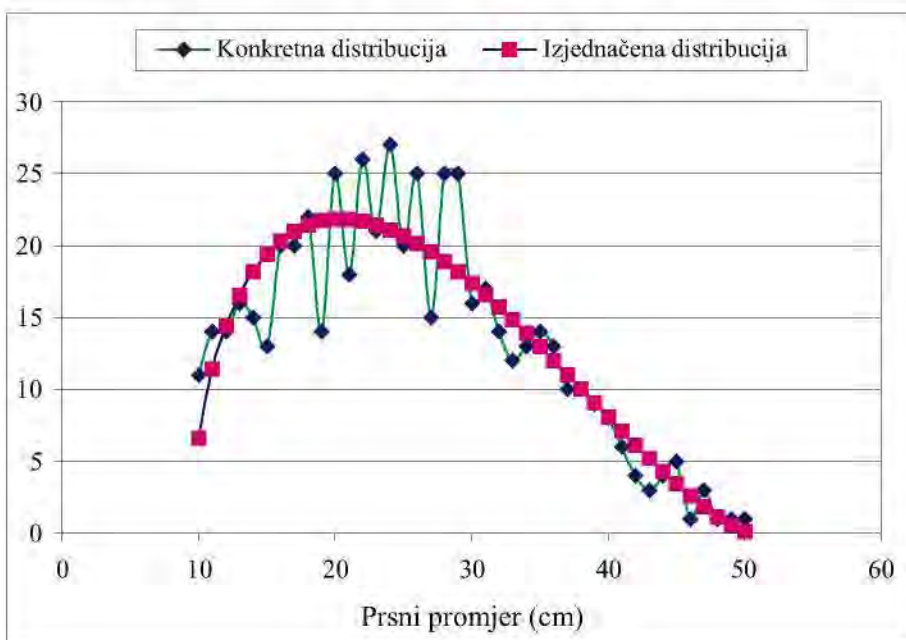
24	24	26	31	29	17	20	30	26	28	17	39
12	21	26	18	38	17	25	40	29	23	41	17
15	31	34	12	39	34	13	18	29	22	34	13
25	26	23	41	29	16	20	21	22	19	15	19
14	13	21	14	12	24	23	14	18	18	16	16
24	30	36	14	24	23	35	26	43	29	44	27
25	26	28	17	34	17	14	28	29	39	43	11
20	32	28	33	23	24	39	32	29	28	30	31
23	19	30	20	22	25	32	14	33	40	26	23
13	25	35	29	20	18	21	31	26	17	29	38
15	36	34	21	31	17	38	26	10	33	25	17
19	35	30	20	32	22	19	28	30	24	12	21
17	12	10	15	34	26	41	20	45	36	39	28
11	16	27	38	40	22	20	37	24	33	27	20
27	28	21	20	25	30	24	11	15	27	23	41
24	14	31	26	31	45	36	31	16	21	23	22
20	35	26	20	37	26	26	19	36	22	43	34
26	17	23	13	24	36	23	14	31	12	16	35
28	22	16	11	17	15	31	12	24	21	18	10
17	19	37	26	19	21	21	22	24	22	47	19
47	16	37	10	16	40	18	16	20	21	32	34
24	35	24	33	20	33	10	34	22	26	33	20
26	25	33	20	16	11	20	14	12	33	22	31
46	35	44	15	32	32	30	36	16	18	29	21

18	22	38	40	32	30	16	29	29	12	25	26
19	38	27	27	18	15	25	23	52	39	37	18
10	17	10	19	20	33	15	37	17	25	29	24
26	22	11	44	17	12	16	29	26	18	26	17
32	29	23	18	28	22	20	21	11	21	13	41
32	31	12	45	17	23	32	13	14	22	22	18
28	25	29	25	25	22	25	35	31	28	13	34
31	23	28	23	14	12	13	11	52	38	25	14
30	24	24	10	38	12	18	15	14	18	14	41
22	19	15	32	24	45	18	29	22	38	18	26
37	22	13	30	52	40	20	36	10	39	31	36
32	42	23	36	28	26	16	24	40	20	24	42
37	21	13	24	33	28	37	15	35	29	19	20
11	13	39	24	39	25	10	13	44	31	19	30
29	26	34	11	21	21	22	24	28	34	28	35
34	23	17	45	25	12	24	40	11	35	27	25
35	20	29	14	36	24	23	16	42	22	29	32
28	16	18	28	29	13	20	27	42	17	35	23
22	18	47	13	25	33	28	23	37	36	12	22
30	30	28	30	29	13	15	28	30	31	27	28
24	38	27	27	28	10	16	20	11	18	29	27
36	11	28	16	27	35	11	16	18	27		

Isti, mjereni prsni promjeri po redosljedu, prikazani kao točke u koordinatnom sustavu (x, y), imaju oblik matrice, kako to pokazuje grafikon 2.



Grafikon 1. Dvodimenzionalni čudni atraktor (hodogram) distribucije prsni promjera bukve
 Graph 1 X,Y strange attractor(walking-graph) of thickness structure of beech forest 70 years old



Grafikon 2. Dvodimenzionalni čudni atraktor (matrica) distribucije prsni promjera bukve
 Graph 2 X,Y strange attractor (matrix) thickness structure of beech forest 70 years old

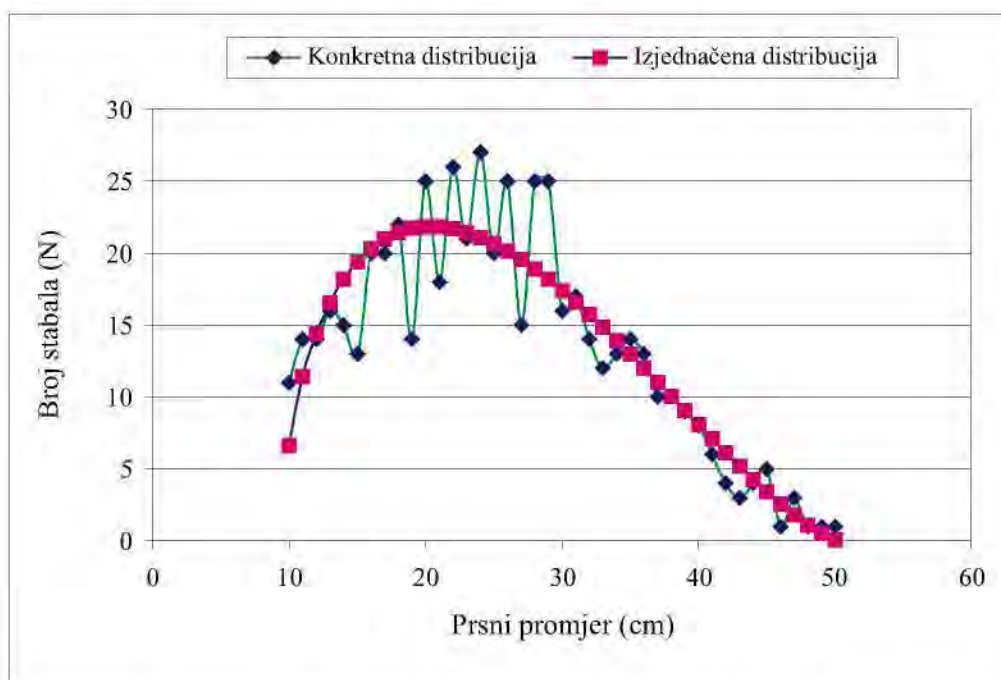
Procjena parametara prsnih promjera prikazana je u tablici 2.

Tablica 2. Procjena parametara prsnih promjera

Table 2 Estimate of parameters of diameter breast heights

Varijable <i>Variable</i>	Broj stabala <i>Number of trees</i>	Aritmet. sredina <i>Aritmetic mean</i>	Median <i>Median</i>	Standard. devijacija <i>Standard deviation</i>	Standard. pogreška <i>Standard error aver.</i>	Raspon <i>Range</i>		Koeffic. Varijacije <i>Coeffic. of variation</i>
						min.	max.	
Prsni promjeri (cm) <i>Diameter breast heights</i>	550	25,186	24,000	8,873	0,381	10,000	50,000	35,230

Distribucija prsnih promjera stabala bukve po debljinskim stupnjevima od 1 cm i izjednačena distribucija prikazana je na grafikonu 3.



Grafikon 3. Distribucija prsnih promjera srednjodobne (70 godina) bukove sastojine
Graph 3 Distribution of breast diameter of middle-aged beech forest (70 years old)

Za izjednačenje distribucije prsnih promjera bukve korištena je Beta – funkcija, koja glasi:

$$N = f(d) = 0,04305 * \Sigma((d - 9,5)^{0,52723} * (50,5 - d)^{1,4603})$$

Odstupanje stvarne (konkretne) distribucije prsnih promjera od normalne distribucije izraženo je sljedećim parametrima:

Tablica 3. Parametri, kao mjera odstupanja konkretne distribucije prsnih promjera od normalne

Table 3 The parameters, as aberration measures distribution diameter breast heights than normal

Parametar <i>Parameter</i>	Aritmet. sredina <i>Aritmetic mean</i>	Median <i>Median</i>	3. moment oko sred. <i>3. moment of centre</i>	Koeffic. asimetrije <i>Coeffitient of asymetry</i>	4. moment oko sred. <i>4. moment of centre</i>	Koeffic. spljošten. <i>Coeffitient of flatness</i>	Prvi eksp. <i>First expon.</i>	Drugi eksp. <i>Second expon.</i>
Simbol <i>Symbol</i>	d_a	M_d	μ_3	β_1	μ_4	β_2	α	γ
	25,186	24,000	242,78	+ 0,3475	15085,13	2,4337 (- 0,5663)	0,5272	1,4603

Medijana (24,000) je manja od aritmetičke sredine (25,186) te ukazuje kako je stvarna distribucije lijevo ili pozitivno asimetrična. Istu karakteristiku odstupanja od normalne distribucije pokazuje prvi eksponent (α) Beta – funkcije, jer je njegova vrijednost manja od drugog eksponenta (γ), to jest $0,52723 < 1,4603$.

Kako je stvarna distribucija blago, lijevo-pozitivno asimetrična pokazuje i koeficijent asimetrije β_1 , koji ima vrijednost $+ 0,3475$.

Koeficijent spljoštenosti β_2 pokazuje kako je stvarna distribucija prsnih promjera bukve blago spljoštenija od normalne, parametar ima vrijednost $- 0,5663$, jer

normalna distribucija ima koeficijent spljoštenost $3,0000$, a konkretna $+ 2,4337$.

Navedene karakteristike parametara uočljive su na grafikonu 3.

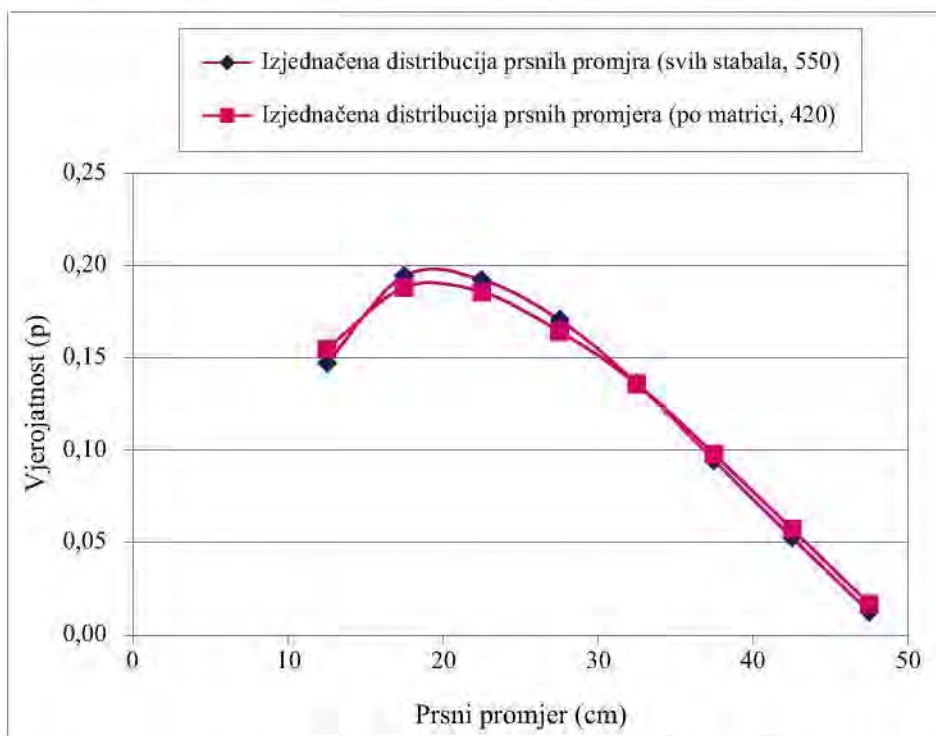
Grupirani prsni promjeri bukve po debljinskim stupnjevima 5 cm izjednačeni su Beta-funkcijom oblika:
 $N = f(d) = 0,47232 * \Sigma((d - 10,0)^{0,41897} * (50,0 - d)^{1,31438})$

Distribucije prsnih promjera bukve na površini 1 ha stvarne sastojine i pomoću opservabli izvedene matrice po redovima i stupcima, te njihovih vjerojatnosti prikazuju tablica 4. i grafikon 4.

Tablica 4. Distribucija prsnih promjera bukve i vjerojatnost distribucije

Table 4 The breast diameter height distribution of the beech and probability of distribution

Prsni promjer Diameter breast height	Izjed. dist. Equal dist.	Konkr. dist. Conc. dist.	Red matrice Matrix row	Stupac Matrice Matrix column	Matrica (i,j) Matrix (i,j)	Izjed. dist. Equal dist.	Konkr. dist. Conc. dist.	Red matr. Matrix row	Stupac matr. Matrix column	Izjed. dist. mat. Equal. matrix (i,j)
	Broj stabala (N/ha) Number of trees (N/ha)					Vjerojatnost (p) Probability (p)				
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	81	83	64	66	65	0,1470	0,1506	0,1535	0,1583	0,1548
12,5	107	101	70	74	79	0,1942	0,1833	0,1679	0,1775	0,1881
17,5	106	112	78	80	78	0,1924	0,2933	0,1871	0,1918	0,1857
22,5	94	106	75	74	69	0,1706	0,1924	0,1799	0,1775	0,1643
27,5	75	70	55	57	57	0,1361	0,1270	0,1319	0,1367	0,1357
32,5	52	50	50	42	41	0,0944	0,0907	0,1199	0,1007	0,0976
37,5	29	22	21	20	24	0,0526	0,0399	0,0504	0,0480	0,0571
42,5	7	7	7	7	7	0,0127	0,0127	0,0168	0,0168	0,0167
47,5	Σ	550	550	420	420	420	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000



Grafikon 4. Vjerojatnost distribucija prsnih promjera (70 godina) bukove sastojine

Graph 4 The probability of distribution breast diameter of beech forest 70 years old

Matrica distribucije (red i stupac) imaju ukupno 420 stabala, odnosno različitih koordinatnih parova. Razliku do 550 stabla čine parovi koordinata koji se ponavljaju. No, relativni odnos izražen vjerojatnošću distribucije po debljinskim stupnjevima bitno se ne razlikuje (stupci 7 i 11).

Izjednačena distribucija broja stabala po debljinskim stupnjevima izražena postotkom (%) pokazuje kako bi modelna srednjodobna bukova sastojina (70 godina) imala sljedeće udjele po debljinskim stupnjevima.

Tablica 5. Postotni udjeli broja stabala po debljinskim stupnjevima (konkretna sastojina)

Table 5 Number of trees percentage per degrees of thickness (concrete forest)

Debljinski stupanj (cm) Diameter degree	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	Ukupno Total
Postotak (%) Percent (%)	14,70	19,42	19,24	17,06	13,61	9,44	5,26	1,27	100,00

Izjednačena vjerojatnost distribucija matrice (i,j) prikazana u tablici 5. Neznatno se razlikuje od izjedna-

čene konkretne distribucije prsnih promjera kako to pokazuje tablica 5a.

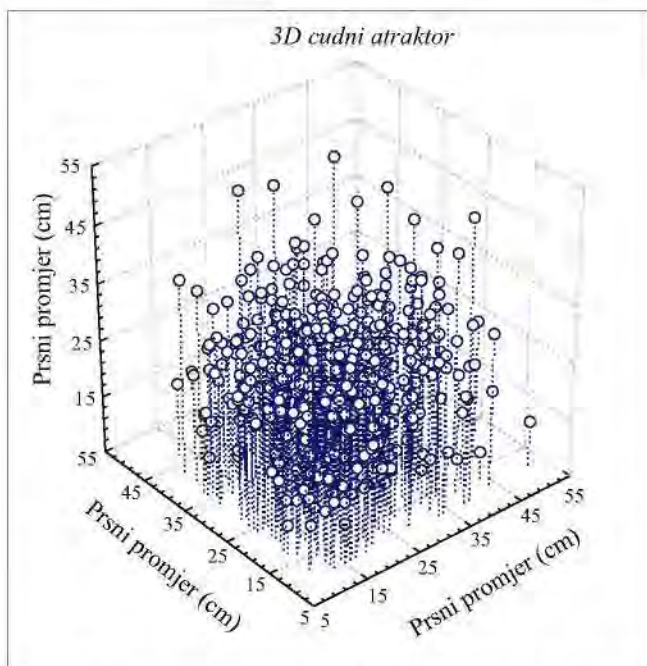
Tablica 5a. Postotni udjeli broja stabala po debljinskim stupnjevima (matrica i, j)

Table 5a Number of trees percentage per degrees of thickness (matrix i, j)

Debljinski stupanj (cm) Diameter degree	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	Ukupno Total
Postotak (%) Percent (%)	15,48	18,81	18,57	16,43	13,57	9,76	5,71	1,67	100,00

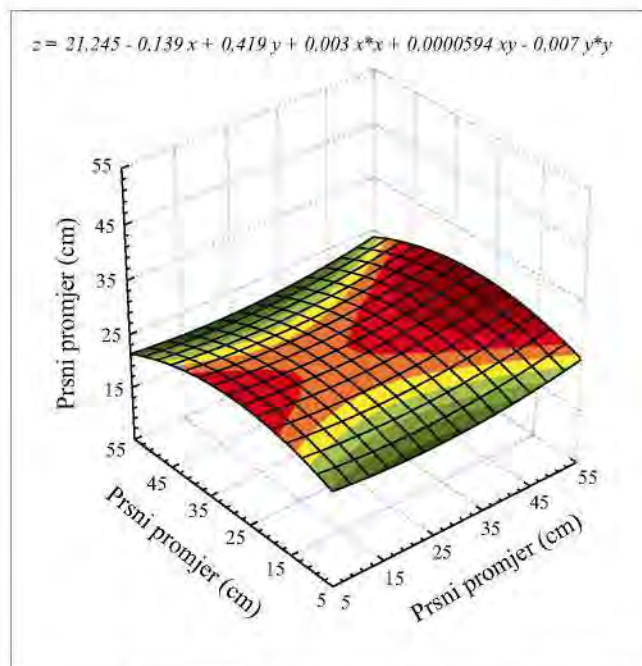
Udjeli broja stabala po debljinskim stupnjevima s pripadajućim parametrima (tablica 3.) predstavljaju modelnu sastojinu bukve stare 70 godina (EGT- II-D-10).

U istom ekološko-gospodarskom tipu konkretne sastojine iste starosti gospodarenjem treba težiti prema modelnoj sastojini predloženoj normaliteta.



Grafikon 5. Trodimenzionalni čudni atraktor (oblik roja) distribucije prsnih promjera bukve

Graph 5 X, Y, Z diagram (strange attractor) of thickness beech structure



Grafikon 6. Trodimenzionalni čudni atraktor (oblik sedla) distribucije prsnih promjera

Graph 6 X,Y,Z diagram (strange attractor) of thickness beech structure

Normalnu raspodjelu (učestalost) broja stabala po debljinskim stupnjevima i dobnim razredima, kao važan čimbenik za prorjeđivanje sastojina i prirodnu reprodukciju proučavali su Cestar, Dekanić, Đuričić, Hren, Kovačić, Matić.

Koristeći treću lažnu opservablu (z) moguće je grafički predstaviti u prostoru točku određenu koordinatama x , y , z . Trodimenzionalni dijagram (čudni atraktor) pokazuju grafikom 5. (oblik roja) i grafikom 6. (oblik sedla).

Na grafikonu 5. uočava se "roj" točaka koje predstavljaju debljinsku strukturu bukove sastojine na površini 1 ha. grafikom 6. pokazuje vanjštinu trodimenzionalne plohe određenu koordinatama x , y , z i matematičkom funkcijom drugog stupnja:

$$z = 21,245 - 0,139x + 0,419y + 0,003x^2 + 0,0000549xy - 0,007y^2$$

U matematičkoj topologiji grafikom 6. nalikuje tzv. sedlu, koje je definirano takvim ravnotežnim stanjem da je u jednom smjeru stabilno, a u drugom nestabilno. Središnja točka, to jest srednji prsni promjer sastojine, dinamičkog je karaktera. Ustvari, srednji prsni promjer

sastojine je u protjecanju vremena labilnog ravnotežnog stanja, te se mijenja svakom promjenom ostalih prsnih promjera stabala sastojine, od kojih jedni teže k srednjoj vrijednosti (podstojna etaža), a drugi se udaljavaju od srednje vrijednosti (nadstojna etaža).

Usporedba modeliranog normaliteta bukove sastojine starosti 70 godina s nekim drugim normalama

Za modelnu sastojinu u odjelu 58a, G.j. "Južni Papuk" izračunati su i drugi parametri (visina srednjeg plošnog stabla, ukupna temeljnica po hektaru i ukupan volumen po hektaru).

Na temelju snimljenih visina (41) u svim debljinskim stupnjevima izjednačena je visinska krivulja:

$$h = 33,44406 e^{-10,9812/d} + 1,3$$

Za srednje plošno stablo, 25,19 cm, određena je srednja visina 21,6 m i srednje volumno stablo 0,546 m³. Pomoću Špirančeve funkcije za volumen krupnog drva bukve iznad 7 cm,

$$v = 0,0000332957 d^{2,024425} h^{1,032212},$$

izračunat je lokalni tarifni niz:

Debljinski stupanj (cm)	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5
Volumen (m ³)	0,084	0,214	0,412	0,677	1,012	1,416	1,890	2,435

Lokalnom tarifnom nizu za bukvu odgovara 14. Špirančev tarifni niz za bukvu.

Na temelju lokalnog tarifnog niza za bukvu i izjednačene distribucije prsnih promjera, izračunat je volumen modene sastojine 357 m³/ha, a konkretne (neizjednačene distribucije) 346 m³/ha.

Izračunata temeljnica za izjednačenu distribuciju prsnih promjera (model) iznosi 30,7 m²/ha, a za konkretnu distribuciju prsnih promjera 29,9 m²/ha.

Tablica 6. Usporedba normala za regularne sastojine bukve starosti 70 godina

Table 6 The comparison with other normals for regular forest beech, age 70 years

Broj stabala	Srednji prsni promjer	Srednja visina	Temeljnica	Volumen	Napomena
kom	cm	m	m ²	m ³	
545	25,3	25,4	27,3	342	Špiranec, II bonitet, 1975
525	25,5	23,5	26,8	302	Bezак et al., EGT-II-D-10, 1989
553	24,9	21,0	27,1	271	Osnova gospodarenja, 58a, 2004
550	25,2	21,6	30,7	357	Model normale, EGT-II-D-10, 2004

Prema Klepcu su Parde i Osvald (1981) normalizirali broj bukovih stabala po 1 ha kao funkciju dominantne visine stabala. Tako je napr. za dominantne visi-

ne 30 m, "maksimalna biološka gustoća" oko 110 stabala, a minimalna 130 stabala. Za umjerene prorede i dominantne visine 27 m broj stabala po 1 ha je oko 550.

Dominantne visine na modelnoj plohi odjela 58a, G.j. "Južni Papuk su 27 m, a broj stabala po hektaru je 550.

Uspoređena je izjednačena distribucija prsnih promjera izračunata modeliranjem normaliteta na izabranoj površini od 1,00 ha u odjelu 58a, površine 44,83 ha s distribucijom broja stabala iz Osnove gospodarenja "Južni Papuk", koja je izračunata na temelju uzorka 2,40 ha (5,35 % površine odsjeka).

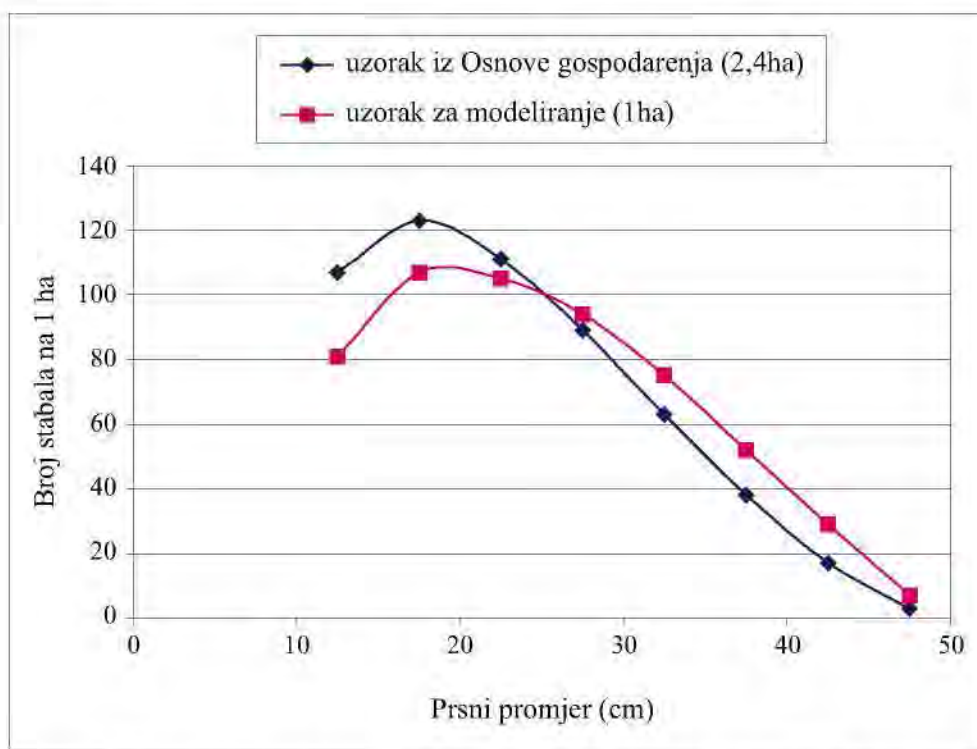
Izjednačena distribucija prsnih promjera bukve Beta-funkcijom iz Osnove gospodarenja glasi:

$$N = f(d) = 0,158406 * \Sigma((d - 10,0)^{0,35498} * (50,0 - d)^{1,70671})$$

Izjednačene distribucije prsnih promjera u sastojini 58a (debljinski stupanj 5 cm) izračunate na temelju uzorka 2,4 ha (Osnova gospodarenja) i 1,00 ha (modelna površina) prikazane su tablici 7. i grafikonu 7.

Tablica 7. Distribucije prsnih promjera bukve po uzorku iz Osnove gospodarenja (2,4 ha) i modelne površine (1 ha)
Table 7. Distribution of breast diameter (beech) on sample surface 2,40 ha and on model surface of 1 ha

Debljinski stupanj (cm)	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	Σ
Broj stabala (O. gosp.)	107	123	111	89	63	38	17	3	551
Broj stabala (model)	81	107	105	94	75	52	29	7	550



Grafikon 7. Distribucije prsnih promjera bukve po uzorku iz Osnove gospodarenja (2,4 ha) i modelne površine (1 ha)

Graph 7. Distribution of breast diameter (beech) on sample surface 2,40 ha and on model surface of 1 ha

Za isti broj stabala (551,550) na različitim veličinama uzorka površine dobivena je različita distribucija broja stabala po debljinskim stupnjevima. Ukoliko se distribucije broja stabala po debljinskim stupnjevima pomnože s istim lokalnim tarifnim nizom, dobit će se za distribuciju iz Osnove gospodarenja volumen 298,29 m³/ha (bliže Bezakovoj normalni), a za modelnu distribuciju 357,99 m³/ha (bliže Špirančevnoj normalni za II. bonitet).

Ostali parametri

$$(\alpha = 0,35498, \gamma = 1,70671, \beta_1 = +0,5425, \beta_2 = -0,2567)$$

pokazuju kako je uzorak za utvrđivanje volumena sastojine u Osnovi gospodarenja dao krivulju izjednačenja koja je za starost sastojine 70 godina više pozitivno (lijevo) asimetrična i spljoštenija od uzorka na modelnoj površini 1 ha. Odstupanja su vidljiva na grafikonu 7.

ZAKLJUČCI – Conclusions

Srednjodobna čista bukova sastojina starosti 70 godina (EGT – II – D – 10), odjel 58a u g.j. “Južni Papuk” njegovana je u prošlosti protjeđivanjem prema stručnim kriterijima, te je na površini 1 ha distribuirano 551 stabala od debljinskog stupnja 10 cm do 50 cm.

Modeliranje normaliteta konkretne sastojine obavljeno je izjednačenjem distribucije prsnih promjera Beta – funkcijom te se relativnim odnosima distribucije prsnih promjera po debljinskim stupnjevima može služiti kao normalom za regularnu bukovu sastojinu (EGT-II-D-10).

Izračunati numerički i grafički podaci s pripadajućim parametrima odstupanja od normalne distribucije služe kao model za usporedbu ostalih čistih regularnih bukovih sastojina istog ekološko-gospodarskog tipa i starosti. Na temelju usporedbe sa stvarnom sastojinom može se predložiti odgovarajući intenzitet njege proredom u budućem rastu i razvoju sastojine.

Formiranjem podataka distribucije prsnih promjera po redosljedu i uz primjenu takozvanih lažnih opservabli, moguće je grafički prikazati trajektoriju ili čudni atraktor te matricu i njenu transformaciju. Prelaženje matričnog para iz jednog stanja u vjerojatno drugo sta-

nje, izraženo je relativnim frekvencijama, prijelaznim vjerojatnostima (p_{ij}).

Prijelazne vjerojatnosti distribucije prsnih promjera po redovima i stupcima izjednačene Beta-funkcijom gotovo su istovjetne izjednačenoj distribuciji prsnih promjera konkretne sastojine.

Glavni parametri kojima se mjeri odstupanje normalne od konkretne distribucije prsnih promjera (medijana, koeficijent asimetrija, koeficijent spljoštenosti, prvi i drugi eksponent Beta-funkcije) pokazuju kako je distribucija modelne sedamdesetogodišnje regularne bukove sastojine blago pozitivno (lijevo) asimetrična i blago spljoštenija od normalne distribucije.

Uporabom treće opservable, kao pomaknutog niza prsnih promjera na površini 1 ha, dobije se prostorni grafički prikaz parova prsnih promjera u obliku “roja” točaka ili plošnog obrisa, u matematičkoj topologiji zvanog sedla.

Usporedbom izračunatih parametara koji karakteriziraju horizontalnu i vertikalnu strukturu sastojine zaključuje se kako se oni bitno ne razlikuju od normala drugih autora.

LITERATURA – References

- Bez ak, K., 1992: Prigušene oscilacije fenomena rasta i prirasta praćene Levakovićevim analitičkim izrazima, Zbornik o Antunu Levakoviću, Vinkovci.
- Cestar, D. i ostali, 1986: Bukva i bukove šume Hrvatske, Radovi broj 69, Šumarski institut Jastrebarsko.
- Dekanić, I., 1986: Kolokvij o bukvi, Prirodna obnova sastojine bukve progalmim proredama, str. 25–36, Sveučilište u Zagrebu, Šumarski fakultet.
- Đuričić, I., 1994: Prirodna obnova sastojina obične bukve, “Hrvatske šume”, Zagreb.
- Gleick, J., 1996: Kaos, stvaranje nove znanosti, Izvori, Zagreb.
- Hren, V. i Đ. Kovačić, 1987: Normalna raspodjela stabala po debljinskim stupnjevima i dobnim razredima...; Radovi, Šumarski institut Jastrebarsko.
- Klepac, D., 1963: Rast i prirast šumskih vrsta drveća i sastojina, Nakladni zavod, Znanje, Zagreb.
- Klepac, D., 1986: Kolokvij o bukvi, Uvodni referat na simpoziju o bukvi, str. 11–15, Sveučilište u Zagrebu, Šumarski fakultet.
- Kovačić, Đ., 1981: Raspodjela učestalosti broja stabala i drvne mase kao mjera unapređenja šumske proizvodnje u nekim prirodnim sastojinama hrasta lužnjaka u Hrvatskoj, Zagreb, 1981 (dissertacija).
- Levaković, A., 1938: Fiziološko-dinamički osnovi funkcija rastenja, Glasnik za šumske pokuse, Zagreb.
- Lukić, N., K. Šegotić, T. Kružić, 1996: Procjena distribucije visine obične bukve (*Fagus sylvatica* L.) pomoću Markovljevih lanaca. Unapređenje proizvodnje biomase šumskih ekosustava, knjiga 1, str. 125–130., Hrvatsko šumarsko društvo, Zagreb.
- Matić, S., 1991: Njega šuma proredom, Šumarski fakultet, Hrvatske šume, Zagreb.
- Meštrović, Š. i G. Fabijanić, 1995: Priručnik za uređivanje šuma, Ministarstvo poljoprivrede i šumarstva Hrvatske, Zagreb.
- Najvirt, Ž. i B. Puača, 2004: Gospodarska jedinica, “Južni Papuk”, Osnova gospodarenja (2004–2014).
- Pranjić, A. i N. Lukić, 1997: Izmjera šuma, Sveučilište u Zagrebu, Šumarski fakultet.
- Stewart, I., 2003: Kocka li se Bog?, nova matematika kaosa, Jesenski i Turk, Zagreb, Zagreb, 1997.
- Špiranec, M., 1975: Prirasno prihodne tablice (jela, bukva, grab...), Šumarski institut Zagreb.

Vukelić, J. i Đ. Rauš, 1998: Šumarska fitocenologija i šumske zajednice u Hrvatskoj, Sveučilište u Zagrebu, Zagreb.

Zelić, J., 2000: Prilog raspravi o teoriji rasta, prirasta i održivog razvoja, Šumarski list 9-10, str. 515-531.

SUMMARY: The article presents a model of a normal, 70-year-old beech stand (EGT-II-D-10) covering 1 ha in the compartment 58a of the management unit "Južni Papuk".

Under the assumption that the past stand management was based on professional principles, the breast diameter distribution shows a characteristic structure of regular stands. According to the earlier method of regular stand management, the distribution curve of breast diameters is bell-shaped.

The breast diameter distribution (thickness degree of 1 cm) was equalised with Beta-function.

$$N = f(d) = 0,04305 * \Sigma ((d - 9,5)^{0,52723} * (50,5 - d)^{1,4603})$$

The transitional probability matrix was used in the graphic part of modelling the normal diameter structure ($p_{i,j}$).

The order of recording breast diameters in an area of 1 ha takes the shape of Lorenz's strange attractor. The so-called untrue observables (Ruelle and Takens) were used for the second and the third variable (y,z).

The probability distribution by thickness degrees is as follows:

d_i	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	Σ
p_i	0,1470	0,1942	0,1924	0,1706	0,1361	0,0944	0,0526	0,0127	1,0000

There are a total of 551 trees per hectare.

As measures of aberration from the normal breast diameter distribution (the median, the first and the second exponents of Beta-distribution, the asymmetry coefficient and the flatness coefficient), the parameters show that the equalised distribution curve is asymmetrical on the left (positive) side.

The asymmetry coefficient $\beta_1 = + 0,3475$, and the flatness coefficient $\beta_2 = 2,4337(- 05663)$.

After classifying the stands according to site class and age, the relevant structural biometric parameters should be determined and compared with the suggested model in terms of tree number distribution and volume per hectare.

Key words: unmixted regular beech forest, model of middle-aged forest, normal models, distribution of diameter at breast height, strange attractor, the transitional probability matrix, beta-function, the asymmetry coefficient and the flatness coefficient